Рассмотрим все возможные элементы $x \in A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$. Для каждого из этих элементов построим матрицу B_x следующим образом:

$$(B_x)_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A_i \cap A_j; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В таком случае матрица a будет являться суммой всех матриц B_x.

Лемма. Определитель всех главных миноров B_x равен 0 либо 1.

Доказательство. Заметим, что если элемент x не содержится в некотором множестве A_k, то k-ая строка и k-й столбец матрицы B_x будут состоять из нулей. Ненулевые же строки и столбцы матрицы B_x одинаковы. Пусть в главном миноре на некотором месте стоит 0. Но тогда в этом миноре есть строка или столбец полностью состоящие из нулей, тогда определитель такого минора равен нулю. Если же нулей нет, такой минор состоит полностью из единиц. Для минора размером 1×1 определитель равен единице, для всех же остальных миноров из единиц он равен нулю, поскольку их строки/столбцы линейно зависимы. Лемма доказана.

Поскольку определитель всех главных миноров неотрицателен, в соответствии с критерием Сильвестра неотрицательно определена и сама матрица B_x. Но тогда и матрица a неотрицательно определена как сумма неотрицательно определенных матриц.