

به نام خدا



دانشکده مهندسی صنایع

دانشگاه صنعتی شریف

پروژه درس تحقیق در عملیات ۲

فاز دوم

نگارندگان:

ایمان شرکت بزازان (۹۸۱۰۴۱۹۹)

ماهان پورحسینی (۹۸۱۰۳۹۷۵)

استاد درس:

جناب آقای دکتر محمد مدرس یزدی

دستیار آموزشی:

سرکار خانم نگین اشرفی

خرداد ۱۴۰۱

## مدل سازی

### اندیس ها

i اندیس منطقه ها (مراکز) ← [NY, AZ, CA, FL, OH, IL, TX, VA, WA, NV, MI]

j اندیس ایالت ها ← [Region1, Region2, Region3, Region4, Region5]

k اندیس سایز مراکز ← [Small, Medium, Large]

### پارامترها

$D_{ji}$  تعداد روز لازم برای ارسال از ایالت j به منطقه i

$N_j$  متوسط پرداخت منطقه j

$C_{ik}$  هزینه احداث مرکز با سایز k در منطقه i

$IR_i$  ضریب هزینه به ازای روز در منطقه i

### متغیرهای تصمیم

$x_{ij}$  متغیر صفر و یک؛ اگر ایالت j به منطقه i پرداخت داشته باشد ۱، در غیر این صورت ۰ است.

$y_{ik}$  متغیر صفر و یک؛ اگر در منطقه i مرکز با سایز k تأسیس شود ۱، در غیر این صورت ۰ است.

### تابع هدف

I. معادل Objective Function در GAMS:

$$\text{Min } Z = \sum_i \sum_j x_{ij} \times D_{ji} \times IR_i \times N_j + \sum_i \sum_k C_{ik} \times y_{ik}$$

### محدودیت ها

II. محدودیت ۱ (معادل Equation ۱ در GAMS):

هر ایالت (i) باید به تنها یک مرکز (j)، پرداخت های خود را ارسال کند. قرار دادن تساوی به علت وجود

عبارت "تنها یک" است. این محدودیت برای همه ایالت ها (j) باید برقرار باشد.

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

III. محدودیت ۲ (معادل Equation ۲ در GAMS):

در هر منطقه (i) حداکثر یک سایز مرکز (k) می تواند احداث شود. قرار دادن علامت کوچک تر مساوی به علت وجود عبارت "حداکثر" است. این محدودیت به ازای همه مناطق (i) باید برقرار باشد.

$$\sum_k y_{ik} \leq 1 \quad \forall i$$

IV. محدودیت ۳ (معادل Equation ۳ در GAMS):

مراکز (i) کوچک، متوسط و بزرگ هرکدام به ترتیب از حداکثر ۲، ۳ و ۴ ایالت (j) می توانند پرداختی بگیرند. این محدودیت به ازای همه مناطق (i) باید برقرار باشد.

$$\sum_j x_{ij} \leq 2 \times y_{i"Small"} + 3 \times y_{i"Medium"} + 4 \times y_{i"Large"} \quad \forall i$$

V. محدودیت های علامت:

همه متغیرهای تصمیم متغیرهای صفر و یک هستند و باید در مدل سازی مشخص شود.

$$x_{ij}, y_{ik} = \{0, 1\} \quad \forall i, j, k$$

مدل نهایی

$$\text{Min } Z = \sum_i \sum_j x_{ij} \times D_{ji} \times IR_i \times N_j + \sum_i \sum_k C_{ik} \times y_{ik}$$

S. t.

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

$$\sum_k y_{ik} \leq 1 \quad \forall i$$

$$\sum_j x_{ij} \leq (2 \times y_{i"Small"}) + (3 \times y_{i"Medium"}) + (4 \times y_{i"Large"}) \quad \forall i$$

$$x_{ij}, y_{ik} = \{0, 1\} \quad \forall i, j, k$$

کد نوشته شده در GAMS در تصاویر زیر آمده است.

```
sets
i Region /Region1*Region5/
j State /NY, AZ, CA, FL, OH, IL, TX, VA, WA, NV,MI/
k Size /Small, Medium, Large/;

Parameters D(j, i), N(j), C(i, k), IR(i);

$call GDXXRW Phase2_Data_OR2.xlsx par=D rng=D!B4:G15 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Phase2_Data_OR2.gdx
$load D

$call GDXXRW Phase2_Data_OR2.xlsx par=N rng=N!B3:C14 rdim=1
$GDXIN Phase2_Data_OR2.gdx
$load N

$call GDXXRW Phase2_Data_OR2.xlsx par=C rng=BC!B5:E10 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Phase2_Data_OR2.gdx
$load C

$call GDXXRW.exe Phase2_Data_OR2.xlsx par=IR rng=IR!C4:H5 cdim=1
$GDXIN Phase2_Data_OR2.gdx
$load IR

Variables
y(i, k)
x(i, j)
Z;
Binary Variable x;
Binary Variable y;

Equations
ObjectiveFunction
Equation1(j)
Equation2(i)
Equation3(i);

ObjectiveFunction .. Z =e= sum(i, sum(j, x(i, j)*D(j, i)*IR(i)*N(j)))+sum(i, sum(k, C(i, k)*y(i, k))) ;
Equation1(j) .. sum(i, x(i, j))=e=1;
Equation2(i) .. sum(k, y(i, k))=e=1;
Equation3(i) .. sum(j, x(i, j))=1=(2*y(i, 'Small'))+(3*y(i, 'Medium'))+(4*y(i, 'Large'));

Model Problem /all/;

Solve Problem using MIP minimizing Z;

Display x.l , y.l , Z.l ;

execute_unload "Phase2_Data_OR2.gdx" x.l, y.l, Z.l ;
execute 'gdxxrw Phase2_Data_OR2.gdx var=x.l rng=output!B3'
execute 'gdxxrw Phase2_Data_OR2.gdx var=y.l rng=output!B11'
execute 'gdxxrw Phase2_Data_OR2.gdx var=Z.l rng=output!C18'
```

## خروجی GAMS

خروجی GAMS در تصاویر زیر قابل مشاهده است.

```

----- 47 VARIABLE x.L

              NY      AZ      CA      FL      OH      IL

Region1              1.000
Region2      1.000
Region4              1.000      1.000

      +      TX      VA      WA      NV      MI

Region1      1.000
Region4              1.000      1.000
Region5              1.000      1.000

----- 47 VARIABLE y.L

              Small      Medium      Large

Region1              1.000
Region2              1.000
Region4              1.000
Region5      1.000

----- 47 VARIABLE z.L = 620.000

```

## خروجی Excel

خروجی مقادیر بهینه تابع هدف و متغیرهای X و Y در اکسل و در جداول زیر قابل مشاهده هستند.

Variable x.L	NY	AZ	CA	FL	OH	IL	TX	VA	WA	NV	MI
Region1		1					1				
Region2	1				1	1					
Region4			1	1						1	1
Region5								1	1		

Variable y.L	Small	Medium	Large
Region1		1	
Region2		1	
Region4			1
Region5	1		

<b>Z</b>	620
----------	-----

## تحلیل خروجی‌ها

مطابق خروجی‌ها و مقادیر بهینه متغیرهای  $X_{ij}$  و  $Y_{ik}$  می‌توان به شرکت پیشنهاد کرد که در مناطق ۱ و ۲ مراکزی با سائز متوسط، منطقه ۴ سائز بزرگ و منطقه ۵ سائز کوچک بسازد. همچنین ساخت مرکز دریافت بازپرداخت در منطقه ۳ اقتصادی نمی‌باشد.

تخصیص مناطق به ایالت‌ها نیز به شرح زیر است. ایالت‌های نیویورک، آریزونا، کالیفرنیا، فلوریدا، اوهایو، ایلینوی، تگزاس، ویرجینیا، واشنگتن، نوادا و میشیگان بازپرداخت را به ترتیب به مناطق ۲، ۱، ۴، ۲، ۲، ۱، ۵، ۵، ۴ و ۴ ارسال کنند.

در مورد سائز مراکز منطقه ۱ می‌توان گفت در این منطقه بدون تغییر مقدار بهینه تابع هدف، می‌توانیم به جای سائز متوسط، سائز کوچک بسازیم. از آن جا که هزینه سائز کوچک و متوسط در این منطقه یکسان است و به این دلیل که تنها ۲ ایالت (آریزونا و تگزاس) به این منطقه ارسال دارند و محدودیت سوم نیز از لحاظ تعداد مراکز هر منطقه ارضا می‌شود، یک جواب بهینه دیگر نیز داریم و می‌توانیم سائز متوسط را با کوچک در منطقه ۱ تعویض کنیم.

در واقع این جواب بهینه چندگانه به این دلیل است که در محدودیت سوم ذکر شده است که مراکز کوچک حداکثر

۲ ایالت می‌توانند پرداختی بگیرند و نه دقیقاً ۲ ایالت. در صورتی که ادبیات این محدودیت را به شکل گفته تغییر دهیم، تنها سائز کوچک انتخاب می‌شود.