Посчитаем, для начала, вероятность того, что данные k элементов окажутся в цикле длины k. Всего перестановок $n!$, циклов $(k-1)!$, перестановок из оставшихся элементов $(n-k)!$. Тогда такая вероятность равна

$$p_k = \frac{1}{n!}(k-1)!(n-k)!$$

Пусть теперь они оказались в цикле длины $k+m$. Тогда мы дополнительно выбираем m элементов из $n-k$ и вероятность становится

$$p_{k+m} = \frac{1}{n!}C_{n-k}^{m}(k+m-1)!(n-k-m)!$$

Полная вероятность равна сумме

$$\sum_{m=0}^{n-k} p_{k+m} = \frac{1}{n!}\sum_{m=0}^{n-k} C_{n-k}^{m}(k+m-1)!(n-k-m)! =$$

$$= \frac{(n-k)!}{n!}\sum_{m=0}^{n-k}\frac{(k+m-1)!}{m!} = \frac{(n-k)!}{n!}\frac{k+m-m}{k}\sum_{m=0}^{n-k}\frac{(k+m-1)!}{m!} =$$

$$= \frac{(n-k)!}{kn!}\sum_{m=0}^{n-k}\left(\frac{(k+m)!}{m!} - \frac{m(k+m-1)!}{m!}\right) =$$

$$= \frac{(n-k)!}{kn!}\left(\sum_{m=1}^{n-k+1}\frac{m(k+m-1)!}{m!} - \sum_{m=0}^{n-k}\frac{m(k+m-1)!}{m!}\right) =$$

$$= \frac{(n-k)!}{kn!}\frac{(n-k+1)n!}{(n-k+1)!} = \frac{1}{k}.$$