Будем решать задачу от противного. Предположим, что у любой пары подмножеств из условия мощность симметрической разности больше двух. Возьмем тогда некоторую пару различных подмножеств A и B. Назовем $f(A)$ и $f(B)$ все возможные подмножества, у которых мощность симметрической разности с ними равна одному (эти подмножества не входят в 100). Ясно, что $|f(A)| = |f(B)| = 10$. Докажем, что $f(A)$ и $f(B)$ не пересекаются. В самом деле, пусть есть некоторое подмножество C, которое принадлежит $f(A)$ и $f(B)$ одновременно, то есть $|C \triangle A| = 1$ и $|C \triangle B| = 1$. Но тогда $|A \triangle B| = 2$, чего быть не может. Далее, поскольку для любой пары множеств $f(A)$ и $f(B)$ не пересекаются, то каждому множеству (из 100) можно поставить в соответствие 10 других множеств (не из 100). Таким образом, общее число подмножеств должно быть как минимум $11 \times 100 = 1100$. Но а нас есть только $2^{10} = 1024$ подмножества.

Примечание. Данное решение можно сформулировать более красиво, если рассмотреть представления подмножеств в 10-мерном бинарном пространстве $\{0, 1\}^{10}$, где стоит 1 если элемент принадлежит подмножеству и 0 в противном случае. Расстоянием между элементами пространства назовем расстояние Хэмминга, то есть число позиций, в которых соответствующие символы различны. Тогда единичная сфера в таком пространстве состоит из 10 точек, а если мы поместим в это пространство 100 точек, какие-то две сферы вокруг них должны пересечься. Центры таких сфер соответствуют подмножествам, у которых симметрическая разность имеет мощность не более двух.