



به نام خدا

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی صنایع

گزارش فاز اول و دوم پروژه درس تحقیق در عملیات ۱

دکتر کوروش عشقی

ماهان پورحسینی ۹۸۱۰۳۹۷۵

ایمان شرکت بزازان ۹۸۱۰۴۱۹۹

فربد عصاره ۹۸۱۰۴۳۰۳

بهار ۱۴۰۰

شرکت تولید پانل دیواری پیش‌ساخته آلفا قصد دارد جهت افزایش ظرفیت تولیدی خود، مکان‌یابی کارخانه تولیدی جدید را با استفاده از یک مدل بهینه‌سازی ریاضی انجام دهد. پانل‌های پیش‌ساخته در لیست مواد خود، دو ماده اولیه عمده سیمان و پوکه را دارند که این موارد باید از منبع آن‌ها تأمین گردند و دیوارهای ساخته‌شده باید به مراکز تقاضا تحویل داده شوند. اگرچه در حال حاضر شرکت تنها می‌تواند از یک منبع یگانه پوکه (نوع A) تأمین کند، اما در مقابل، برای تأمین سیمان، مراکز متعددی وجود دارد، فلذا با توجه به ملاحظات هزینه‌های ارسال، هدف شرکت آن است که سیمان از نزدیک‌ترین مرکز تأمین گردد. ضمناً اگرچه برخی مناطق به علت قانون طرح توسعه دولت، مشمول معافیت مالیاتی می‌شوند، برای سایر نقاط بالقوه تا سیس، در صورت انتخاب شدن باید مالیات پرداخت گردد. این شرکت برای انتخاب مکان بهینه باید پارامترهای هزینه‌های زیر را در نظر بگیرد:

- ✓ هزینه حمل دریافت مواد اولیه شامل سیمان و پوکه نوع A
- ✓ هزینه حمل ارسال دیوار ساخته‌شده به مراکز تقاضا
- ✓ هزینه خرید زمین برای استقرار در نقاط بالقوه تأسیس کارخانه (توجه: برای کارخانه فعلی، هزینه زمین پرداخت شده است).
- ✓ هزینه تجهیزات ابتدایی راه‌اندازی واحد تولیدی

از آنجاکه شرکت با مراکز تقاضا قرارداد منعقد کرده است، تقاضای مراکز حتماً باید تحویل داده شوند. ضمناً با توجه به الزام دسترسی به نیروی انسانی متخصص، شرکت نمی‌تواند تأسیس را در نقطه‌ای با فاصله زیاد از شهرهای بزرگ انجام دهد. مدیرعامل شرکت به دنبال تعیین مکان(ها)ی بهینه تأسیس، ظرفیت تولیدی هر واحد و بخشی از تقاضا که توسط هر مرکز تولیدی تأمین می‌گردد می‌باشد:

الف) پس از تحریر مدل ریاضی برای مسئله فوق، نتایج موردنیاز مدیرعامل را با حل مدل گزارش کنید.
ب) فرض کنید شرکت ملزم باشد حداقل نیمی از کل تقاضا را از کارخانه فعلی پاسخ دهد. در این حالت مدل چه تغییری می‌کند؟ نتایج را گزارش کنید.

ج) فرض کنید حداکثر تعداد واحدهای تولیدی (بدون احتساب کارخانه فعلی) ۲ عدد باشد. تغییرات موردنیاز را اعمال کرده و نتایج را پس از حل مسئله گزارش کنید.

د) فرض کنید هر کارخانه سیمان قادر به تأمین تنها نیمی از نیاز شرکت است. تغییرات مدل را گزارش کرده و نتایج را بدست آورید. (راهنمایی: در این صورت، واحد تولیدی ملزم است نیمی از سیمان موردنیازش را از نزدیک‌ترین کارخانه سیمان و الباقی را از دومین کارخانه نزدیک سیمان تأمین کند.)

ه) مسئولین تحقیق و توسعه امیدوارند بتوان به‌جای پوکه نوع A از پوکه نوع B نیز استفاده کرد. اگر پیش از احداث کارخانه جدید این تحقیقات به نتیجه برسند، مدل چه تغییری خواهد کرد؟ (راهنمایی: در این صورت، واحد تولیدی تمام پوکه موردنیازش را از منبع پوکه‌ای دریافت خواهد کرد که به آن نزدیک‌تر باشد.)

و) فرض کنید به دستور مدیریت بتوان تنها از محل‌های دارای معافیت مالیاتی برای تأسیس استفاده کرد. تغییرات مدل و نتایج را با اضافه شدن این فرض تعیین کنید.

ی) اگر موارد زیر را بدانیم:

۱- برای نیل به نرخ تولیدی مطلوب مجموعاً به ۵۰۰۰۰ مترمربع زمین نیاز داریم و مساحت زمین موردنیاز با توان تولیدی هر واحد تولیدی نسبت مستقیم دارد.

۲- زمین موردنیاز با توجه به سطح اشغالی توسط ملزومات تولیدی نمی‌تواند از ۱۵۰۰۰ مترمربع کمتر باشد.

مدل چه تغییری می‌کند؟ نتایج را با حل مدل گزارش کنید.

(راهنمایی: در این حالت، اگر تمامی محل‌های منتخب برای تأسیس با توجه به ظرفیت تولیدشان به زمینی بزرگ‌تر یا مساوی ۱۵۰۰۰ مترمربع احتیاج داشته باشند، مساحت تجمعی تمام زمین‌ها دقیقاً ۵۰۰۰۰ مترمربع خواهد شد اما اگر حداقل یک واحد تولیدی با ظرفیت تولیدی پایینی انتخاب شود به‌نحوی که زمینی با مساحت کمتر از ۱۵۰۰۰ مترمربع نیاز داشته باشد، مدل با توجه به فرض شماره ۲ مساحت ۱۵۰۰۰ متر را برای آن در نظر گرفته و مساحت تجمعی زمین‌ها از ۵۰۰۰۰ مترمربع بیشتر خواهد شد.)

مدل سازی

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^{416} x_i \times 50,000,000 \\
 & + \sum_{i=1}^{416} x_i \times Tn_cos_i \times 20,000 \\
 & + \sum_{i=1}^{416} \left(tax_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_j \right) \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{416} \sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dis_{ij} \times Dem_j \times 0.00025 \\
 & + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00040 \times clv_Trns_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_j \times 40 \right) \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00030 \times cmt_Trns_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_j \times 34 \right) \right)
 \end{aligned}$$

s. t.

1. $x_i \geq y_{ij}$ $i = 1, 2, \dots, 416$, $j = 1, 2, \dots, 31$
2. $\sum_{i=1}^{416} y_{ij} = 1$ $j=1, 2, \dots, 31$
3. $Hmn_{RSC_i} \geq 75 \rightarrow x_i = 0$ $i=1, 2, \dots, 416$
4. $x_i = 0, 1$, $0 \leq y_{ij} \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, 416$, $j = 1, 2, \dots, 31$

در تابع هدف هزینه‌ها به صورت ۱۰۰۰ تومان در نظر گرفته شده‌اند.

توضیحات مدل

متغیرهای تصمیم‌گیری :

۱. x_i :

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{تأسیس کارخانه در نقطه } i \\ 0 & \text{عدم تأسیس کارخانه در نقطه } i \end{cases}$$

۲. y_{ij} :

متغیری با مقداری بین 0 و 1 که نشان‌دهنده نسبتی از کالای مورد تقاضای محل j که توسط کارخانه i پاسخ داده می‌شود.

به‌طور مثال $y_{13} = 0.4$, $y_{73} = 0.6$ به این معنی است که ۶۰ درصد کالای موردنیاز محل تقاضای ۳ توسط کارخانه ۷ و ۴۰ درصد کالای موردنیاز آن توسط کارخانه ۱ تأمین می‌شود.

اسکالرها و مقادیر ورودی مسئله :

درواقع این ضرایب را نمی‌توان متغیر نامید چون مقدار آن‌ها مشخص است و توسط نرم‌افزار از اکسل مربوطه خوانده می‌شود و ثابت‌های مسئله هستند. برخی از این ضرایب یا اسکالرها، از ضرب دو یا چند ماتریس در فایل اکسل اصلی هستند و یا تغییراتی در درایه‌های آن‌ها داده شده است. علت انجام دادن این عملیات ساده‌تر و قابل‌فهم‌تر کردن مدل می‌باشد. به‌طور مثال به‌جای اینکه دو ماتریس را از اکسل بخوانیم و در تابع هدف یا محدودیت‌ها آن‌ها را در هم ضرب بکنیم، این ضرب را در اکسل انجام داده و صرفاً ماتریس حاصل را از اکسل می‌خوانیم.

همچنین با توجه به شرایط مسئله، در صورت تأسیس کارخانه در زمین فعلی نیازی به پرداخت هزینه خرید زمین نیست. برای ارضای این شرط به جای قرارداد یک محدودیت جدید در مدل، در داده‌های مربوط به این بخش در اکسل (شیت Tn_cos)، هزینه زمین فعلی را صفر قرار دادیم.

این ضرایب ماتریس‌ها یا بردارهایی هستند که هر کدام مربوط به یک گروه از داده‌ها هستند که کاربرد هر کدام در لیست زیر نوشته شده است.

۱. Tn_cos_i :

قیمت خرید یک مترمربع زمین در نقطه بالقوه تأسیس کارخانه i ام

۲. tax_i :

مقدار مالیات پرداختی به ازای هر متر مربع کالای تولیدی کارخانه i ام

در اصل در شیت مالیات زمین‌ها (Tx_Exmp)، بله و خیر به ترتیب به یک و صفر تبدیل شده و در ۰.۰۷ هزار تومان که هزینه مالیات به ازای هر متر مربع کالای تولیدی است ضرب شده است.

۳. Dem_j :

متر از دیوار پیش ساخته ی مورد نیاز نقطه تقاضای j ام

۴. Dis_{ij} :

فاصله نقطه بالقوه تأسیس کارخانه i ام از نقطه تقاضای j ام

۵. clv_Trns_i :

فاصله نقطه بالقوه تأسیس کارخانه i ام از منابع تأمین پوکه نوع A چون در بخش الف فقط از پوکه A استفاده می‌شود.

۶. cmt_Trns_i :

فاصله نقطه بالقوه تأسیس کارخانه i ام از اولین کارخانه سیمان نزدیک به آن

۷. Hmn_RSC_i :

فاصله نقطه بالقوه تأسیس کارخانه i ام از شهرهای بزرگ برای تعیین دسترسی یا عدم دسترسی به منابع انسانی

تابع هدف

تابع هدف از جنس کمینه کردن هزینه کل است که شامل ۶ بخش می باشد که هر کدام در یک خط نوشته شده اند و به ترتیب عبارت اند از:

۱. مجموع هزینه های محوطه سازی و تجهیزات برای کارخانه های تأسیس شده

* از مجموع ضرب متغیر صفر و یک x_i در مقدار هزینه ی تجهیزات برای تمامی i های ۱ تا ۴۱۶ به دست می آید.

۲. هزینه خرید زمین محل تأسیس کارخانه ها

* از مجموع ضرب متغیر صفر و یک x_i در قیمت یک مترمربع زمین نقطه i در متراژ زمین مورد نیاز به دست می آید.

۳. جمع مالیات پرداختی برای کالاهای تولید شده تمامی کارخانه های تأسیس شده

* از مجموع ضرب مقدار مالیات برای یک مترمربع دیوار پیش ساخته در مقدار تولیدی کارخانه i ام برای تمامی کارخانه ها به دست می آید (مقدار کل تولید یک کارخانه i ام برابر است با مجموع ضرب نسبت تولیدی که کارخانه i ام نیاز نقطه تقاضای j ام را تقبل می کند در مقدار تقاضایی است که نقطه ی j نیاز دارد)

۴. هزینه حمل و نقل کالاهای نهایی تولید شده از هر کارخانه به هر محل تقاضا

* از مجموع ضرب هزینه حمل یک کیلومتری یک مترمربع محصول در میزان تولیدی که کارخانه i ام برای نقطه تقاضای j (که برابر است با ضرب نسبتی از تقاضای نقطه ی j که کارخانه ی i تولید می کند در تقاضای نقطه j) در فاصله ی نقطه تقاضا j از کارخانه i به دست می آید.

۵. هزینه حمل پوکه A موردنیاز به هر کارخانه برای تأمین نیاز مقدار لازم تولید دیوار پیش ساخته

* از مجموع ضرب هزینه حمل یک کیلومتری یک لیتر از پوکه A در فاصله کارخانه i ام از کارخانه تولید پوکه A در تولید کل دیوار پیش ساخته کارخانه i در مقدار پوکه A موردنیاز برای تولید یک مترمربع دیوار پیش ساخته

۶. هزینه حمل سیمان موردنیاز به هر کارخانه برای تأمین مقدار نیاز برای تولید دیوار پیش ساخته

* از مجموع ضرب هزینه حمل یک کیلومتری یک کیلوگرم سیمان در فاصله کارخانه i ام از نزدیک ترین کارخانه تولید سیمان در تولید کل دیوار پیش ساخته کارخانه i در مقدار سیمان موردنیاز برای تولید یک مترمربع دیوار پیش ساخته

محدودیت‌ها

۱. کارخانه باید احداث شود تا بتوان محل تقاضاها را ارضا کرد و اگر $x_i = 0$ باشد حتماً $\forall j, y_{ij} = 0$.

۲. باید تمامی درخواست‌های ۳۱ محل تقاضا پاسخ داده شود و مقداری از تولید کم یا زیاد نباشد.

۳. اگر کارخانه‌ای تأسیس شود، باید فاصله آن از نزدیک ترین شهر بزرگ کمتر یا مساوی ۷۵ کیلومتر باشد.

۴. محدودیت‌های علامت :

- x_i صفر یا یک است زیرا یا تأسیس نمی شود یا می شود.

- y_{ij} بین صفر و یک است زیرا نشان دهنده نسبتی از درخواست محل تقاضای j است که توسط

کارخانه i تأمین می شود.

فرضیات صورت گرفته

طبق شرح پروژه برای کارخانه فعلی هزینه زمین پرداخت شده است و حرفی از اینکه برای کارخانه فعلی هزینه تجهیزات و محوطه سازی پرداخت شده است یا نه زده نشده است؛ پس مدل سازی با این فرض انجام شده است که هزینه تجهیزات و محوطه سازی برای کارخانه فعلی پرداخت نشده است.

(ب)

مدل سازی

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^{416} x_i \times 50,000,000 \\ & + \sum_{i=1}^{416} x_i \times Tn_cos_i \times 20,000 \\ & + \sum_{i=1}^{416} \left(tax_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_j \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^{416} \sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dis_{ij} \times Dem_j \times 0.00025 \\ & + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00040 \times clv_Trns_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 40 \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00030 \times cmt_Trns_i \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 34 \right) \right) \end{aligned}$$

s. t.

1. $x_i \geq y_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, 416, j = 1, 2, \dots, 31$
2. $x_{416} = 1$
3. $\sum_{i=1}^{416} y_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, 31$
4. $Hmn_RSC_i \geq 75 \rightarrow x_i = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 415$
5. $\sum_{j=1}^{31} y_{416j} \times Dem_j \geq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{31} Dem_j$
6. $x_i = 0, 1 \quad , \quad 0 \leq y_{ij} \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 416, j = 1, 2, \dots, 31$

در تابع هدف هزینه‌ها به صورت ۱۰۰۰ تومان در نظر گرفته شده‌اند.

توضیحات مدل

متغیرها و اسکارها

تمام متغیرها و اسکارها مشابه بخش الف است.

تابع هدف

تابع هدف مشابه بخش الف است.

محدودیت‌ها

۱. مشابه بخش الف
۲. کارخانه فعلی حتماً باید انتخاب شود.
۳. مشابه بخش الف
۴. اگر کارخانه‌ای تأسیس شود، باید فاصله آن از نزدیک‌ترین شهر بزرگ کمتر یا مساوی ۷۵ کیلومتر باشد. با این تفاوت که این شرط برای کارخانه فعلی (۴۱۶) بررسی نمی‌شود چون می‌دانیم که در این شرط صدق نمی‌کند ولی حتماً باید انتخاب شود؛ پس i در این شرط از بین ۱ تا ۴۱۵ است و $i \neq 416$.
۵. حداقل نیمی از کل تقاضا باید از کارخانه فعلی تأمین شود.
۶. مشابه بخش الف (محدودیت‌های علامت)

فرضیات صورت گرفته

طبق شرح پروژه برای کارخانه فعلی هزینه زمین پرداخت شده است و حرفی از اینکه برای کارخانه فعلی هزینه تجهیزات و محوطه‌سازی پرداخت شده است یا نه زده نشده است؛ پس مدل‌سازی با این فرض انجام شده است که هزینه تجهیزات و محوطه‌سازی برای کارخانه فعلی پرداخت نشده است.

ج)

در این قسمت با اضافه کردن محدودیت زیر خواسته‌ی این قسمت در مدل اعمال شده.

در این محدودیت x_{416} وارد شرط نشده تا تعداد کارخانه‌ها بدون کارخانه فعلی حداکثر ۲ باشد.

$$\sum_{i=1}^{415} x_i \leq 2$$

در این قسمت باید تابع هدف به نحوی تغییر کند که نیمی از سیمان موردنیاز از نزدیک‌ترین منبع سیمان و نصف دیگر از دومین منبع نزدیک کارخانه دریافت شود. همان‌طور که در فاز اول پروژه تابع هدف و بخش‌های مختلف آن را معرفی کردیم ما باید در بخش محاسبه هزینه حمل‌ونقل سیمان تغییراتی را اعمال کنیم :

$$\sum_{i=1}^{416} \left(0.00030 \times cmt_{Trns_i}(1) \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 34/2 \right) \right) + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00030 \times cmt_{Trns_i}(2) \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 34/2 \right) \right)$$

که در ترم اول آن هزینه حمل‌ونقل برای نیمی از سیمان که از نزدیک‌ترین منبع تأمین می‌شود محاسبه شده و در ترم دوم هزینه حمل‌ونقل برای نصف دوم سیمان که از دومین منبع نزدیک تأمین می‌شود، محاسبه شده.

برای خواسته‌ی این قسمت ما باید هم تابع هدف و هم محدودیت‌ها را طوری تغییر بدهیم تا مدل برای محاسبه هزینه حمل‌ونقل پوکه از بین دو نوع پوکه A و B از پوکه‌ای استفاده کند که فاصله منبع تا کارخانه‌ی آن کمتر باشد.

تغییر در تابع هدف :

$$\sum_{i=1}^{416} \left(0.00040 \times cmt_{Trns_i}(A) \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 40 \right) \right) (1 - b_i) \\ + \sum_{i=1}^{416} \left(0.00040 \times cmt_{Trns_i}(B) \times \left(\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} \times 46 \right) \right) (b_i)$$

محدودیت‌های جدید :

$$cmt_{Trns_i}(A) - cmt_{Trns_i}(B) + Mb_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, 416 \\ cmt_{Trns_i}(A) - cmt_{Trns_i}(B) + M(b_i - 1) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, 416$$

در این محدودیت‌ها b_i ها متغیرهای صفر و یکی هستند که یک بودن آن‌ها به معنی نزدیک‌تر بودن فاصله منبع پوکه B به کارخانه است و صفر بودن آن به معنی نزدیک‌تر بودن منبع A و M عددی ثابت و نسبت به دیگر مقادیر عددی بزرگ است.

(و)

با اضافه کردن یک محدودیت به مدل شرط خواسته شده را اعمال می کنیم یعنی تنها زمین هایی که معافیت مالیاتی دارند را در نظر می گیریم :

$$tax_i \leq M(1 - x_i) \quad i = 1, 2, \dots, 416$$

که در آن M عددی ثابت و به نسبت دیگر متغیرها مقداری بزرگ دارد و tax_i مقدار هزینه مالیات برای هر زمین است که در ستونی محاسبه شده است و برای زمین هایی که معافیت مالیاتی دارند مقدار صفر و برای دیگر زمین ها مقدار 0.07 است.

نتیجه ی اضافه کردن این محدودیت به مدل این است که مقدار متغیر تصمیم گیری x_i ما برای زمین هایی که از معافیت مالیاتی برخوردار نیستند برابر صفر می شود.

(ی)

در این قسمت نیز ما تغییراتی در تابع هدف و محدودیت‌ها داریم.

محدودیت‌ها :

$$metr_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, 416$$

$$metr_i \leq 50000 * x_i \quad i = 1, 2, \dots, 416$$

$$\sum_{j=1}^{31} y_{ij} \times Dem_{ij} = metr_i * D \quad i = 1, 2, \dots, 416$$

در محدودیت سوم D مقداری ثابت و برابر با مجموع تمام تقاضاها است.

تابع هدف :

$$\sum_{i=1}^{416} x_i \times Tn_cos_i \times metr_i$$

متغیرهای $metr_i$ متراژ مورد استفاده از هر محل بالقوه تأسیس است.

تحلیل حساسیت

با توجه به اینکه نرم افزار لینگو قسمت مشخصی برای تحلیل حساسیت ندارد، امکان تحلیل حساسیت های خواسته شده به صورت مستقیم وجود ندارد.

راهکار مورد استفاده تقسیم بندی بازه ها به چند قسمت و تغییر المان اول در اکسل داده ها و مشاهده ی تغییرات مقدار المان دوم در جواب مسئله است. پس از ثبت تغییرات داده ها در اکسل، نمودار آن ها نیز رسم شده است. هر سه بند تحلیل حساسیت برای تمامی خواسته ها (از الف تا ی) به صورت جداگانه بررسی شده که درمجموع ۲۱ نمودار رسم شده است.

توضیحات فایل پیوست شده

فایل پیوست شده شامل هفت قسمت برای هفت خواسته‌ی پروژه (الف تا ی) می‌باشد.

در پوشه مربوط به هر خواسته فایل‌های زیر وجود دارد:

۱- Model: کد مدل‌سازی

۲- Data: داده‌های مسئله

۳- Solution Report: خروجی جواب نهایی مسئله

۴- Sensitivity Analysis: جداول و نمودارهای تحلیل حساسیت