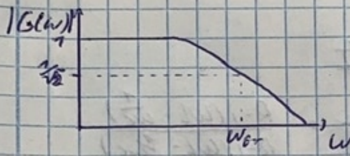
1)

a) Bei einem Tiefpass kommt bei kleinen Frequenzen die Eingangsamplitude so gut wie ungeschwächt am Ausgang an.
Beim gezeigten RC-Tiefpass liegt das an der Impedanz des Kondensators die $Z_C \sim \frac{1}{\omega}$ geht. Bei kleinen Frequenzen ist der Widerstand sehr hoch und es verhält sich wie ein offener Schalter. Mit steigender Frequenz sinkt dieser bis der ganze Strom durch C fließt.

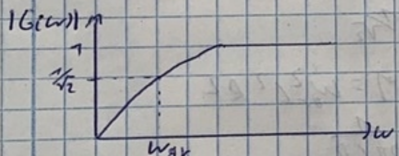


Tiefpass

(ω-Achse ist log. gezeichnet)

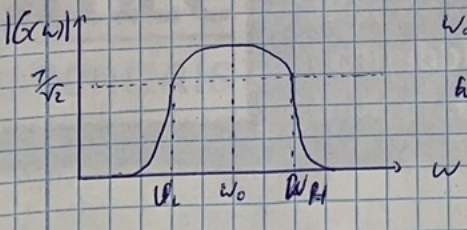
Schaltet man eine Spule mit $Z_L \sim \omega$ ~~parallel~~ in Reihe mit R kann auch ein Tiefpass erzeugt werden.

Beim Hochpass wird die Position von C und R getauscht und somit sperrt die Schaltung bei kleinen Frequenzen.



Hochpass

Beim Bandpass werden nur ~~Frequenzen~~ Signale eines Frequenzbandes durchgelassen. Durch eine Reihenschaltung eines Hoch- und Tiefpasses mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen kann ein breiterer Bandpass erzielt werden. Der andere stehende Bandpass funktioniert mit einem Schwingkreis und dessen Resonanzfrequenz, bei der sich X_L und X_C aufheben, so dass um diese Frequenz das Signal kaum geschwächt wird.



ω_0: Resonanzfrequenz

ω_L, ω_H: Grenzfrequenzen

b) zu a): $U_a = \frac{Z_c}{I}$ $U_e = (R + Z_c)\frac{1}{I}$

$$G(\omega) = \frac{Z_c}{R+Z_c} = \frac{1/i\omega C}{R + 1/i\omega C} \cdot \frac{i\omega C}{i\omega C} = \frac{1}{1+i\omega CR} \cdot \frac{1-i\omega CR}{1-i\omega CR}$$

$$= \frac{1}{1+\omega^2C^2R^2} - \frac{i\omega CR}{1+\omega^2C^2R^2}$$

zu b): $U_a = R/I$ $U_e = (R+Z_c)/I$

$$G(\omega) = \frac{R}{R+1/i\omega C} \cdot \frac{i\omega C}{i\omega C} = \frac{i\omega CR}{1+i\omega CR} \frac{1-i\omega CR}{1-i\omega CR} =$$

$$= \frac{\omega^2C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2} + \frac{i\omega CR}{1+\omega^2C^2R^2}$$

zu c): $U_a = R/I$ $U_e = (Z_c + Z_L + R)/I$

$$G(\omega) = \frac{R}{i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R} = \frac{R}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \cdot \frac{R - i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R - i(\omega L - 1/\omega C)}$$

$$= \frac{R^2}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} - \frac{iR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

c) Tiefpass $|G(\omega)| = \left(\frac{(1-i\omega CR)(1+i\omega CR)}{(1+\omega^2C^2R^2)^2}\right)^{1/2}$

$$= \left(\frac{1}{1+\omega^2C^2R^2}\right)^{1/2}$$

Grenzfrequenz wenn $|G(\omega_{gr})| = 1/\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{1+\omega_{gr}^2C^2R^2} \Leftrightarrow 1 = \omega_{gr}^2C^2R^2$

$\Leftrightarrow \omega_{gr} = \frac{1}{CR} \Leftrightarrow f_{gr} = \frac{1}{2\pi CR}$

Hochpass $|G(\omega)| = \left(\frac{(\omega^2C^2R^2)^2 + \omega^2C^2R^2}{(1+\omega^2C^2R^2)^2}\right)^{1/2} = \left(\frac{\omega^2C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2}\right)^{1/2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\omega_{gr}^2C^2R^2}{1+\omega_{gr}^2C^2R^2} \Leftrightarrow 1+\omega_{gr}^2C^2R^2 = 2\omega_{gr}^2C^2R^2$

$\Leftrightarrow 1 = \omega_{gr}^2C^2R^2 \Leftrightarrow \omega_{gr} = \frac{1}{CR} \Leftrightarrow f_{gr} = \frac{1}{2\pi CR}$