

V21

# Optisches Pumpen

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.12.19

Abgabe: 09.12.19

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Magnetische Momente und Landé-Faktoren . . . . .	3
2.2	Aufspaltung der Energieniveaus . . . . .	4
2.3	Optisches Pumpen . . . . .	6
2.4	Hochfrequenz-Spektroskopie . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
5.1	Kompensation des Erdmagnetfeldes . . . . .	9
5.2	Landé-Faktoren und Kernspins . . . . .	9
5.3	Isotopenverhältnis . . . . .	11
5.4	Quadratischer Zeeman-Effekt . . . . .	13
5.5	Untersuchung der transienten Effekte . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>
	<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Ziel

Das Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Landé-Faktoren und der Kernspins der Rubidium-Isotope  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$  mit der Hochfrequenzspektroskopie. Zusätzlich wird das Erdmagnetfeld und das Isotopenverhältnis vermessen und mit theoretischen Werten verglichen.

## 2 Theorie

### 2.1 Magnetische Momente und Landé-Faktoren

In der halbklassischen Deutung erzeugt ein Elektron durch seine Kreisbewegung ein Magnetfeld, welches dem magnetischen Moment des Bahndrehimpulses entspricht. Dieses magnetische Moment koppelt mit dem magnetischen Moment des Spins und es lässt sich folgende Verknüpfung aufstellen

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L} . \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $\vec{S}$  den Spin,  $\vec{L}$  den Bahndrehimpuls und  $\vec{J}$  Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle. Der Gesamtdrehimpuls  $\vec{F}$  des Atoms setzt sich aus der Kopplung des Gesamtdrehimpulses  $\vec{J}$  und dem Kernspin  $\vec{I}$  zusammen:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad (2)$$

Die jeweiligen magnetischen Momente stehen antiparallel zu den entsprechenden Vektoren und unterscheiden sich durch einen konstanten Term im Betrag.

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad (3)$$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (5)$$

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{S} \quad (6)$$

$$\vec{\mu}_I = -g_I \mu_K \vec{I} \quad (7)$$

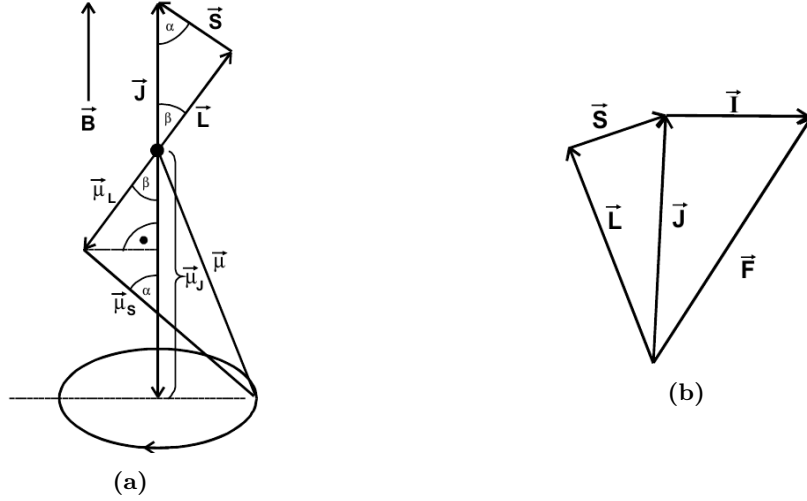
Die konstanten Terme vor den Drehimpulsen ergeben sich aus dem Bohrschen Magneton  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ , dem Kernmagneton  $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p}$  und dem Landé-Faktor  $g$ , welcher teilchenspezifisch ist.

Aufgrund der Präzessionsbewegung um die Gesamtdrehimpulsrichtung  $\vec{J}$  mitteln sich alle senkrecht dazu stehenden Komponenten des magnetischen Moments  $\vec{\mu}_J$  zeitlich heraus (siehe Abb. 1a). Aus den Beträgen der magnetischen Momente

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (8)$$

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (9)$$

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (10)$$



**Abbildung 1:** Geometrische Anordnung der zuvor beschriebenen Drehimpulse und den dazugehörigen magnetischen Momenten.

folgt nach Abbildung 1b der geometrische Zusammenhang

$$|\vec{\mu}_J| = |\vec{\mu}_L| \cos(\beta) + |\vec{\mu}_S| \cos(\alpha) . \quad (11)$$

Mit dem magnetische Moment des Kerns

$$|\vec{\mu}_I| = g_I \mu_k \sqrt{I(I+1)} \quad (12)$$

und Gleichung 11 lässt sich das magnetische Moments des Atoms unter Berücksichtigung von Abbildung 1b berechnen:

$$|\vec{\mu}_F| = |\vec{\mu}_J| \cos(\vec{J}, \vec{F}) + |\vec{\mu}_I| \cos(\vec{I}, \vec{F}) . \quad (13)$$

Der zweite Summand kann aufgrund des Massenunterschieds zwischen Nukleon und Elektron ( $\mu_K \ll \mu_B$ ) vernachlässigt werden. Mit dem Kosinussatz ergibt sich zum Schluss für den Landé-Faktor des Kerns der Ausdruck:

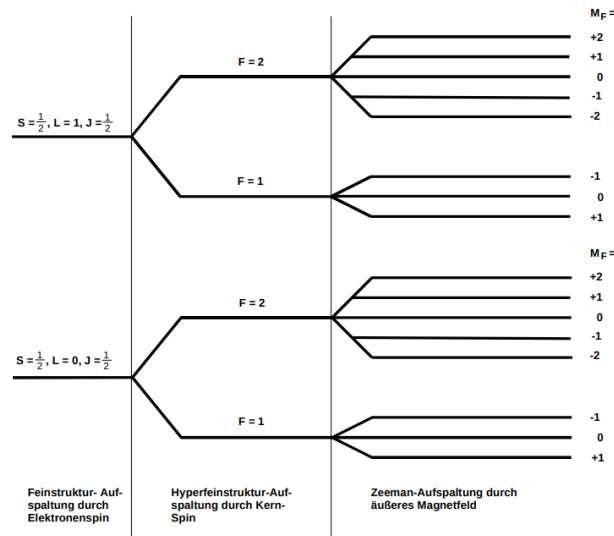
$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} . \quad (14)$$

## 2.2 Aufspaltung der Energieniveaus

Die Energieniveaus der Coulomb-Wechselwirkung spalten sich auf unter Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung. Je nach Ausrichtung der magnetischen Momente der Elektronen haben diese eine etwas andere Energie. Diese Aufspaltung ist deutlich kleiner als die Energiedifferenz zwischen den Anregungsniveaus 1s, 2s usw und wird deshalb als Feinstruktur bezeichnet. Durch die Kopplung des Kernspins und dem Drehimpuls des Elektronenhülle komm es zu einer weiteren Aufspaltung, die als Hyperfeinstruktur

bezeichnet wird. In einem äußeren Magnetfeld erzeugt das magnetische Moment ein Drehmoment. Die dabei entstehende potentielle Energie wird als Zeemanenergie  $U_{\text{mag}}$  bezeichnet und sorgt für die Aufspaltung der Energieniveaus (Zeeman-Effekt). In Abbildung 2) sind die Aufspaltung der verschiedenen Energieniveaus dargestellt. Da nur die zum Feld parallelen Komponenten von  $\vec{\mu}$  relevant sind, kann aufgrund der Richtungsquantelung das magnetische Moment durch die Orientierungsquantenzahl  $M$  ersetzt werden, sodass folgt

$$U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}\vec{B} = Mg\mu_B. \quad (15)$$



**Abbildung 2:** Aufspaltung der Energieniveaus unterteilt in die Bereiche der Feinstruktur, der Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Aufspaltung.

Die Energiedifferenz zwischen den Zeeman-Niveaus unter Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur beträgt

$$U_{\text{HF}} = M_F g_F \mu_B B. \quad (16)$$

Die Näherung der Energiedifferenz in zweiter Ordnung wird als Breit-Rabi-Formel bezeichnet

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}}, \quad (17)$$

wobei  $\Delta E_{\text{Hy}}$  für die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur zwischen den Niveaus mit den Quantenzahlen  $F$  und  $F + 1$  steht.

## 2.3 Optisches Pumpen

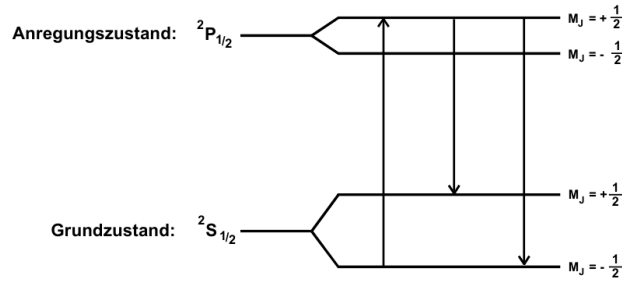
Befinden sich zwei Zustände im thermischen Gleichgewicht, gilt nach der Boltzmann-Verteilung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_b \cdot T}\right) \quad (18)$$

wobei  $N_1$ ,  $g_1$  und  $E_1$  Dichte, Entartungsgrad und Energie im niedrigeren Zustand sind.  $N_2$ ,  $g_2$  und  $E_2$  sind die entsprechenden Größen im höheren Zustand. Eine Besetzungsinversion

$$\frac{N_2}{N_1} > \frac{g_2}{g_1}$$

kann also nur vorliegen, wenn sich das System nicht im thermischen Gleichgewicht befindet. Dafür muss dem System ständig Energie hinzugefügt werden, was in diesem Experiment durch das optische Pumpen erfolgt. Anhand der von Abbildung 3 soll dieses Prinzip beschrieben werden.



**Abbildung 3:** Aufspaltung der Energieniveaus ohne Hyperfeinstruktur eines Alkali-Atoms mit eingezeichneten erlaubten Übergängen, die durch Anregung bzw. spontane Emission verursacht werden.

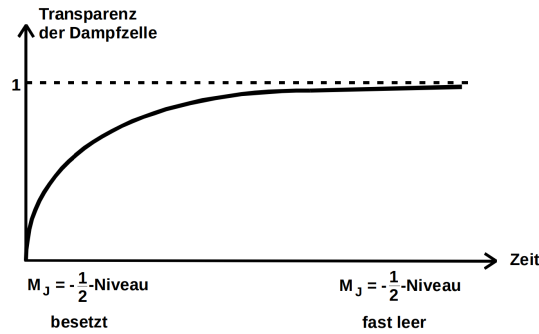
Für das Erreichen einer Inversion wird rechtszirkular-polarisiertes Licht eingestrahlt. Aufgrund der Auswahlregel  $\Delta M_J = +1$  gehen die Elektronen im niedrigeren Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) in den angeregten Zustand  $^2P_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) über. Die Elektronen im höheren Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) werden nicht angeregt, da kein Zustand existiert, der die Auswahlregel erfüllt. Im angeregten Zustand  $^2P_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) befindliche Elektronen gehen durch spontane Emission, bei der ein Photon emittiert wird, wieder in einen der beiden Grundzustände über. Dabei ist es annähernd gleich wahrscheinlich, dass der Übergang in den Zustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) und  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) stattfindet. Da die Rate der spontanen Emission proportional zu  $\omega^3$  ist ( $\omega$  = Frequenz des emittierten Photons), erfolgt der Übergang vom Anregungszustand in einen der beiden Grundzustände deutlich schneller als vom höheren Grundzustand in den niedrigeren. Somit wird der niedrigere Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) leer gepumpt und es entsteht zu  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) eine Besetzungszahlinversion.

## 2.4 Hochfrequenz-Spektroskopie

Das im Kapitel 2.3 angesprochene Verfahren kann unter anderem dazu verwendet werden, die Abstände zwischen zwei Energieniveaus zu vermessen. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten wie Elektronen, nachdem sich eine Besetzungsinversion eingestellt hat, vom höheren Zustand in den niedrigeren Zustand übergehen können. Die erste Möglichkeit besteht in der bereits erwähnten spontanen Emission. Bei der zweiten Möglichkeit, der induzierten Emission, wird ein durch ein Hochfrequenzfeld erzeugtes Photon eingestreut. Daraufhin wird ein in Polarität, Frequenz und Energie gleiches Photon emittiert und der Zustand geht in der Grundzustand über. Die dafür benötigte Energie des eingestrahlen Photons entspricht

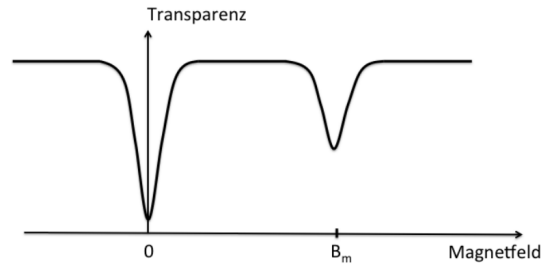
$$h\nu = g_J \mu_B B_m \Delta M_J . \quad (19)$$

Welcher der beiden Möglichkeiten dominiert ist frequenzabhängig, in dem vorliegenden Fall kann die spontane Emission vernachlässigt werden. Um die Breite der Energielücke zu bestimmen wird die Transparenz ausgenutzt, also der Anteil an einfallende Photonen, die nicht absorbiert werden. Die Transparenz wird maximal, wenn kein Photon mehr absorbiert wird. In dem vorliegenden Fall tritt dieses auf, wenn der niedrigere Grundzustand leer gepumpt wird und im hier verwendeten  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$  keine Photonen mehr zur Anregung absorbiert werden können. In Abbildung 4 ist die entstehende Transparenz gegen die Zeit aufgetragen. Zur Bestimmung der Breite der Bandlücke wird nun die Resonanzstelle



**Abbildung 4:** Verlauf der Transparenz in einer Alkali-Dampfzelle gegen die Zeit, in der  $D_1$ -Licht eingestrahlt wird.

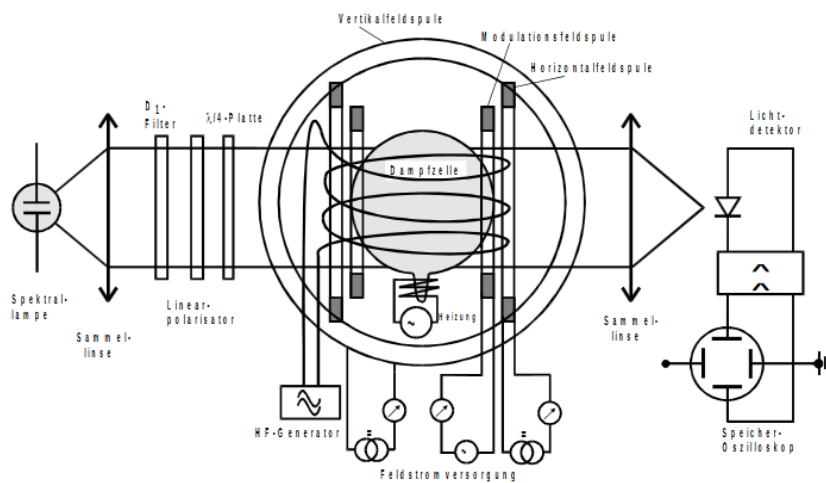
gesucht, die sich in der Transparenz widerspiegelt. In Abbildung 5 ist dieses Verhalten bei variierenden Magnetfeld dargestellt. Bei verschwindendem Magnetfeld findet keine Zeeman-Aufspaltung statt, wodurch bei  $B = 0$  die Transparenz auf Null absinkt. Mit der zweiten Resonanzstelle und Gleichung 19 kann somit die Breite der Bandlücke bestimmt werden.



**Abbildung 5:** Verlauf der Transparenz in einer Alkali-Dampfzelle gegen das Magnetfeld, bei angelegtem Hochfrequenzfeld. [1]

### 3 Aufbau

Der verwendete Versuchsaufbau nutzt als Photonenquelle eine Spektrallampe (siehe Abbildung 6). Das Licht wird, um nur  $D_1$ -Licht zu erhalten, durch eine Sammellinse fokussiert und daraufhin die entsprechende Wellenlänge heraus gefiltert. Mit einem  $\lambda/4$ -Plättchen wird eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$  erzeugt, wodurch das zuvor linear polarisierte Licht rechtszirkular polarisiert wird. Das Licht trifft dann auf eine Dampfzelle in der sich das  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$ -Gas befindet. Um diese Zelle herum befinden sich drei Helmholtz-Spulenpaare, eine Horizontalfeld-Spule, eine horizontale Modulationsfeldspule und eine Vertikalfeld-Spule. Die Hochfrequenzstrahlung wird mit einer RF-Spule erzeugt. Danach wird das Licht auf eine Si-Doide fokussiert, die die Intensität bestimmt und auf einem angeschlossenen Oszilloskop dargestellt.



**Abbildung 6:** Versuchsaufbau. [1]



## 4 Durchführung

Zu Beginn werden die optischen Elemente so positioniert, dass die Diodenspannung maximal wird. Dann wird der Versuchsaufbau parallel zu der horizontalen Komponente des Erdmagnetfelds ausgerichtet und die vertikale Komponente durch die Helmholtzspule kompensiert. Durch die vorgenommenen Einstellungen minimiert sich die Breite der Resonanzkurve.

In ersten Versuchsteil wird die angelegte Frequenz von 100 kHz in 100 kHz-Schritten bis 1 MHz erhöht. Für jede Frequenz wird die Resonanzstelle der beiden Rubidium-Isotope gesucht. Hier ist anzumerken, dass durch die zwei vorhandenen Isotope auch zwei Resonanzstellen erzeugt werden. Für diesen Vorgang wird die Modulationsspule verwendet, falls diese jedoch bei höheren Frequenzen nicht mehr ausreicht, wird zusätzlich ein horizontales Feld angelegt. Am Ende der Messreihe wird zusätzlich ein Bild des Kurvenverlaufs aufgenommen.

In zweiten Teil kommt ein zusätzlicher Funktionsgenerator zum Einsatz, der eine Rechteckspannung erzeugt mit einer Amplitude von 0 – 5 V und einer Frequenz von 5 Hz. Die an- und absteigende Flanke des Kurvenlaufs der Transparenz wird abfotografiert. Danach wird die Frequenz der Rechteckspannung in 1 V-Schritten im Bereich von 0,5 V – 10 V variiert und für jede Frequenz wird die Zeit für einen Periodendurchlauf bestimmt.

## 5 Auswertung

### 5.1 Kompensation des Erdmagnetfeldes

Die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes wird durch die vertikale Spule kompensiert. Das Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaar berechnet sich mit dem Spulenstrom  $I$ , der Windungszahl pro Spule  $N$  und dem Spulenradius  $R$ .

$$B = \mu_0 \frac{8 \cdot IN}{\sqrt{125} \cdot R} \quad (20)$$

Für die Vertikalspule gilt  $N = 20$  und  $R = 11.735 \text{ cm}$ . Bei dem Spulenstrom von  $I = 200 \text{ mA}$  ist der Einfluss des Erdmagnetfeldes am geringsten. Daraus ergibt sich die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes zu  $B_{\text{vert}} = 30.65 \mu\text{T}$ .

### 5.2 Landé-Faktoren und Kernspins

Die aufgenommenen RF-Frequenzen und Ströme für Horizontal und Sweepspule, bei denen die Transparenz ein Minimum hat, sind in Tabelle 1 zu finden.

**Tabelle 1:** RF-Frequenzen und Ströme der Horizontal- und Sweepspule.

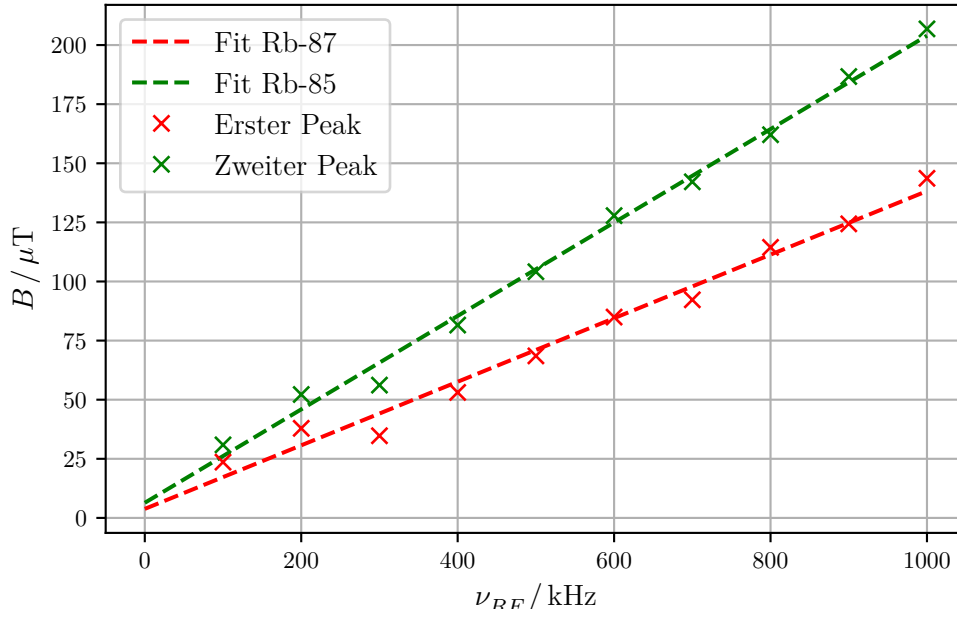
$\nu_{RF}/\text{kHz}$	$I_{H,87}/\text{A}$	$I_{S,87}/\text{A}$	$I_{H,85}/\text{A}$	$I_{S,85}/\text{A}$
100.0	0.0	0.391	0.0	0.512
200.0	0.0	0.628	0.0	0.865
300.0	0.009	0.445	0.009	0.8
400.0	0.033	0.4	0.033	0.872
500.0	0.063	0.22	0.063	0.81
600.0	0.0915	0.078	0.0915	0.789
700.0	0.099	0.09	0.0989	0.917
800.0	0.118	0.183	0.159	0.375
900.0	0.126	0.23	0.1881	0.36
1000.0	0.149	0.209	0.219	0.245

Aus den oben stehenden Strömen wird mit Gleichung 20 das Magnetfeld berechnet. Für die Horizontalspule gilt  $N = 154$  und  $R = 15.79 \text{ cm}$ , für die Sweepspule gilt  $N = 11$  und  $R = 16.39 \text{ cm}$ . Eine lineare Regression des Magnetfeldes gegen die eingestellte Frequenz liefert

$$B_{87} = (0.134 \pm 0.006) \mu\text{T}/\text{kHz} \cdot \nu + (4 \pm 3) \mu\text{T}$$

$$B_{85} = (0.198 \pm 0.006) \mu\text{T}/\text{kHz} \cdot \nu + (6.4 \pm 3.4) \mu\text{T}$$

Die Daten mit den zugehörigen oben genannten Geraden sind in Abbildung 7



**Abbildung 7:** Horizontales Magnetfeld gegen die Frequenz.

Gemäß Gleichung ?? folgen daraus die Landé-Faktoren.

$$g_{F,87} = 0.531 \pm 0.026$$

$$g_{F,85} = 0.362 \pm 0.010$$

Jetzt wird mit Gleichung ??  $g_J$  berechnet. Mit  $S = \frac{1}{2}$ ,  $L = 0$  und  $J = \frac{1}{2}$  folgt  $g_J = 2.0023$ . Für die Kernspins gilt

$$I = \frac{g_J}{2g_F - \frac{1}{2}} \quad (21)$$

Damit folgen

$$I_{87} = 1.38 \pm 0.09$$

$$I_{85} = 2.27 \pm 0.08$$

### 5.3 Isotopenverhältnis

Abbildung 8 zeigt ein typisches Signalbild. Das Amplitudenverhältnis der beiden beobachteten Transparenzminima entspricht dem Isotopenverhältnis der untersuchten Probe.

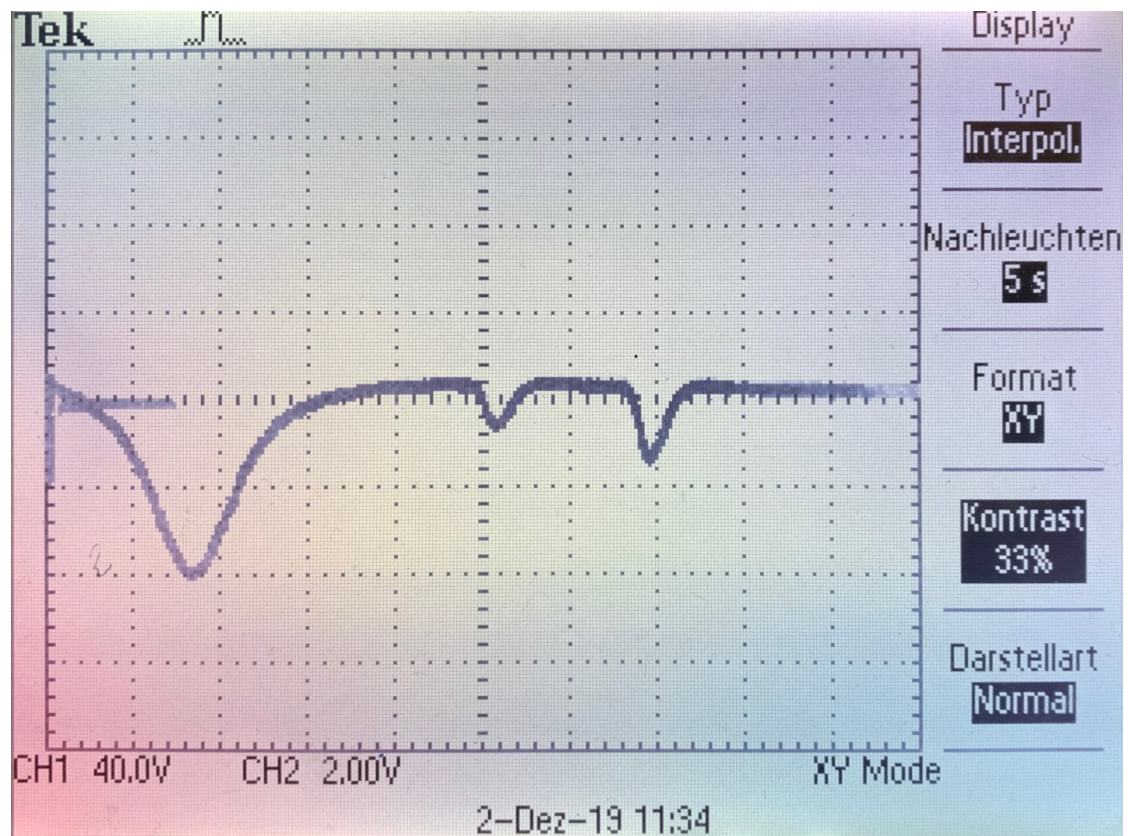


Abbildung 8: Oszilloskopbild bei 100 kHz.

$$\begin{aligned}
& \frac{N(^{85}\text{Rb})}{N(^{87}\text{Rb})} \\
&= \frac{4.0 \pm 0.5}{2.0 \pm 0.5} \\
&= 2 \pm 0.75
\end{aligned}$$

Die angenommene Abweichung kommt durch das nur bedingt genaue Ablesen der Amplituden.

#### 5.4 Quadratischer Zeeman-Effekt

Im Folgenden wird der Einfluss des quadratischen Zeeman-Effekte untersucht. Dazu wird die Formel

$$U_{\text{HF}} = g_{\text{F}} \mu_{\text{B}} B + g_{\text{F}}^2 \mu_{\text{B}}^2 B^2 \frac{(1 - 2M_{\text{F}})}{\Delta E_{\text{Hy}}} - \dots \quad (22)$$

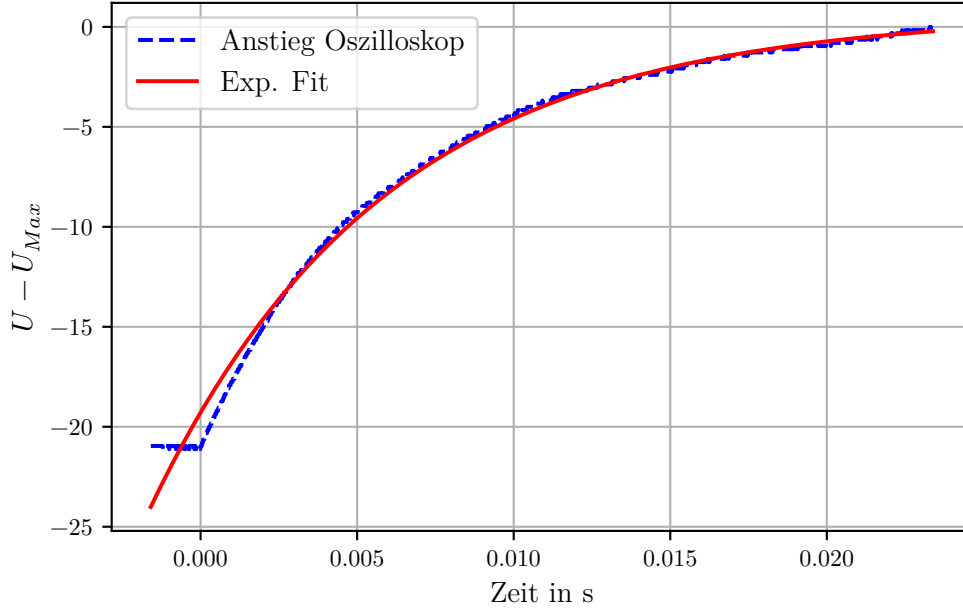
gegeben. In linearer Näherung folgt für die Zeeman-Energie

$$\begin{aligned}
U_{\text{HF},87,\text{linear}} &= (7.08 \pm 0.34) \cdot 10^{-28} J \\
U_{\text{HF},85,\text{linear}} &= (6.94 \pm 0.19) \cdot 10^{-28} J
\end{aligned}$$

und in quadratischer Näherung

$$\begin{aligned}
U_{\text{HF},87,\text{quad}} &= (2.49 \pm 0.24) \cdot 10^{-31} J \\
U_{\text{HF},85,\text{quad}} &= (1.06 \pm 0.06) \cdot 10^{-31} J
\end{aligned}$$

#### 5.5 Untersuchung der transienten Effekte



**Abbildung 9:** Oszilloskopdaten beim einschalten einer Rechteckspannung.

Abbildung 9 zeigt den exponentiellen Anstieg der Transparenz der Zelle auf der  $^{85}\text{Rb}$ -Resonanz beim Anlegen einer Rechteckspannung. Die aufgenommenen Messwerte zur Untersuchung der Abhängigkeit von Schwingungsperiode und angelegter Hochfrequenzamplitude sind in Tabelle 2 aufgeführt. Die Anpassung von Hyperbelfunktionen der Form

$$T = a + \frac{b}{U - c} \quad (23)$$

an die Messwerte liefert

$$T_{87} = (-0.034 \pm 0.027) \text{ ms} + \frac{(5.86 \pm 0.26) \text{ msV}}{U - (-0.45 \pm 0.09) \text{ V}}$$

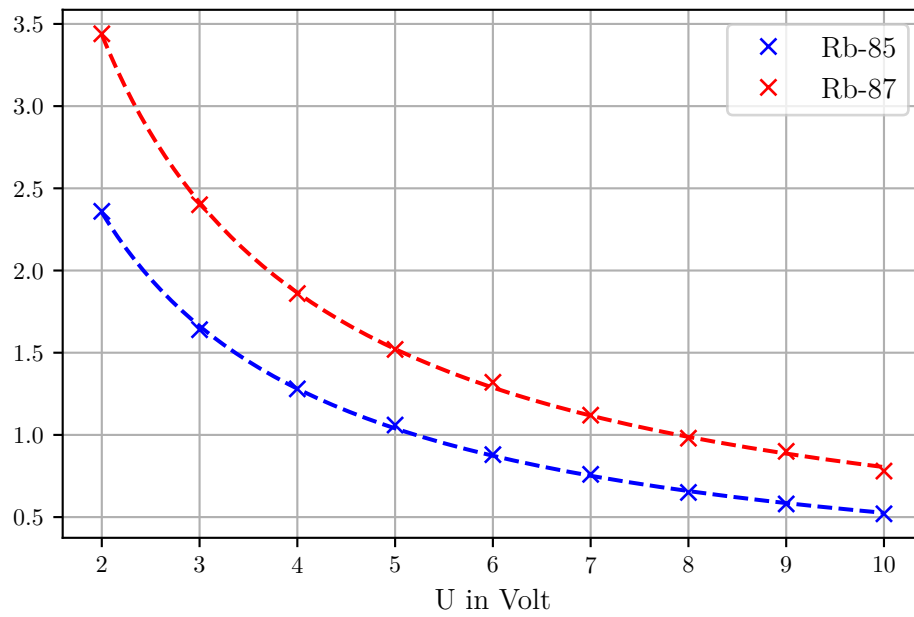
$$T_{85} = (0.039 \pm 0.035) \text{ ms} + \frac{(7.90 \pm 0.33) \text{ msV}}{U - (-0.33 \pm 0.08) \text{ V}}$$

Daraus folgt das Verhältnis

$$\frac{b_{85}}{b_{87}} = 1.35 \pm 0.08$$

**Tabelle 2:** Gemessene Periodendauer bei eingestellter Hochfrequenzamplitude.

$U/V$	$T_{87}/\text{ms}$	$T_{85}/\text{ms}$
2.0	2.36	3.44
3.0	1.64	2.4
4.0	1.28	1.86
5.0	1.06	1.52
6.0	0.88	1.32
7.0	0.76	1.12
8.0	0.65	0.98
9.0	0.58	0.9
10.0	0.52	0.78



**Abbildung 10:** Optimierte Hyperbelfunktionen und gemessene Daten gefittet.

## 6 Diskussion

Die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes wird zu  $B_{vert} = 30.65 \mu T$  bestimmt und weicht somit ungefähr um 32 % vom Literaturwert  $B_{vert,lit} = 45.07 \mu T$  ab. Aus der Regressionsgeraden für das Magnetfeld gegen die RF-Frequenz ergibt sich das horizontale Erdmagnetfeld als y-Achsen Abschnitt mit  $B_{vert} = 5.2 \mu T$ . Dieser Wert weicht um 73 % vom Literaturwert  $B_{hor,lit} = 19.33 \mu T$  ab. Mögliche Fehlerquellen sind Störfelder im Raum.

Die Kernspins der Rubidiumisotope wurden zu  $I_{87} = 1.38 \pm 0.09$  und  $I_{85} = 2.27 \pm 0.08$  berechnet. Damit liegen die theoretischen Werte  $I_{87,theo} = 1.5$  und  $I_{85,theo} = 2.5$  innerhalb von zwei und drei Standardabweichungen. Die Messung ist folglich als präzise einzuschätzen.

Das Isotopenverhältnis innerhalb der Dampfzelle wird zu  $\frac{N(^{85}\text{Rb})}{N(^{87}\text{Rb})} = 2 \pm 0.75$  berechnet. Bei einem natürlichen Verhältnis von 0.67 bedeutet es, dass die uns vorliegende Probe mit  $^{85}\text{Rb}$  angereichert wurde.

Der Vergleich des linearen und quadratischen Zeman-Effekts liefert einen Unterschied von drei Größenordnungen. Somit kann der quadratische Teil in den Berechnungen vernachlässigt werden.

Das zuletzt bestimmte Verhältnis der Parameter aus der angepassten Hyperbelfunktion ergibt sich zu  $\frac{b_{85}}{b_{87}} = 1.35 \pm 0.08$  und liegt innerhalb von zwei Standardabweichungen zum theoretischen Wert mit 1.5.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V21 - Optisches Pumpen*. URL: [https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/951410/mod\\_resource/content/1/V21.pdf](https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/951410/mod_resource/content/1/V21.pdf) (besucht am 06.12.2019).