Richardson, SOR et conclusion

Beamer

Julien Huynh

15 avril 2019

Cyb'Air

Les limites de Jacobi et Gauss-Seidel

- Problème de fiabilité avec Jacobi et Gauss-Seidel au niveau de la convergence.

Les limites de Jacobi et Gauss-Seidel

- Problème de fiabilité avec Jacobi et Gauss-Seidel au niveau de la convergence.
- Nécessité de garantir une convergence.

Les limites de Jacobi et Gauss-Seidel

- Problème de fiabilité avec Jacobi et Gauss-Seidel au niveau de la convergence.
- Nécessité de garantir une convergence.

$$\boxed{\text{Méthode de Richardson}}$$

$\boxed{\text{Méthode de Richardson}}$

$$AX = b$$

$$\boxed{\text{Méthode de Richardson}}$$

$$AX = b \Leftrightarrow PX = (P - A)X + b$$

$$\text{Avec } P = \beta I,\ \beta \in \mathbb{R}^*$$

$$\Leftrightarrow X^{k+1} = (I - \gamma A)X^k + \gamma b$$

$$\text{Avec } \gamma = \frac{1}{\beta}$$

Méthode de Richardson

Modèle :

$$X^{k+1} = RX^k + K$$

Méthode de Richardson

Modèle :

$$X^{k+1} = RX^k + K$$

Caractéristiques :

- Matrice d'itération : $R = (I - \gamma A)$

Méthode de Richardson

Modèle :

$$X^{k+1} = RX^k + K$$

Caractéristiques :

- Matrice d'itération : $R = (I - \gamma A)$
- $K = \gamma b$

Intérêt de la méthode

La condition de convergence reste inchangée

Intérêt de la méthode

La condition de convergence reste inchangée

$$\rho(R) < 1$$

Intérêt de la méthode

La condition de convergence reste inchangée

$$\rho(R) < 1$$

Pour Richardson, la matrice d'itération dépend de γ

Intérêt de la méthode

La condition de convergence reste inchangée

$$\rho(R) < 1$$

Pour Richardson, la matrice d'itération dépend de γ

$\boxed{\text{Possibilité de choisir un } \gamma \text{ pour lequel la méthode converge}}$

Choix du paramètre γ

Objectifs

1. Assurer la convergence

Choix du paramètre γ

Objectifs

1. Assurer la convergence
2. Minimiser le temps de convergence

Choix du paramètre γ

Objectifs

1. Assurer la convergence
2. Minimiser le temps de convergence

$$\rho(R(\gamma)) = \max_i(|1 - \gamma\lambda_i|)$$

Choix du paramètre γ

Objectifs

1. Assurer la convergence
2. Minimiser le temps de convergence

$$\rho(R(\gamma)) = \max_i(|1 - \gamma\lambda_i|)$$
$$\gamma_{optimal} = \frac{2}{\lambda_1+\lambda_n}$$