

Repetition Kapitel 2 Harmonisk svängningsrörelse

Magnus Silverdal

NTI Gymnasiet

November 23, 2020

Harmonisk svängning

Villkor för harmonisk oscillator

Om kraften är proportionell mot avvikelser från ett jämviktsläge finns förutsättningar för en harmonisk svängning, en oscillator. Matematisk betyder det att kraften är en linjär funktion

$$F = k \cdot x \quad (1)$$

Newtons andra lag $F = m \cdot a$ ger, när de två uttrycken sätts lika med varandra

$$F = k \cdot x = m \cdot a = F \quad (2)$$

Eftersom $a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$ så blir resultatet en differentialekvation

$$k \cdot x = m \cdot x'' \text{ eller} \quad (3)$$

$$m \cdot x'' - k \cdot x = 0 \quad (4)$$

Lösningen till denna ekvation är en trigonometrisk funktion

$$x(t) = A \sin \omega t \quad (5)$$

Beroende på kraften så får lösningen olika uttryck för ω . För en fjäder i en vikt är kraften, enligt Hooks lag, $f = kx$ där k är fjäderkonstanten. Insättning av lösningen (5) i (4) ger uttrycket

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6)$$

För en matematisk pendel kan kraften längs banan (cirkelbågen) istället skrivas $-mg \sin \frac{x}{l}$. För små vinklar gäller att $\sin x \approx x$. Det ger samma lösning (5) men med en annan vinkelhastighet

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (7)$$

Vinkelhastighet

I lösningen till den harmoniska oscillatoren (4) är vinkelhastigheten ω central. I praktiken är den svår att observera. Vanligare är att mäta periodtiden T eller frekvensen f .

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (8)$$

Fortskridande vågor

Ekvationen (5) beskriver en våg som utbreder sig. När en våg rör sig ges hastigheten av $v = f\lambda$. Detta är våghastigheten. För ljud är det ljudhastigheten, för ljus ljushastigheten och för en våg på en sträng ges den av $v = \frac{F}{\rho A}$. Den är i princip oberoende av vågen. Vågor som rör sig kan reflekteras och transmittas när de rör sig mellan olika medier, dvs om våghastigheten skulle förändras. Vågor som träffar andra vågor genomgår superposition och om de är i fas kan resonsns eller stående vågor uppstå. En stående våg inträffar när reflekterade vågor hamna i fas. För att det ska hända måste våglängden stämma med mediets längd. En stående våg består av noder och bukar. En nod är den del av vågen som inte rör sig, buken är den del som svänger mest. Beroende på om mediet är öppet eller slutet i ändarna blir villkoret för stående våg olika.

För en helt öppen eller helt sluten situation gäller villkoret för längden l och våglängden λ

$$l = n \frac{\lambda}{2}, n = 1, 2, 3 \dots \quad (9)$$

och för en halvöppen situation

$$l = \frac{(2n - 1)\lambda}{4}, n = 1, 2, 3 \dots \quad (10)$$

Ljud

Ljudets intensitet I är ett mått på hur mycket energi som når lyssnaren

$$I = \frac{P}{A} \quad (11)$$

Ljudnivån L bestäms som det logaritmiska förhållandet mellan ljudintensiteten och den lägsta hörbara intensiteten $I_0 = 10^{-12}$.

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (12)$$