

V46

Faraday-Effekt an Halbleitern

Durchführung: 13.06.2018

Abgabe: 21.06.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	1
2.1	Effektive Masse	1
2.2	Zirkulare Doppelbrechung	2
2.3	Berechnung des Polarisationswinkels beim Farady-Effekt	4
3	Versuchsaufbau und Durchführung	5
3.1	Versuchsaufbau	5
3.2	Versuchsdurchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Messung der Kraftflussdichte	6
4.2	Drehwinkel der Proben	8
4.3	Messung der effektiven Masse	9
4.4	Fehlerrechnung	13
5	Diskussion	13
5.1	Berechnung der Kraftflussdichte	13
5.2	Bestimmung des Drehwinkels	13
5.3	Bestimmung der effektiven Masse	14
	Literatur	14

1 Einleitung

Der Faraday-Effekt beschreibt die Drehung der Polarisationssebene eines Lichtstrahls bei einem Durchgang durch ein transparentes Medium, bei einem parallel zur Ausbreitungsrichtung angelegten Magnetfeld. Im folgenden Experiment soll dieser genutzt werden, um die effektive Masse von Elektronen in einem Halbleiter zu ermitteln.

2 Theorie

2.1 Effektive Masse

Kristalle besitzen im allgemeinen eine komplizierte Bandstruktur, jedoch reicht es für viele physikalische Effekte aus die Form des Leitungsbandes in der Nähe der unteren Bandkante zu kennen.

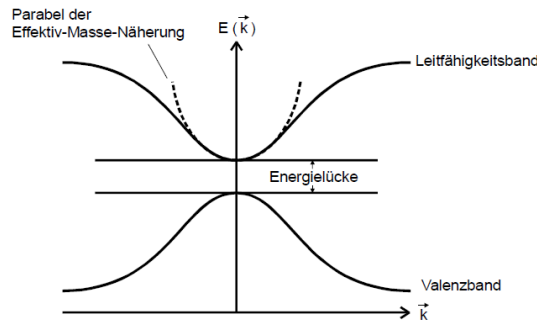


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers[1]

Wird das Minimum des Leitungsbandes bei $k=0$ angenommen, die Funktion $\epsilon(\vec{k})$ (ϵ =Elektronenenergie und \vec{k} = Wellenzahlvektor) in eine Taylorreihe entwickelt und ein geeignetes Koordinatensystem gewählt, dann gilt:

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial k_i} \right)^2. \quad (1)$$

Mit der Beziehung

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2)$$

kann die effektive Masse als

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2} \right)_{k=0}} \quad (3)$$

definiert werden. Falls der Kristall eine hohe Symmetrie besitzt und alle m_i^* gleich sind, ergeben sich kugelförmige Flächen konstanter Energie im \vec{k} -Raum:

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} . \quad (4)$$

Die Energieeigenwerte aus (4) sind Lösung der Schrödinger-Gleichung für freie Elektronen. Es können also Elektronen in einem Band mit kugelförmigen Energieflächen genauso wie freie Elektronen behandelt werden, wenn statt der Ruhemasse m_0 die effektive Masse m^* verwendet wird. Der Einfluss des periodischen Kristallpotentials wird durch die effektive Masse berücksichtigt und der Hamilton-Operator für ein Kristallelektron kann als

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \quad (5)$$

geschrieben werden. Es gilt die Quantenmechanik freier Teilchen. Des Weiteren ist beim Anlegen äußerer magnetischer oder elektrischer Felder das Newtonsche Grundgesetz gültig:

$$m \cdot \vec{b} = \vec{F} . \quad (6)$$

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

Als zirkulare Doppelbrechung wird die Fähigkeit eines Kristalls bezeichnet, die Polarisationsebene eines linear polarisierten Lichtstrahls beim Durchgang durch ein Medium zu drehen (s. Abb. 2).

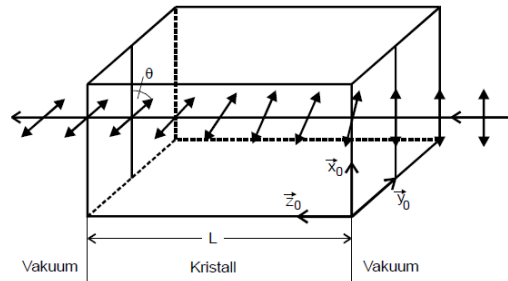


Abbildung 2: Drehung der Polarisationssebene beim Durchgang durch ein optisch aktives Medium [1]

Um dies zu erklären, wird angenommen, dass die Phasengeschwindigkeiten für links- und rechspolarisiertes Licht im Medium verschieden sind. Um den Drehwinkel θ zu berechnen, wird die linear polarisierte Welle in eine links- und rechspolarisierte Welle zerlegt:

$$E(z) = \frac{1}{2} (E_R(z) + E_L(z)) . \quad (7)$$

Außerdem wird angenommen, dass für die Wellenzahlen $k_R \neq k_L$ gilt. Mittels geeigneter Zerlegung von 7, den Abkürzungen

$$\psi := \frac{1}{2} (k_R + k_L) \quad (8)$$

und

$$\theta := \frac{1}{2} (k_R - k_L) \quad (9)$$

und der Eulerschen Formel ergibt sich für die linear polarisierte Welle an der Stelle $z=L$:

$$E(L) = E_0 e^{i\psi} (\cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{y}_0) . \quad (10)$$

Da $v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$ gilt, kann θ durch

$$\theta = \frac{L\omega}{2} \left(\frac{1}{v_{\text{Ph}_R}} - \frac{1}{v_{\text{Ph}_L}} \right) = \frac{L\omega}{2c} (n_R - n_L) \quad (11)$$

(n Brechungsindex) geschrieben werden. In einem Kristall entsteht zirkulare Doppelbrechung durch induzierte Dipolmomente, da permanente Dipole aufgrund ihrer großen Relaxationszeit nicht dem Wechselfeld der Lichtquelle folgen können. Die Dipolmomente können zum einen durch die auf den Gitterplätzen sitzenden Atome und zum anderen durch die Bandelektronen in Wechselwirkung mit den Atomrümpfen erzeugt werden. Insgesamt erzeugen die Dipolemomente eine makroskopische Polarisierung des Kristalls:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} . \quad (12)$$

Dabei ist χ die dielektrische Suszeptibilität. Im Allgemeinen ist diese ein Tensor dritter Stufe. Es kann gezeigt werden, dass Materie doppelbrechend wird, wenn χ die folgende Gestalt hat

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix} \quad (13)$$

und das

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \left(\sqrt{(1 + \chi_{xx}) \pm \chi_{xy}} \right) \quad (14)$$

gilt. Mit 8 ergibt sich dann für den Drehwinkel

$$\theta = \frac{L\omega}{2c} \left(\sqrt{(1 + \chi_{xx}) + \chi_{xy}} - \sqrt{(1 + \chi_{xx}) - \chi_{xy}} \right) . \quad (15)$$

Bei Entwicklung des Wurzelausdruckes in eine Reihe und Abbruch nach dem linearen Glied ergibt sich

$$\theta \approx \frac{L\omega}{2c^2} v_{\text{Ph}} \chi_{xy} = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy} . \quad (16)$$

2.3 Berechnung des Polarisationswinkels beim Farady-Effekt

Optisch inaktive Materie (χ diagonal) wird durch Anlegen eines externen Magnetfeldes doppelbrechend. Das Magnetfeld beeinflusst die Elektronen des Kristalls. Für ein gebundenes Elektron lautet die Bewegungsgleichung

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(\vec{r}) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}, \quad (17)$$

wobei \vec{r} die Auslenkung des Elektrons aus seiner Gleichgewichtslage, K eine Konstante und \vec{E} die Feldstärke der einfallenden Lichtwelle ist. Auf Grund des hohen ω kann nur eine Verschiebungspolarisation beobachtet werden. Damit gilt

$$\vec{P} = -N e_0 \vec{r}, \quad (18)$$

wobei N die Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit ist. Wird nun zum Beispiel ein Magnetfeld in z -Richtung angelegt, treten nicht-diagonale Komponenten in χ auf. Das Magnetfeld erniedrigt die Symmetrie des Kristalls. Schlussendlich ergibt sich für den Drehwinkel

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\epsilon_0 c} \frac{1}{m^2} \frac{\omega^2}{(-\omega^2 + \frac{K}{m}) - (\frac{e_0}{m} B \omega)^2} \frac{NBL}{n}. \quad (19)$$

Die Größe $\frac{K}{m}$ hat hier die Bedeutung einer Resonanzfrequenz ω_0 und $\frac{B e_0}{m}$ ist die Zyklotron-Frequenz. Für Messfrequenzen weit unter der Resonanzfrequenz gilt die Näherung

$$\theta(\lambda) \approx \frac{e_0^3}{2\epsilon_0 c} \frac{1}{m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n}. \quad (20)$$

Für den Fall freier Ladungsträger (19) und dem Grenzfall $\omega_0 \rightarrow 0$ folgt

$$\theta_{\text{frei}} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n} \quad (21)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

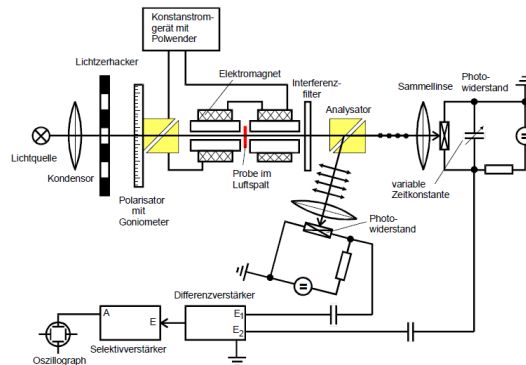


Abbildung 3: Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus [1]

Der verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt. Mittels einer Halogenlampe wird Infrarot-Licht erzeugt, welches durch eine Linse gebündelt wird und durch eine rotierende Sektorscheibe in Impulse zerhackt wird. Danach fällt es auf ein Glan-Thompson-Prisma, welches das Licht linear polarisiert und schließlich trifft es auf die scheibenförmige Probe, welche sich zwischen den Polschuhen eines großen Elektromagneten befindet. Anschließend monochromatisiert ein Interferenzfilter das Licht und der Lichtstrahl trifft auf ein zweites Glan-Thompson-Prisma. Dieses teilt den Lichtstrahl in zwei Strahlen auf, die senkrecht zueinander polarisiert sind. Die Intensitäten beider Strahlen werden durch Photowiderstände gemessen und die abfallende Wechselspannung über einen Kondensator ausgekoppelt und auf die Eingänge eines Differenzverstärkers gegeben. Dessen Ausgangsspannung verschwindet genau dann, wenn beide Signalspannungen in Betrag und Phase übereinstimmen. Das Signal wird dann über einen Selektivverstärker, der auf die Zerhackerfrequenz eingestellt ist, auf einen Oszillographen gegeben, welcher als Nulldetektor dient.

3.2 Versuchsdurchführung

Als erstes muss die Apparatur justiert werden. Es werden die Abdeckhauben der Photowiderstände entfernt und der Strahlengang bei sichtbarem Licht so justiert, dass auf den Photowiderständen eine maximale Lichtintensität ankommt. Danach wird der Zerhacker gestartet und der Selektivverstärker auf dessen Frequenz eingestellt. Zum Schluss wird noch überprüft, ob am Ausgang des Selektivverstärkers wirklich das Signal null erreicht werden kann. Zur Messung des Winkels θ wird der Winkel des Goniometers nun solange bei maximalem Magnetfeld variiert, sodass am Ausgang des Differenzverstärkers die Spannung null anliegt. Danach wird das Magnetfeld umgepolt und die Spannung wieder

auf null abgeglichen. Da das Feld sich insgesamt um $2B$ geändert hat kann der Winkel durch

$$\theta = \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_2) \quad (22)$$

berechnet werden. Diese Messung wird für n-dotiertes und hochreines GaAs für verschiedene Wellenlängen durchgeführt. Zum Schluss wird noch die Kraftflussdichte B in Abhängigkeit von z bei maximalen Feldstrom mit einer Hall-Sonde vermessen.

4 Auswertung

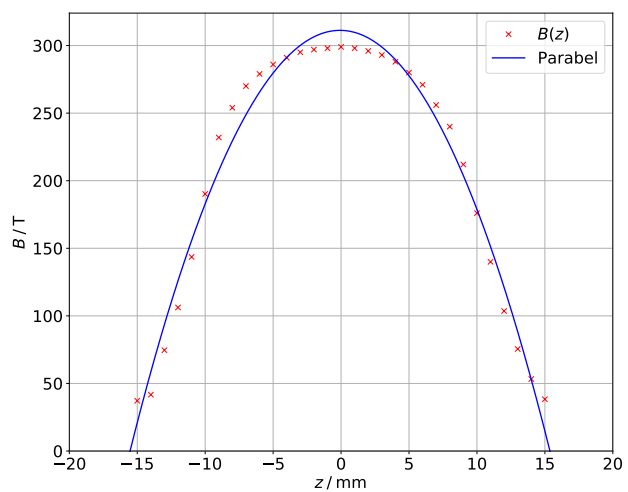
4.1 Messung der Kraftflussdichte

In Tabelle 4a sind die Messwerte der Kraftflussdichte dargestellt. Diese ist in Abhängigkeit vom Ort z angegeben. Dazu wird z_{rel} angegeben. Dies ist der relative Abstand zum Koordinatenursprung, welcher in den Ort der Probe gelegt wurde.

Für den Kraftfluss ist ebenfalls ein Plot mit Regression zur Veranschaulichung in Abbildung 4b dargestellt.

$B(z) / \text{mT}$	z / mm	$z_{\text{rel}} / \text{mm}$
51	65	-15
188	70	-10
209	72	-8
219	74	-6
222	75	-5
224	76	-4
225	77	-3
226	78	-2
225	79	-1
225	80	0
222	81	1
219	82	2
214	83	3
209	84	4
200	85	5
187	86	6
149	88	8
90	90	10
17	95	15

(a) Messwerte.



(b) Grafische Darstellung mit Regression.

Abbildung 4: Kraftflussdichte $B(z)$ in Abhängigkeit vom Ort z .

Die Regression wurde mit der Funktion

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (23)$$

und den Werten für $B(z_{\text{rel}})$ durchgeführt. Es ergeben sich

$$\begin{aligned} a &= (-1,30 \pm -0,04) \frac{\text{T}}{\text{m}^2} \\ b &= (-0,21 \pm -0,28) \frac{\text{T}}{\text{m}} \\ c &= (311 \pm -4) \text{mT} \end{aligned}$$

als Anpassungsparameter. Das Maximum der Anpassung liegt bei $(311 \pm -4) \text{mT}$

4.2 Drehwinkel der Proben

Aus den gemessenen Winkeln wird mit der Formel

$$\theta = \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_2) \quad (24)$$

die jeweiligen Drehwinkel berechnet. Für die drei verschiedenen Proben sind diese Werte zusammen mit der jeweiligen Wellenlänge und dem längennormierten Winkel in Tabelle 1 bis 3 aufgetragen.

Tabelle 1: Wellenlänge, θ_1 und θ_2 , der daraus berechnete Drehwinkel und längennormierter Drehwinkel für hochreines GaAs mit $L = 5,11 \cdot 10^{-3} \text{m}$.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / ^\circ \text{m}^{-1}$
1,06	334,00	312,00	11,00	2152,64
1,29	146,00	137,00	4,50	880,63
1,45	327,00	311,00	8,00	1565,56
2,16	334,00	328,00	3,00	587,08
2,34	2,00	-1,00	1,50	293,54
2,51	218,00	205,00	6,50	1272,02

Tabelle 2: Wellenlänge, θ_1 und θ_2 , der daraus berechnete Drehwinkel und längenormierter Drehwinkel für das erste n-dotierte GaAs mit $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und $L = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / ^\circ \text{ m}^{-1}$
1,06	140,00	132,00	4,00	2941,18
1,29	144,00	134,00	5,00	3676,47
1,45	145,00	137,00	4,00	2941,18
2,16	152,00	147,00	2,50	1838,24
2,34	178,00	181,00	1,50	1102,94
2,51	206,00	211,00	2,50	1838,24

Tabelle 3: Wellenlänge, θ_1 und θ_2 , der daraus berechnete Drehwinkel und längenormierter Drehwinkel für das zweite n-dotierte GaAs mit $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und $L = 1,296 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / ^\circ \text{ m}^{-1}$
1,06	277,00	267,00	5,00	3858,02
1,29	275,00	268,00	3,50	2700,62
1,45	141,00	135,00	3,00	2314,81
2,16	159,00	155,00	2,00	1543,21
2,34	187,00	185,00	1,00	771,60
2,51	206,00	209,00	1,50	1157,41

Zur Veranschaulichung sind die längennormierten Drehwinkel gegen das Quadrat der Wellenlänge geplottet worden. Dies ist in Abbildung 5 dargestellt.

4.3 Messung der effektiven Masse

Die Bestimmung der effektiven Masse wird durch die Differenzen von θ_{norm} des hochreinen GaAs und der beiden n-dotierten GaAs berechnet. Es wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Die Ausgleichsrechnung wurde mit Python [3], [6] durchgeführt. Diese wurde mit der Gleichung

$$g(x) = mx + b \quad (25)$$

bewerkstelligt. Die Anpassungsparameter ergeben für die erste Regression zu:

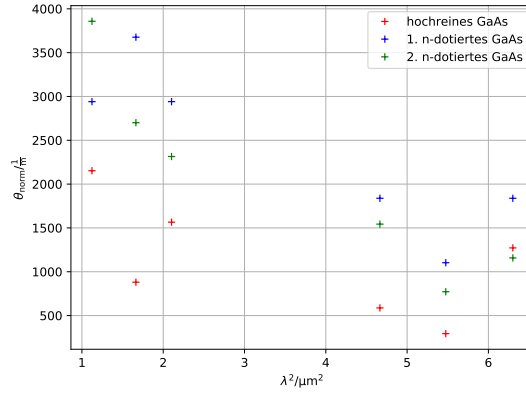


Abbildung 5: Die längennormierten Drehwinkel gegen das Quadrat der Wellenlänge.

$$m_1 = (-2,0 \pm 1,6) \cdot 10^2 \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$b_1 = (2,0 \pm 0,6) \cdot 10^2 \frac{1}{\text{m}}$$

Für die zweite Regression ergibt sich:

$$m_1 = (-2,7 \pm 0,8) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$b_1 = (1,91 \pm 0,32) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}}$$

Zur Berechnung der effektiven Masse wird nun die Gleichung 21 genutzt. Durch die Regression gilt dafür nun:

$$m_{1,2} = \frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^{*2}} \frac{NB}{n} \quad (26)$$

Daraus ergibt sich

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{1}{m_{1,2}^2} \frac{NB}{n}} \quad (27)$$

für die effektive Masse. Durch die negativen Werte der Steigung werden hier die absoluten Werte zur Berechnung genutzt. Die Theoriewerte wurden aus Quelle [2] übernommen.

Für N und B werden die bereits erwähnten Größen genutzt. Für den Brechungsindex wurde eine Anpassung genutzt. Als Funktion hierfür wurde

$$n(\lambda) = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda} + c \quad (28)$$

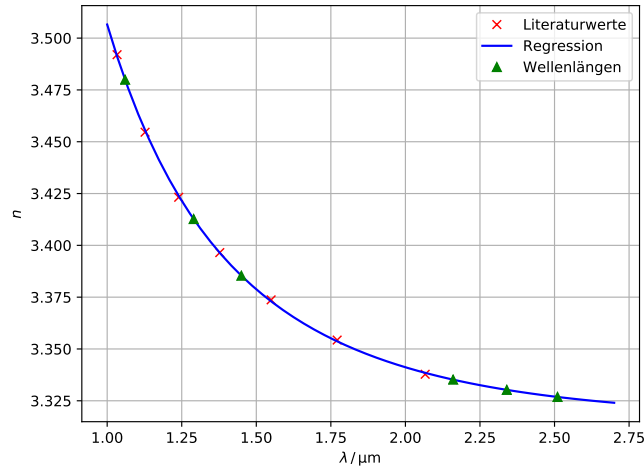
verwendet. Für die Anpassung ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned} a &= (0,315 \pm 0,015) \text{ m}^2 \\ b &= (-0,142 \pm 0,022) \text{ m} \\ c &= (3,333 \pm 0,008) \end{aligned}$$

Die daraus resultierenden Werte sind in Tabelle 6a aufgetragen. Die passende Anpassung hierzu ist in 6b dargestellt.

$\lambda/\mu\text{m}$	n	$m_{eff,1}/10^{-33}\text{kg}$	$m_{eff,2}/10^{-33}\text{kg}$
1,06	3,48	$1,44 \pm 0,58$	$0,81 \pm 0,12$
1,29	3,41	$1,45 \pm 0,58$	$0,82 \pm 0,12$
1,45	3,39	$1,46 \pm 0,58$	$0,82 \pm 0,12$
2,16	3,34	$1,47 \pm 0,59$	$0,83 \pm 0,12$
2,34	3,33	$1,47 \pm 0,59$	$0,83 \pm 0,12$
2,51	3,33	$1,47 \pm 0,59$	$0,83 \pm 0,12$

(a) Wellenlänge, gefitteter Brechungsindex und die daraus bestimmten effektiven Massen.



(b) Grafische Darstellung mit Regression.

Abbildung 6: Tabelle mit errechneten Werten und Regression für den Brechungsindex.

Damit ergeben sich die effektiven Massen zu

$$m_{\text{eff},1} = (1,5 \pm 0,6) \cdot 10^{-33} \text{ kg}$$

$$m_{\text{eff},2} = (8,2 \pm 1,2) \cdot 10^{-34} \text{ kg}$$

oder in vielfachen der Elektronenmasse zu:

$$\frac{m_{\text{eff},1}}{m_e} = (0,0016 \pm 0,0006)$$

$$\frac{m_{\text{eff},2}}{m_e} = (0,00090 \pm 0,00013)$$

Der Mittelwert aus beiden ergibt sich dann zu:

$$\frac{m_{\text{eff}}}{m_e} = (0,00125 \pm 0,00033) \quad (29)$$

Eine grafische Darstellung und eine Tabelle sind in 7 dargestellt.

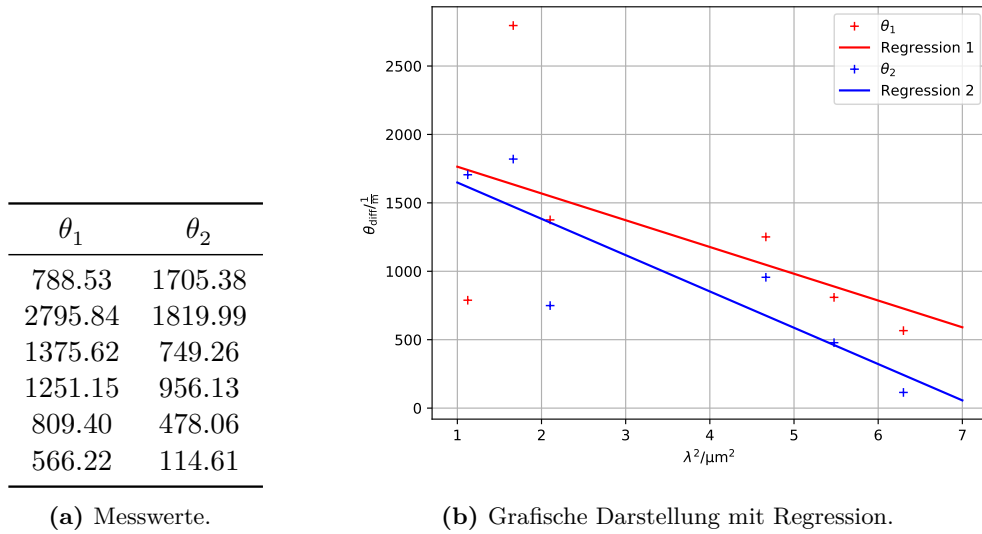


Abbildung 7: Der Drehwinkel der Leitungselektronen gegen die Wellenlänge zum Quadrat aufgetragen.

4.4 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung wird in Python [3] durchgeführt. Mittelwerte werden durch die Funktion `mean` aus dem Paket `Numpy` [6], die zugehörigen Standardabweichungen durch die Funktion `stats.sem` aus dem Paket `scipy` [4] berechnet. Fehlerfortpflanzung wird durch die Bibliothek `uncertainties.unumpy` [5] berechnet mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzungsformel:

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{df}{dx_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dx_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dx_n} \Delta x_n\right)^2}. \quad (30)$$

Mit allen Fehlerbehafteten Größen ergibt sich 30 zu

$$\Delta m^*(B, m_{1,2}) = \sqrt{\left(\frac{dm^*}{dB} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{dm^*}{dm_{1,2}} \Delta m_{1,2}\right)^2}. \quad (31)$$

5 Diskussion

5.1 Berechnung der Kraftflussdichte

Die Bestimmung der Kraftflussdichte hat gut funktioniert wie in 4b ersichtlich wird. Die Anpassung passt sich gut an die Werte an und das Maximum wurde ebenfalls gut approximiert.

5.2 Bestimmung des Drehwinkels

Bei der Bestimmung des Drehwinkels ergibt sich kein linearer Verlauf wie in Abbildung 5 zu sehen ist. Als weitere Problemquelle ist das sehr große Rauschen durch die Erwärmung des Elektromagneten und die sehr hohe Dunkelspannung der Photodioden zu erkennen. Die Größenordnung des Rauschens liegt hierbei in der Größenordnung der Messungen. Zudem wird die Messung durch die zu verwendenden Interferenzfilter erschwert. Diese lassen nur noch sehr wenig Licht hindurch, da diese in vorangegangenen Experimenten beschädigt wurden. Das Signal am Differenzverstärker war damit deutlich zu klein.

5.3 Bestimmung der effektiven Masse

Die Bestimmung der effektiven Masse ist hier ebenfalls nicht vernünftig verlaufen. Ebenfalls ist in den Daten der lineare Verlauf kaum zu erkennen. Das größte Problem dabei ist, dass die Steigung des linearen Verlaufs negativ ist, wodurch eine Bestimmung der effektiven Masse nicht möglich ist. Dies ist ein sehr großes Problem, da die Werte für die effektive Masse eigentlich damit komplex wären. Um überhaupt ein Resultat vorbringen zu können wurde hier der Betrag der Steigung verwendet. Das Ergebnis der Messung ergibt einen Unterschied von 98,13% zum Literaturwert was in diesem Fall verständlich ist.

Zum Abschluss lässt sich sagen, dass der Versuch leicht durchzuführen ist, jedoch besteht bei einigen Sachen noch Optimierungsbedarf. Bessere Abschirmung der Photodioden und bessere Photodioden im allgemeinen dürften die Messergebnisse schon deutlich verbessern. Zudem würde ein Austauschen der Interferenzfilter ebenfalls eine deutliche Verbesserung mit sich führen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V46.pdf>.
- [2] Filmetrics. *Brechungsindex von Gallium Arsenide*. 2018. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide>.
- [3] Python Software Foundation. „Python“. Version 3.6.3. In: (2017). URL: <http://python.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.