

V47

Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.11.19

Abgabe: 25.11.19

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Die klassische Theorie der Molwärme	3
2.2	Die Theorie nach Einstein	3
2.3	Die Theorie nach Debye	4
3	Durchführung	5
4	Auswertung	7
4.1	Messung der Molwärme	7
4.2	Experimentelle Bestimmung der Debye-Temperatur	8
4.3	Theoretische Bestimmung der Debye-Temperatur	8
5	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Ziel

Ziel des Versuches ist die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Molwärme C_V von Kupfer, sowie die Bestimmung der materialspezifischen Größe θ_D . Dazu wird die Molwärme bei verschiedenen Temperaturen gemessen und mit der Theorie verglichen.

2 Theorie

2.1 Die klassische Theorie der Molwärme

Betrachtet man das System des Festkörpers innerhalb der klassischen Physik, so ergibt sich für die Molwärme der Zusammenhang nach Dulong-Petit. Dazu wird angenommen, dass die Schwinger in den Gittern des Festkörpers räumlich fest sind und somit in 3 Freiheitsgraden schwingen können. Die Schwingungen dieser Atome sind dabei harmonische Schwingungen. Die mittlere kinetische Energie eines harmonischen Oszillators entspricht der mittleren potentiellen Energie. Pro Freiheitsgrad besitzt jedes Atom im Mittel die Energie $\frac{1}{2}k_B T$, sodass sich für alle Freiheitsgrade und die beiden Energieformen eine mittlere Energie von

$$\langle u \rangle = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} k_B T \quad (1)$$

pro Atom ergibt. Für ein Mol an Atomen im Festkörper ergibt sich über die passende thermodynamische Relation die material- und temperaturunabhängige Größe $C_V = 3R$.

$$C_V = \left(\frac{\partial}{\partial T} U \cdot N_L \right)_V = 3R \quad (2)$$

Dieses Ergebnis deckt sich mit den experimentellen Beobachtungen allerdings lediglich für sehr hohe Temperaturen oder für Festkörper mit sehr hohen molaren Massen. Daher ist hier ein anderes theoretisches Modell sinnvoll.

2.2 Die Theorie nach Einstein

Das Modell nach Einstein berücksichtigt die Quantisierung der Energie. So wird hier angenommen, dass Energie zwischen den einzelnen Atomen im Festkörper nur in Vielfachen von $\hbar\omega$ ausgetauscht werden kann. ω ist dabei die als einheitlich angenommene bei den Schwingern im Kristall vorliegende Frequenz. Die Wahrscheinlichkeit, dass nun ein Oszillator bei gegebener Temperatur T im Gleichgewicht mit der Umgebung die Energie $n\hbar\omega$ besitzt, ist dabei nach Boltzmann verteilt.

$$W(n) = e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}} \quad (3)$$

Die Summation über alle Energien gewichtet mit ihrer Wahrscheinlichkeit ergibt eine mittlere Energie pro Atom von

$$\langle u \rangle_{\text{Einstein}} = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}. \quad (4)$$

Diese liegt unterhalb der klassisch vorhergesagten Energie. Über die oben bereits genannte thermodynamische Relation ergibt sich eine Molwärme, die bei hohen Temperaturen das im Experiment beobachtete asymptotische Streben gegen $3R$ zeigt und bei niedrigen Temperaturen die Abnahme der Molwärme modelliert. Allerdings liegt diese Modellation im Bereich niedriger Temperaturen noch nicht in der Nähe der experimentell bestimmten Werte.

$$C_V = 3R \frac{1}{T^2} \frac{\hbar^2 \omega^2}{k_B^2} \frac{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}}}{(e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1)^2} \quad (5)$$

2.3 Die Theorie nach Debye

Das Modell nach Debye berücksichtigt nun, dass die Frequenzen der Eigenschwingungen der Atome im Festkörper nicht mehr einheitlich sind, sondern nach einer sogenannten Spektralverteilung $Z(\omega)$ verteilt sind. Dies spiegelt eine deutlich realitätsnähere Annahme wider. Das Modell berücksichtigt allerdings nicht die Frequenz- sowie die Richtungsabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit einer elastischen Welle im Kristall und die Rolle der Leitungselektronen, welche allerdings erst bei sehr niedrigen Temperaturen nennenswert wird. Ein Kristall von endlichen Ausmessungen aus N_L Atomen besitzt nur endlich viele verschiedene Schwingungsfrequenzen, nämlich $3N_L$ verschiedene. Daher muss das Integral über die Spektralverteilung auf diesen Wert konvergieren. Dies ist nur möglich, wenn es eine endliche Grenzfrequenz ω_D gibt. Es gilt also

$$\int_0^{\omega_D} Z(\omega) d\omega = 3N_L. \quad (6)$$

Die Grenzfrequenz liegt je nach Berücksichtigung der Phasengeschwindigkeiten bei

$$\omega_D^3 = \frac{6\pi^2 v^3 N_L}{L^3} \quad \text{oder} \quad \omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3} \frac{v_{\text{long}}^3 v_{\text{trans}}^3}{v_{\text{trans}}^3 + 2v_{\text{long}}^3}. \quad (7)$$

Die Dichte der Eigenschwingungen lässt sich auf dieselbe Weise allgemein als

$$Z(\omega) d\omega = \frac{3L^3}{2\pi^2 v^3} \omega^2 d\omega \quad \text{oder} \quad Z(\omega) d\omega = \frac{l^3 \omega^2}{2\pi^2} \frac{v_{\text{trans}}^3 + 2v_{\text{long}}^3}{v_{\text{long}}^3 v_{\text{trans}}^3} d\omega \quad (8)$$

beschreiben. Aus den Gleichungen (7) und (8) folgt für die Frequenzverteilung $Z(\omega)$

$$Z(\omega) d\omega = \frac{9N_L}{\omega_D^3} \omega^2 d\omega. \quad (9)$$

Es ergibt sich somit für die Molwärme nach Debye der Zusammenhang

$$C_V = 9R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx. \quad (10)$$

Aus der endlichen Debye-Frequenz lässt sich sofort auch eine Debye-Temperatur herleiten, ab welcher der Festkörper einer klassischen Beschreibung schon gut entspricht. Die Debye-Temperatur ist als $\theta_D = \hbar\omega_D/k_B$ definiert und eine materialspezifische Größe. Die oben in Gleichung (8) beschriebene Funktion allerdings stellt nun eine universell gültige Definition der Molwärme dar. Sie zeigt für große Temperaturen das beobachtete asymptotische Verhalten, beschreibt bei geringen Temperaturen allerdings das deutlich näher an den experimentellen Werten liegende „ T^3 -Gesetz“.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Die zu untersuchende Kupferprobe (in der Mitte der Abbildung) befindet sich dabei in einem Zylinder innerhalb des Rezipienten und ist von einem Dewar-Gefäß zur Wärmeisolation umgeben. Damit verbunden sind die Pt-100 Widerstände zur Temperaturmessung, sowie eine Heizwicklung für die Probe und eine für den Kupferzylinder. Zur Vorbereitung der Messung wird zunächst der Rezipient über das Ventil zur Vakuumpumpe evakuiert und mit Helium gefüllt. Helium dient dabei als Medium für den Wärmeaustausch. Das gesamte Innere des Dewar-Gefäßes kann dann durch Befüllen mit flüssigem Stickstoff auf etwa 80 K abgekühlt werden. Nachdem eine Abkühlung auf diesen Temperaturbereich erfolgt ist, wird der Rezipient erneut evakuiert und mit der Messung begonnen. Während der Messung wird die Kupferprobe kontinuierlich elektrisch beheizt. Dabei werden neben dem Widerstand zur Temperaturermittlung auch Strom, Spannung sowie Dauer des Heizvorganges aufgenommen um die zugeführte Energie ermitteln zu können. Der Kupferzylinder im Inneren des Rezipienten wird währenddessen über die eigene elektrische Heizung möglichst auf derselben Temperatur gehalten. Dadurch wird ein Temperaturgefälle vermieden, sodass Wärmeverlust möglichst unterdrückt wird. Es werden so Messwerte bis zu einer Temperatur von etwa 300 K aufgenommen.

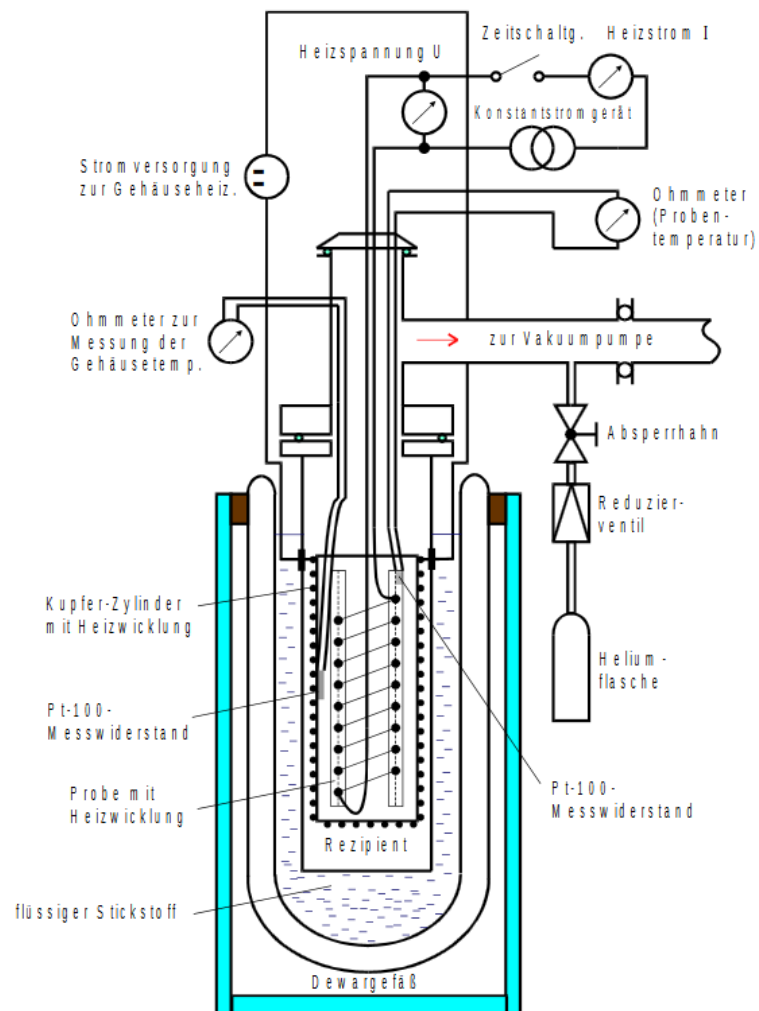


Abbildung 1: Schematischer Aufbau der verwendeten Messapparatur.[4]

4 Auswertung

Bei den Messgeräten Ohm-, Volt- und Amperemeter sowie für die Stoppuhr wird eine Messunsicherheit abgeschätzt:

$$\begin{aligned}\sigma_R &= 0,1 \, \Omega \\ \sigma_U &= 0,01 \, \text{V} \\ \sigma_I &= 0,1 \, \text{mA} \\ \sigma_{\Delta t} &= 0,1 \, \text{s}.\end{aligned}$$

4.1 Messung der Molwärme

Die Molwärme C_V bei konstantem Volumen zu bestimmen, gestaltet sich experimentell schwierig. Einfacher ist es, zunächst die Molwärme C_p bei konstantem Druck zu bestimmen und diese mittels Gleichung

$$C_V = C_p - 9 \cdot \alpha^2 \cdot \kappa V_0 \cdot T \quad (11)$$

umzurechnen. Dabei bezeichnet κ das Kompressionsmodul, T die Temperatur, $V_0 = M/\rho$ das Molvolumen und den temperaturabhängigen Ausdehnungskoeffizient, der der Anleitung [4] entnommen wird. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 aufgeführt. Die Molwärme C_p kann mit der zugeführten elektrischen Energie bestimmt werden. Diese kann aus den Werten in Tabelle 1 mit

$$E = U \cdot I \cdot \Delta t, \quad (12)$$

$$C_p = \frac{M}{m} \cdot \frac{E}{\Delta T} \quad (13)$$

berechnet werden. Dabei steht E für die zugeführte Energie, U für die Spannung, I für die Stromstärke, Δt für das Zeitintervall, ΔT für den Temperaturunterschied, M für die molare Masse und m für die Probenmasse. In Tabelle 1 sind außer den bereits genannten Größen die berechneten Molwärmen eingetragen. Alle materialspezifischen Konstanten werden der Quelle [2] entnommen.

$$\begin{aligned}M &= 0,0635 \, \text{kgmol}^{-1} \\ \kappa &= 137 \, \text{GPa} \\ \rho &= 8960 \, \text{kgm}^{-3}\end{aligned}$$

Die Masse der Probe beträgt nach der Anleitung [4] $m = 0,342 \, \text{kg}$. Die Messunsicherheiten werden über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit den folgenden Formeln berechnet:

$$\begin{aligned}\sigma_E &= \sqrt{I^2 U^2 \sigma_{\Delta T}^2 + I^2 \Delta T^2 \sigma_U^2 + U^2 \Delta T^2 \sigma_I^2} \\ \sigma_{C_p} &= \sqrt{\frac{E^2 M^2 \sigma_{\Delta T}^2}{\Delta T^4 m^2} + \frac{M^2 \sigma_E^2}{\Delta T^2 m^2}} \\ \sigma_{C_V} &= \sqrt{324 T^2 V_0^2 \alpha^2 \kappa^2 \sigma_\alpha^2 + 81 V_0^2 \alpha^4 \kappa^2 \sigma_T^2 + \sigma_{C_p}^2}.\end{aligned}$$

Zur Übersicht sind die Werte für C_V und C_p in Abbildung 2 und 3 in Abhängigkeit von der, über den Messwiderstand berechneten, Temperatur geplottet. Die Einheiten für C_V und C_p wurden in den Tabellen aus Platzgründen bewusst weggelassen und werden hier separat angegeben:

$$[C_V] = [C_p] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}.$$

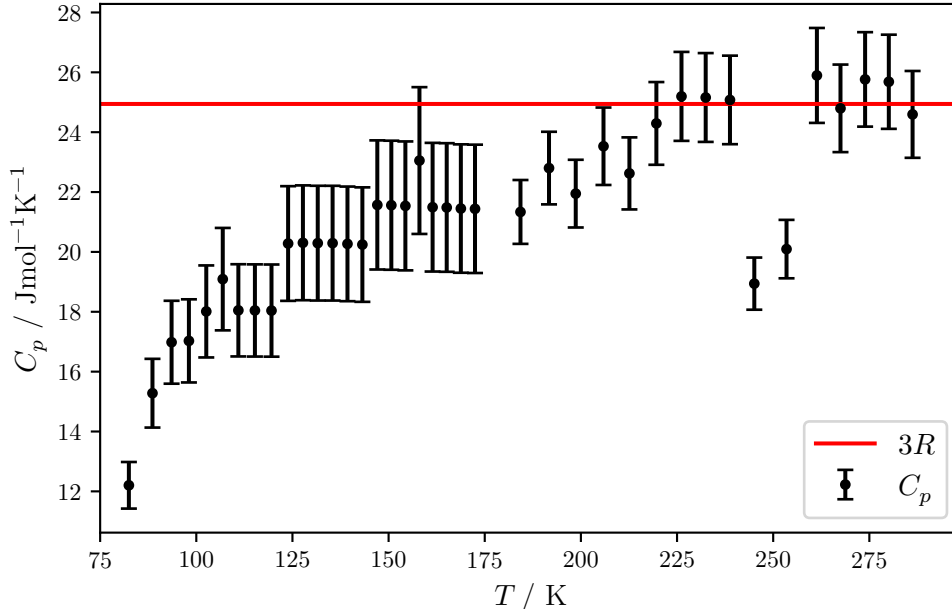


Abbildung 2: Die Molwärmen bei konstantem Druck in Abhängigkeit der Temperatur.

4.2 Experimentelle Bestimmung der Debye-Temperatur

Zur Bestimmung der Debye-Temperatur werden die Molwärmen C_V unter 170 K betrachtet. Die Quotienten θ_D/T können dann für ein gegebenes C_V aus der Debye-Funktion aus der Anleitung [4] ausgelesen werden. Die Werte dazu sind in der Tabelle 3 dargestellt. Durch einfache Multiplikation kann dann die Debye-Temperatur bestimmt werden.

4.3 Theoretische Bestimmung der Debye-Temperatur

Aus der Gleichung (7) lässt sich die Debye-Frequenz berechnen. Zuerst müssen aber die Größen L^3 und N_L bestimmt werden. Die Geschwindigkeiten v_l und v_{tr} sind aus der Anleitung [4] durch $4,7 \text{ kms}^{-1}$ und $2,26 \text{ kms}^{-1}$ gegeben. Die Teilchenzahl lässt sich durch den Zusammenhang

$$N_L = \frac{m}{M} \cdot N_A \quad (14)$$

Tabelle 1: Temperaturunterschied ΔT der Probe im Zeitintervall Δt , in dem die Spannung U und die Stromstärke I angelegt ist und resultierende Molwärme C_p .

$\Delta T/\text{K}$	U/V	I/A	$\Delta t/\text{s}$	C_p
6.14 ± 0.33	16.77 ± 0.01	0.1603 ± 0.0001	150 ± 5	12.2 ± 0.8
4.97 ± 0.33	16.90 ± 0.01	0.1613 ± 0.0001	150 ± 5	15.3 ± 1.1
4.51 ± 0.34	16.97 ± 0.01	0.1619 ± 0.0001	150 ± 5	17.0 ± 1.4
4.52 ± 0.34	17.02 ± 0.01	0.1622 ± 0.0001	150 ± 5	17.0 ± 1.4
4.29 ± 0.34	17.06 ± 0.01	0.1625 ± 0.0001	150 ± 5	18.0 ± 1.5
4.06 ± 0.34	17.09 ± 0.01	0.1627 ± 0.0001	150 ± 5	19.1 ± 1.7
4.30 ± 0.34	17.12 ± 0.01	0.1629 ± 0.0001	150 ± 5	18.0 ± 1.5
4.31 ± 0.34	17.14 ± 0.01	0.1630 ± 0.0001	150 ± 5	18.0 ± 1.5
4.32 ± 0.34	17.16 ± 0.01	0.1631 ± 0.0001	150 ± 5	18.0 ± 1.5
3.85 ± 0.34	17.17 ± 0.01	0.1632 ± 0.0001	150 ± 5	20.3 ± 1.9
3.85 ± 0.34	17.20 ± 0.01	0.1634 ± 0.0001	150 ± 5	20.3 ± 1.9
3.86 ± 0.34	17.21 ± 0.01	0.1635 ± 0.0001	150 ± 5	20.3 ± 1.9
3.87 ± 0.34	17.24 ± 0.01	0.1635 ± 0.0001	150 ± 5	20.3 ± 1.9
3.88 ± 0.34	17.24 ± 0.01	0.1636 ± 0.0001	150 ± 5	20.3 ± 1.9
3.88 ± 0.34	17.25 ± 0.01	0.1636 ± 0.0001	150 ± 5	20.2 ± 1.9
3.65 ± 0.34	17.26 ± 0.01	0.1636 ± 0.0001	150 ± 5	21.6 ± 2.2
3.65 ± 0.34	17.27 ± 0.01	0.1637 ± 0.0001	150 ± 5	21.6 ± 2.2
3.66 ± 0.34	17.27 ± 0.01	0.1638 ± 0.0001	150 ± 5	21.5 ± 2.2
3.42 ± 0.35	17.28 ± 0.01	0.1638 ± 0.0001	150 ± 5	23.1 ± 2.5
3.67 ± 0.35	17.29 ± 0.01	0.1638 ± 0.0001	150 ± 5	21.5 ± 2.1
3.68 ± 0.35	17.30 ± 0.01	0.1639 ± 0.0001	150 ± 5	21.5 ± 2.1
3.68 ± 0.35	17.30 ± 0.01	0.1639 ± 0.0001	150 ± 5	21.4 ± 2.1
3.69 ± 0.35	17.31 ± 0.01	0.1640 ± 0.0001	150 ± 5	21.4 ± 2.1
8.13 ± 0.35	17.32 ± 0.01	0.1641 ± 0.0001	300 ± 5	21.3 ± 1.1
7.42 ± 0.35	17.33 ± 0.01	0.1641 ± 0.0001	300 ± 5	22.8 ± 1.2
6.95 ± 0.35	17.33 ± 0.01	0.1641 ± 0.0001	300 ± 5	21.9 ± 1.1
7.22 ± 0.35	17.34 ± 0.01	0.1642 ± 0.0001	300 ± 5	23.5 ± 1.3
6.74 ± 0.35	17.34 ± 0.01	0.1642 ± 0.0001	300 ± 5	22.6 ± 1.2
7.01 ± 0.35	17.34 ± 0.01	0.1642 ± 0.0001	300 ± 5	24.3 ± 1.4
6.5 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1642 ± 0.0001	300 ± 5	25.2 ± 1.5
6.3 ± 0.4	17.35 ± 0.01	0.1643 ± 0.0001	300 ± 5	25.2 ± 1.5
6.3 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1643 ± 0.0001	300 ± 5	25.1 ± 1.5
6.3 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1643 ± 0.0001	300 ± 5	18.9 ± 0.9
8.4 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1643 ± 0.0001	300 ± 5	20.1 ± 1.0
7.9 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1644 ± 0.0001	300 ± 5	25.9 ± 1.6
6.1 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1644 ± 0.0001	300 ± 5	24.8 ± 1.5
6.4 ± 0.4	17.34 ± 0.01	0.1644 ± 0.0001	300 ± 5	25.8 ± 1.6
6.2 ± 0.4	17.33 ± 0.01	0.1644 ± 0.0001	300 ± 5	25.7 ± 1.6
6.2 ± 0.4	17.33 ± 0.01	0.1644 ± 0.0001	300 ± 5	24.6 ± 1.5

Tabelle 2: Die Molwärme C_p , die Temperatur T , der temperaturabhängige Ausdehnungskoeffizient α und die daraus resultierende Molwärme C_V .

T/K	C_p	α/K	C_V
82.47 ± 0.24	12.2 ± 0.8	$(8,693 \pm 0,022) \cdot 10^{-6}$	$12.1 + / - 0.8$
88.60 ± 0.24	15.3 ± 1.1	$(9,260 \pm 0,022) \cdot 10^{-6}$	$15.2 + / - 1.1$
93.57 ± 0.24	17.0 ± 1.4	$(9,720 \pm 0,022) \cdot 10^{-6}$	$16.9 + / - 1.4$
98.08 ± 0.24	17.0 ± 1.4	$(1,0137 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	16.9 ± 1.4
102.59 ± 0.24	18.0 ± 1.5	$(1,0554 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	17.9 ± 1.5
106.88 ± 0.24	19.1 ± 1.7	$(1,0951 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	19.0 ± 1.7
110.94 ± 0.24	18.0 ± 1.5	$(1,1326 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	17.9 ± 1.5
115.24 ± 0.24	18.0 ± 1.5	$(1,1724 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	17.9 ± 1.5
119.55 ± 0.24	18.0 ± 1.5	$(1,2123 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	17.9 ± 1.5
123.87 ± 0.24	20.3 ± 1.9	$(1,2523 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	20.1 ± 1.9
127.72 ± 0.24	20.3 ± 1.9	$(1,2879 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	20.1 ± 1.9
131.58 ± 0.24	20.3 ± 1.9	$(1,3235 \pm 0,0022) \cdot 10^{-5}$	20.1 ± 1.9
135.44 ± 0.24	20.3 ± 1.9	$(1,3465 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	20.1 ± 1.9
139.31 ± 0.24	20.3 ± 1.9	$(1,3545 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	20.0 ± 1.9
143.18 ± 0.24	20.2 ± 1.9	$(1,3626 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	20.0 ± 1.9
147.07 ± 0.24	21.6 ± 2.2	$(1,3707 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.3 ± 2.2
150.71 ± 0.24	21.6 ± 2.2	$(1,3783 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.3 ± 2.2
154.36 ± 0.24	21.5 ± 2.2	$(1,3859 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.3 ± 2.2
158.02 ± 0.24	23.1 ± 2.5	$(1,3935 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	22.8 ± 2.5
161.44 ± 0.24	21.5 ± 2.1	$(1,4006 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.2 ± 2.1
165.11 ± 0.24	21.5 ± 2.1	$(1,4082 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.2 ± 2.1
168.79 ± 0.25	21.4 ± 2.1	$(1,4158 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.2 ± 2.1
172.47 ± 0.25	21.4 ± 2.1	$(1,4235 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.1 ± 2.1
184.29 ± 0.25	21.3 ± 1.1	$(1,4481 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.0 ± 1.1
191.71 ± 0.25	22.8 ± 1.2	$(1,4635 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	22.4 ± 1.2
198.66 ± 0.25	21.9 ± 1.1	$(1,4780 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	21.6 ± 1.1
205.88 ± 0.25	23.5 ± 1.3	$(1,4930 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	23.1 ± 1.3
212.62 ± 0.25	22.6 ± 1.2	$(1,5070 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	22.2 ± 1.2
219.63 ± 0.25	24.3 ± 1.4	$(1,5216 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	23.8 ± 1.4
226.15 ± 0.25	25.2 ± 1.5	$(1,5352 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	24.7 ± 1.5
232.45 ± 0.25	25.2 ± 1.5	$(1,5482 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	24.7 ± 1.5
238.76 ± 0.25	25.1 ± 1.5	$(1,5614 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	24.6 ± 1.5
245.09 ± 0.25	18.9 ± 0.9	$(1,5745 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	18.4 ± 0.9
253.47 ± 0.25	20.1 ± 1.0	$(1,5920 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	19.5 ± 1.0
261.36 ± 0.26	25.9 ± 1.6	$(1,6084 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	25.3 ± 1.6
267.50 ± 0.26	24.8 ± 1.5	$(1,6211 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	24.2 ± 1.5
273.90 ± 0.26	25.8 ± 1.6	$(1,6344 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	25.1 ± 1.6
280.06 ± 0.26	25.7 ± 1.6	$(1,6473 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	25.0 ± 1.6
286.24 ± 0.26	24.6 ± 1.5	$(1,6601 \pm 0,0005) \cdot 10^{-5}$	23.9 ± 1.4

Tabelle 3: Die Molwärme C_v , der Quotient θ_D/T , die Temperatur T und die resultierende Debye-Temperatur θ_D .

C_V	θ_D/T	T/K	$\theta_D/$
12.1 ± 0.8	4.1	82.47 ± 0.24	338.1 ± 1.0
15.2 ± 1.1	3.3	88.60 ± 0.24	292.4 ± 0.8
16.9 ± 1.4	2.9	93.57 ± 0.24	271.4 ± 0.7
16.9 ± 1.4	2.9	98.08 ± 0.24	284.4 ± 0.7
17.9 ± 1.5	2.7	102.59 ± 0.24	277.0 ± 0.6
19.0 ± 1.7	2.4	106.88 ± 0.24	256.5 ± 0.6
17.9 ± 1.5	2.7	110.94 ± 0.24	299.5 ± 0.6
17.9 ± 1.5	2.7	115.24 ± 0.24	311.1 ± 0.6
17.9 ± 1.5	2.7	119.55 ± 0.24	322.8 ± 0.6
20.1 ± 1.9	2.1	123.87 ± 0.24	260.1 ± 0.5
20.1 ± 1.9	2.1	127.72 ± 0.24	268.2 ± 0.5
20.1 ± 1.9	2.1	131.58 ± 0.24	276.3 ± 0.5
20.1 ± 1.9	2.1	135.44 ± 0.24	284.4 ± 0.5
20.0 ± 1.9	2.2	139.31 ± 0.24	306.5 ± 0.5
20.0 ± 1.9	2.2	143.18 ± 0.24	315.0 ± 0.5
21.3 ± 2.2	1.8	147.07 ± 0.24	264.7 ± 0.4
21.3 ± 2.2	1.8	150.71 ± 0.24	271.3 ± 0.4
21.3 ± 2.2	1.8	154.36 ± 0.24	277.9 ± 0.4
22.8 ± 2.5	1.3	158.02 ± 0.24	205.4 ± 0.3
21.2 ± 2.1	1.8	161.44 ± 0.24	290.6 ± 0.4
21.2 ± 2.1	1.8	165.11 ± 0.24	297.2 ± 0.4
21.2 ± 2.1	1.8	168.79 ± 0.25	303.8 ± 0.4

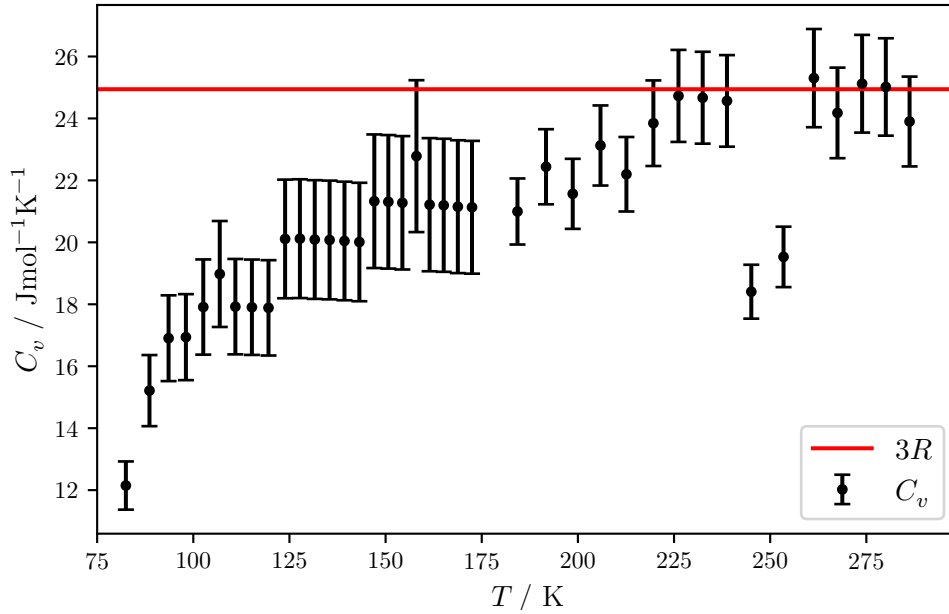


Abbildung 3: Die Molwärmen bei konstantem Volumen in Abhängigkeit der Temperatur.

berechnen. Das Volumen L^3 kann bestimmt werden durch:

$$L^3 = V = V_0 \cdot \frac{m}{M} \quad (15)$$

Schlussendlich folgt die Debye-Frequenz mit $\omega_D = 43 \cdot 10^{12}$ Hz. Daraus lässt sich mit der Gleichung

$$\theta_D = \hbar \cdot \omega_D \quad (16)$$

die Debye-Temperatur $\theta_D = 332,48$ K bestimmen.

5 Diskussion

Die Angleichung der Temperaturen von Probe und Probengehäuse ist notwendig, um Verluste durch Wärmestrahlung zu unterdrücken. Da das Heizsystem des Gehäuses nicht an die Probenheizung angepasst arbeitet, muss es von Hand eingestellt und gegebenenfalls nachjustiert werden. Weiterhin reagiert das System träge auf Leistungsanpassungen. Es konnte daher die obige Forderung nicht mit Sicherheit gewährleistet werden und somit ist von störenden Effekten, die das Ergebnis beeinflussen, auszugehen. Außerdem kann der Austausch von Wärme durch Konvektion nicht ganz ausgeschlossen werden, da im Rezipienten kein totales Vakuum herrscht.

Für die Debye-Temperatur wurden für Kupfer der angegebenen Masse folgende Werte gefunden.

$$\theta_{D, \text{Messung}} = (285,22 \pm 0,12) \text{ K}, \quad (17)$$

$$\theta_{D, \text{Th.}} = 332,48 \text{ K} \quad (18)$$

Mit dem Literaturwert [3]

$$\theta_{D, \text{Lit.}} = 345 \text{ K} \quad (19)$$

ergeben sich die prozentualen Abweichungen

$$\Delta\theta_D = 17,33 \%, \quad (20)$$

$$\Delta\theta_{D, \text{Th.}} = 3,63 \%. \quad (21)$$

Dies sind vertretbare Abweichungen im Rahmen einer nicht aufwendig vorbereiteten Messung, obwohl der Literaturwert nicht in der einfachen Standardabweichung von θ_D liegt.

Die Molwärme ist keine in Standardwerken aufgeführte Größe, da sie von der Probenmenge abhängt. Die spezifische Wärmekapazität ist eine Materialkonstante und wird als Molwärme pro Masse definiert. Die spezifische Wärmekapazität ist wie die Molwärme von der Temperatur abhängig und wird in Tabellenwerken bei fester Temperatur angegeben. Der Vergleich der experimentell bestimmten Molwärme erfolgt mit der spezifischen Wärmekapazität und der molaren Masse M zu

$$C_{p, T > 260 \text{ K}} = (25,35 \pm 0,35) \frac{\text{J mol}}{\text{K}} \quad (22)$$

$$C_{p, \text{Lit.}} = c_{p, \text{Lit.}} \cdot M_{\text{Kupfer}} = 24,45 \frac{\text{J mol}}{\text{K}}, \quad (23)$$

$$(24)$$

bei Raumtemperatur [1], woraus sich die Abweichung

$$\Delta C_p = 3,68 \% \quad (25)$$

ergibt. Die geringe Abweichung lässt auf einen zufriedenstellenden Aufbau und Durchführung des Experimentes schließen. Mit den Ergebnissen des Experimentes, aufbauend auf die Debye-Theorie, kann diese als gute Näherung erkannt werden.

Literatur

- [1] Chemie.de. *Spezifische Wärmekapazität*. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html (besucht am 21.11.2019).
- [2] GoodFellow. *Kupfer (Cu)*. URL: <http://www.goodfellow.com/G/Kupfer.html> (besucht am 21.11.2019).
- [3] Charles Kittel. *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2005.
- [4] V47 Molwärme. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/951414/mod_resource/content/1/V47.pdf (besucht am 18.11.2019).