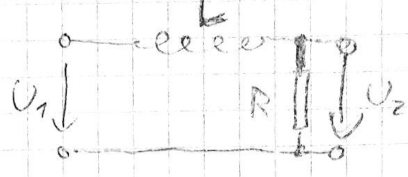
Bearbeitung des 4. Übungsblatts zur Elektronik 14.05.2020

A1: A-Matrix für RL-Phasenkette

a)



Für $I_2 = 0$: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{j\omega L + R}$ und $I_1 = \frac{U_2}{R}$

Für $U_2 = 0$: $I_1 = I_2$, $U_L = R_L Z_L = R_L j\omega L$

$\Rightarrow \quad A_{11} = \frac{\partial U_1}{\partial U_2}\Big|_{I_2=0} = \frac{j\omega L + R}{R}$,

$A_{12} = \frac{\partial U_1}{\partial I_2}\Big|_{U_2=0} = j\omega L$,

$A_{21} = \frac{\partial I_1}{\partial U_2}\Big|_{I_2=0} = \frac{1}{R}$,

$A_{22} = \frac{\partial I_1}{\partial I_2}\Big|_{U_2=0} = 1$.

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{A}}_{a)} = \begin{pmatrix} \frac{j\omega L + R}{R} & j\omega L \\ 1/R & 1 \end{pmatrix} //$$

b) Schaltung: $\begin{matrix} U_e \\ I_e \end{matrix} \rightarrow \underline{\underline{A}}_1 \rightarrow \underline{\underline{A}}_2 \rightarrow \begin{matrix} U_a \\ I_a \end{matrix} \quad \rightsquigarrow \quad \begin{matrix} U_e \\ I_e \end{matrix} \rightarrow \underline{\underline{A}} \rightarrow \begin{matrix} U_a \\ I_a \end{matrix}$

mit $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}_1 \underline{\underline{A}}_2$

Zusammenschaltung von zwei LR-Gliedern

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} j\frac{\omega L + R}{R} & j\omega L \\ 1/R & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j\frac{\omega L + R}{R} & j\omega L \\ 1/R & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{j\omega L + R}{R}\right)^2 + \frac{j\omega L}{R} & j\omega L\left(j\frac{\omega L + R}{R} + 1\right) \\ j\frac{\omega L + R}{R^2} + \frac{1}{R} & j\frac{\omega L}{R} + 1 \end{pmatrix}$$

c) Das Spannungsverhältnis $\frac{U_a}{U_e}$ ist geg. durch $\frac{1}{A_{11}}$, da $A_{11} = \frac{\partial U_e}{\partial U_a}\Big|_{I_2=0}$ ist; damit $\frac{U_a}{U_e}$ reell ist, müsste auch $\frac{U_e}{U_a}$ reell sein, prüfe also ob $A_{11} \in \mathbb{R}$ ist für irgendein ω:

$$A_{11} = \frac{(j\omega L + R)^2 + j\omega L R}{R^2} = \frac{R^2 + 3j\omega R L - \omega^2 L^2}{R^2}$$

Für $R, L \neq 0$ ist das erstmal immer komplex.

Im Grenzfall $\omega \to 0$ (Gleichstrom) ist $\frac{U_a}{U_e}$ logischerweise rein reell, auch für $\omega \to \infty$ dominiert der quadratische Term, sodass $Re >> Im$.

Dies lässt sich gut anhand der Phasenverschiebung in LTSpice erkennen, die zwar zu einem bestimmten Zeitpunkt $-90°$ ist ($g(\omega)$ rein imaginär), aber nie genau $0°$ oder $180°$ ist!

d) LTSpice - Simulation: Siehe Mail

Man erkennt:

Rote Spannung (1 LR-Glied) fällt nicht so schnell ab wie grüne Spannung (2 LR-Glieder)

$\to$ 2 LR-Glieder hintereinander ist Filter höherer Ordnung (c).

Phasenverschiebung erreicht $-180°$, nicht nur $-90°$.

Insgesamt ist es natürlich ein Tiefpass.