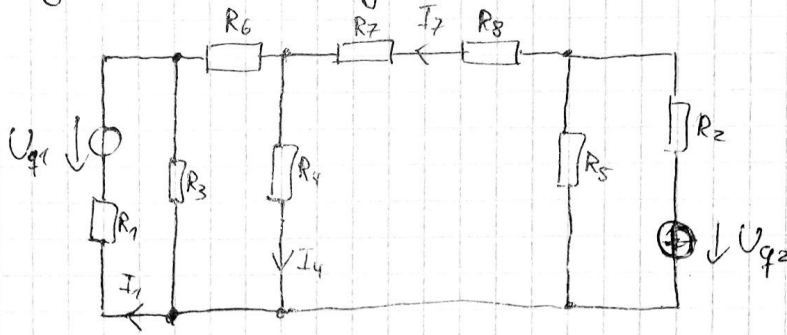


A1: Knotenanalyse

Gegebene Schaltung:

Werte:



geg: $U_{q1} = 6V$, $U_{q2} = 32V$, $R_1 = R_3 = 6\Omega$,
 $R_4 = 10\Omega$, $R_2 = R_5 = 16\Omega$, $R_6 = R_7 = R_8 = 1\Omega$.

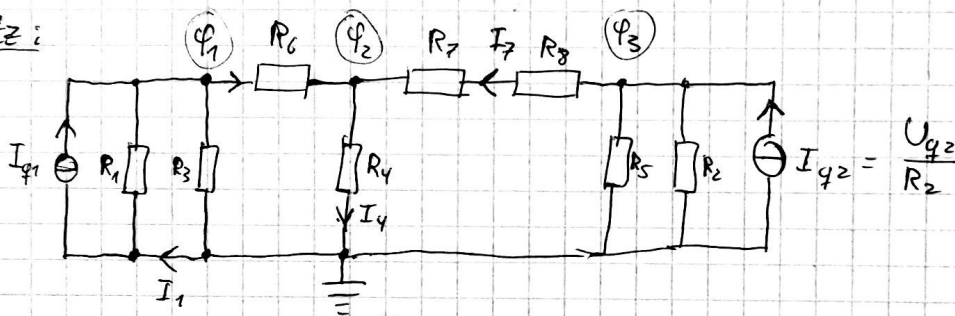
ges: I_1, I_4, I_2 .

(a) Ersatzschild mit Strom- statt Spannungsquellen.

$U\text{-Quelle} + R \hat{=} I\text{-Quelle} \parallel R$ (gleiches R !)

$I_{q1} = \frac{U_{q1}}{R_1} = \frac{6V}{6\Omega} = 1A$, $I_{q2} = \frac{32V}{16\Omega} = 2A$

Ersatz:



Wähle diese Erdung für weitere Berechnungen.

(b) $\underline{G} \cdot \vec{\varphi} = \vec{i}$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} G_1 + G_3 + G_6 & -G_6 & 0 \\ -G_6 & G_4 + G_6 + G_7 + G_8 & -\frac{G_7 G_8}{G_7 + G_8} \\ 0 & -\frac{G_7 G_8}{G_7 + G_8} & G_8 + G_5 + G_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} \\ 0 \\ I_{q2} \end{pmatrix}$$

Denn:

- Elemente auf der Hauptdiagonalen: Alle Leitwerte, die Knoten i mit anderen Knoten oder Erde verbinden.
- Nebendiagonalelemente: Minus die koppelleitwerte zwischen Knoten i und j .
- Rechts: Stromquellen zu Knoten i .

$$c) \quad \underline{G} \cdot \vec{\varphi} = \vec{c}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1/6 + 1/6 + 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} & -\frac{1}{11} \\ 0 & -\frac{1}{11} & \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{11} \end{pmatrix} \cdot \vec{\varphi} = \vec{c}$$

(mit unterdrückten Einheiten, alles in V, Ω , A)

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4/3 & -1 & 0 \\ -1 & 3/5 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 5/8 \end{pmatrix} \cdot \vec{\varphi} = \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Cramer: $\varphi_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad \Delta = |\underline{G}|$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4/3 & -1 & 0 \\ -1 & 3/5 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 5/8 \end{vmatrix} = \frac{4}{3} \begin{vmatrix} 3/5 & -1/2 \\ -1/2 & 5/8 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & -1/2 \\ 0 & 5/8 \end{vmatrix} = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8} - \frac{1}{4} \right) - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{3}{3} - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} //$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3/5 & -1/2 \\ 2 & -1/2 & 5/8 \end{vmatrix} = 1 \cdot \frac{3}{5} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1/2 \\ 2 & 5/8 \end{vmatrix} = \frac{3}{5} + 1 = \frac{7}{5} //$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 2 & 5/8 \end{vmatrix} = \frac{4}{3} \begin{vmatrix} 0 & -1/2 \\ 2 & 5/8 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & -1/2 \\ 0 & 5/8 \end{vmatrix} = \frac{4}{3} \cdot 1 + 1 \cdot \frac{5}{8} = \frac{32}{24} + \frac{15}{24} = \frac{47}{24} //$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4/3 & -1 & 1 \\ -1 & 3/5 & 0 \\ 0 & -1/2 & 2 \end{vmatrix} = +\frac{4}{3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 4/3 & -1 \\ -1 & 3/5 \end{vmatrix} = \frac{4}{3} \cdot 1 + 2 \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} - 1 \right)$$

$$= \frac{4}{3} + 2 \left(\frac{32}{15} - 1 \right) = \frac{83}{30} //$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{7/5}{3/8} = \frac{7 \cdot 8}{3 \cdot 5} = \frac{14}{3} \text{ (V)} \approx 4,6 \text{ V} //$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{47/24}{3/8} = \frac{47 \cdot 8}{3 \cdot 24} = \frac{47}{9} \text{ (V)} \approx 5,2 \text{ V} //$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{83/30}{3/8} = \frac{83 \cdot 8}{3 \cdot 30} = \frac{332}{45} \text{ (V)} \approx 7,37 \text{ V} //$$

$$d) \quad I_4 = \varphi_2 \cdot G_4 = 5,2 \cdot \frac{1}{20} \text{ A} = \frac{47}{90} = 0,52 \text{ A} //$$

$$I_7 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_{23}} = (\varphi_3 - \varphi_2) \cdot \frac{1}{2\Omega} = \left(\frac{332}{45} - \frac{47}{9} \right) \cdot \frac{1}{2} \text{ A} = 1,07 \text{ A} //$$

Da I_{q1} aus einer idealen Stromquelle kommt, gilt

$$1 \text{ A} = I_3 + I_1 \Rightarrow 1 \text{ A} - \frac{14}{3} \text{ V} \cdot \frac{1}{6\Omega} = I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = (1 - \frac{14}{18}) \text{ A} = 0,2 \text{ A} //$$