Заметим, что

$$x_{k+1} - x_k = \frac{x_k + kx_{k-1}}{k+1} - x_k = \frac{k}{k+1}(x_{k-1} - x_k) =$$

$$= \frac{-k}{k+1}(x_k - x_{k-1}) = \frac{(-1)^k}{k+1}(x_1 - x_0) = \frac{(-1)^k}{k+1}.$$

Поскольку

$$\lim_{k\to\infty}(x_{k+1} - x_k) \to 0,$$

ряд сходится.

Найдем теперь члены ряда:

$$x_n = \sum_{k=1}^{n}(x_k - x_{k-1}) = \sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}}{k}.$$

Поскольку

$$\ln(t+1) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}t^k}{k},$$

находим, что

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \ln 2.$$