

Найдите  $\prod_{k=1}^{\infty} \cos(x2^{-k})$ . Используем формулу двойного угла:

$$\cos(x2^{-k}) = \frac{1}{2} \frac{\sin(x2^{1-k})}{\sin(x2^{-k})}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^{\infty} \cos(x2^{-k}) &= \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{\sin(x2^{1-k})}{\sin(x2^{-k})} = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2^k} \frac{\sin x}{\sin(x2^{-k})} = \frac{\sin x}{x}. \end{aligned}$$