

Будем генерировать случайную подстановку немного нестандартным образом. Сначала равновероятно выберем случайную перестановку, а затем сопоставим ей циклы, заканчивающиеся на элементах в порядке тривиальной перестановки. Например, для перестановок из 9 элементов

$$172598346 \rightarrow (1)(72)(5983)(4)(6)$$

$$592613478 \rightarrow (59261)(3)(4)(7)(8)$$

$$641982735 \rightarrow (641)(982)(73)(5)$$

Рассмотрим самый правый элемент из элементов под номерами $1 \dots k$ в такой записи. Любой из этих элементов может с одинаковой вероятностью быть самым правым. Чтобы данные k элементов лежали в одном цикле, самым правым из них может быть только элемент под номером 1. Поэтому искомая вероятность равна $1/k$.