Matematikk 2 obligatorisk oppgave

Magnhild Nordgård

March 2025

1 Introduction

Innhold

2 Beskrivelse

Jeg skal på tur til Gråkallen, og fikk veldig lyst til å finne ut hvor jeg skal gå om jeg skal gå brattest mulig opp når jeg står i punktet som jeg definerer som (0.1459,-0.1104). Der jeg da har definert toppen av fjellet som origo (0,0).
Ved litt forenkling (ignorere at det kommer en ny topp rett ved siden av, og antar at Gråkallen er symmetrisk, og jevn stigning) velger jeg å beskrive Gråkallen ved funksjonen:

$$f(x,y) = 552 * e^{-\frac{x^2+y^2}{20}} \tag{1}$$

der 20, sier hvor bratt fjellet er. Bruker at Gauss-funksjonen er symmetrisk om null. 552 er moh. Er nok en veldig dårlig approksimasjon, men var dette jeg klarte.
For å finne x og y verdien tok jeg forskjellene i breddegradene og lengdegradene mellom toppen og punktet jeg sto:

$$\begin{aligned} \Delta E &= 010.252175 - 010.253634 \\ &= -0.001459 \\ \Delta N &= 63.420924 - 63.419820 \\ &= 0.001104 \end{aligned} \tag{2}$$

Jeg tok breddegradene som x-retning, og lengdegradene som y-retning. I tillegg til å skalere med 10^2, og fikk dermed punktet (0.1459,-0.1104)

Figur 1: Gråkallen

3 Beregninger

3.1 Finne gradienten

For å finne gradienten må man derivere f med hensyn på x og y hver for seg.

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= 500e^{-\frac{x^2+y^2}{20}}(\frac{-2x}{20}) \\ &= -55.2xe^{-\frac{x^2+y^2}{20}}\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{df}{dy} &= 500e^{-\frac{x^2+y^2}{20}}(\frac{-2y}{20}) \\ &= -55.2ye^{-\frac{x^2+y^2}{20}}\end{aligned} \tag{4}$$

Gradienten er altså:

$$\nabla f(x,y) = (-55.2xe^{-\frac{x^2+y^2}{20}}, -55.2ye^{-\frac{x^2+y^2}{20}}) \tag{5}$$

Finner retningen jeg da burde gå når jeg står i punktet (0.1459,-0.1104) ved å sette inn disse i gradienten. Får da:

$$\nabla f(0.1459, -0.1104) = (-8.054, 6.094) \tag{6}$$

Dette er altså retningen man bør gå for å gå brattest mulig. Kan meddele at det var ganske bratt en av retningene, og ikke så vanskelig å se der jeg sto.

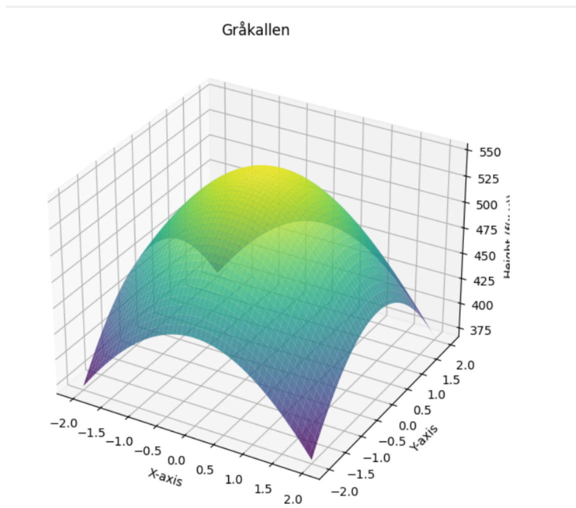
3.2 Ekvidistansen

Jeg ble plutselig veldig sliten, og vil heller beholde høyden en stund. Hvordan finne ut hvor jeg skal gå da? Må da finne en vektor som står vinkelrett på gradienten:
for eksempel vektoren

$$v = (6.094, 8.054) \tag{7}$$

fordi skalarproduktet mellom gradienten i punktet og v blir 0.

Figur 2: Bratt



Figur 3: Figur

3.3 Plotte

Til slutt fikk jeg veldig lyst til å plotte denne funksjonen

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

def mountain(x,y):
    return 552*np.e**-((x**2+y**2)/20)

# Create grid
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = np.linspace(-2, 2, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
Z = mountain(X, Y)

# Plot 3D surface
fig = plt.figure(figsize=(10, 7))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis', alpha=0.8)

ax.set_xlabel("X-axis")
ax.set_ylabel("Y-axis")
ax.set_zlabel("Height (f(x,y))")
ax.set_title("Gråkallen")

plt.show()
```

4 Til slutt

Da var jeg endelig nådd toppen! Takk for meg:)

Figur 4: Toppen, eller egt utsiktspunktet