

BUET Admission Test 2014-2015

[N.B: * চিহ্ন দেওয়া প্রশ্নগুলো পুরাতন সিলেবাসের।]

Mathematics (Written)

01. $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টর এর লম্ব দিক বরাবর $\vec{A} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর এর অংশক \vec{W} নির্ণয় কর। অতঃপর \vec{W} ভেক্টরের উপর \vec{A} ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

Solve: \vec{B} বরাবর \vec{A} এর অভিক্ষেপ $= A \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$; $A_x = \frac{8}{\sqrt{29}}$

Now, $A_x^2 + A_y^2 = A^2 \Rightarrow A_y = \sqrt{A^2 - A_x^2} = \sqrt{\frac{110}{29}}$

আবার, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-3+8) - \hat{j}(-3-4) + \hat{k}(4+2) = 5\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k}$

\therefore একক ভেক্টর $= \frac{1}{\sqrt{110}}(5\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k}) \therefore \vec{W} = \sqrt{\frac{110}{29}} \times \frac{1}{\sqrt{110}} \times (5\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k}) = \frac{1}{\sqrt{29}}(5\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k})$ (Ans.)

অভিক্ষেপ $= A \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{W}}{|\vec{W}|} = \frac{0}{|\vec{W}|} = 0$ (Ans.)

02. মনে কর R বাস্তব সংখ্যার সেট; $A, B \subset R, f: A \rightarrow B$ যেখানে $f(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$, ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক। f^{-1} ও নির্ণয় কর।

Solve: Given, $f(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$; $x = \frac{3}{7}$ হলে, $f(x) = \text{undetermined} \therefore$ ডোমেন $= R \setminus \left\{\frac{3}{7}\right\}$ (Ans.)

আবার, $f(x) = y = \frac{3x+2}{7x-3} \Rightarrow 7xy - 3y = 3x + 2 \Rightarrow x(7y - 3) = 3y + 2 \Rightarrow x = \frac{3y+2}{7y-3} \dots\dots\dots(i)$

$y = \frac{3}{7}$ হলে, $x = \text{undetermined} \therefore$ রেঞ্জ $= R \setminus \left\{\frac{3}{7}\right\}$ (Ans.)

এখন, যেকোন, $x_1, x_2 \in A$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি, $\frac{3x_1+2}{7x_1-3} = \frac{3x_2+2}{7x_2-3}$ বা, $x_1 = x_2$ হয়

\therefore ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক। যেহেতু প্রতিটি ডোমেনের জন্য একটি ভিন্ন রেঞ্জ আছে।

(i) হতে, $x = \frac{3y+2}{7y-3} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3y+2}{7y-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$ (Ans.)

03. যদি $x^3 - px^2 - qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলি a, b, c হয় তবে $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান নির্ণয় কর।

Solve: $x^3 - px^2 - qx - r = 0$; $a + b + c = p$; $ab + bc + ca = -q$; $abc = r$

Now, $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)\{(a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca)\} + 3abc$
 $= p\{(p)^2 - 3(-q)\} + 3r = p(p^2 + 3q) + 3r$ (Ans.)

04. তিনটি একই রকমের বাস্তবের প্রতিটিতে দুইটি একই রকমের ড্রয়ার আছে। প্রথম বাস্তবের দুইটি ড্রয়ারের প্রতিটিতে একটি করে পেন্সিল, দ্বিতীয় বাস্তবের প্রতি ড্রয়ারে একটি করে কলম এবং তৃতীয় বাস্তবের একটি ড্রয়ারে একটি পেন্সিল ও আর একটি ড্রয়ারে একটি কলম আছে। লটারী করে একটি বাস্তব নির্বাচন করা হল ও নির্বাচিত বাস্তবের একটি ড্রয়ার খুলে পেন্সিল পাওয়া গেল। পেন্সিলটি যে প্রথম বাস্তবের তার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

Solve: $P = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{2}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

- 05.* পাশের ধারাটির n -তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর: $\frac{14}{1.4.2.5} + \frac{68}{4.7.5.8} + \frac{158}{7.10.8.11} + \dots\dots\dots$

Solve: $u_n = \frac{18n^2 - 4}{(9n^2 + 3n - 2)(9n^2 - 3n - 2)} = \frac{(9n^2 + 3n - 2) + (9n^2 - 3n - 2)}{(9n^2 + 3n - 2)(9n^2 - 3n - 2)} = \frac{1}{(9n^2 - 3n - 2)} + \frac{1}{(9n^2 + 3n - 2)}$
 $= \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} + \frac{1}{(3n+1)(3n-2)} \Rightarrow S_n = c - \frac{1}{3(3n-1)} - \frac{1}{3(3n-2)} \Rightarrow \frac{14}{1 \times 4 \times 2 \times 5} = c - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{3.1}$
 $\therefore c = \frac{17}{20} \therefore S_n = \frac{17}{20} - \frac{1}{3(3n-1)} - \frac{1}{3(3n-2)}$ (Ans.)

06. C কেন্দ্রবিশিষ্ট $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তটি x- অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। x- অক্ষের খন্ডিতাংশ AB এবং ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Solve: $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$; Here, $g = 3, f = -2, c = 4$

$$AB = 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{3^2 - 4} = 2\sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

A ও B বিন্দুর কোটি 0।

$$\text{Now, } x^2 + 6x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{5}}{2} \therefore x = -3 \pm \sqrt{5}; C \equiv (-3, 2)$$

$$\text{এখন, } \Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -3 + \sqrt{5} & 0 & 1 \\ -3 - \sqrt{5} & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [-3(0 - 0) - 2(-3 + \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5}) + 1(0 - 0)] = \frac{1}{2} \times (-2)[2\sqrt{5}] = 2\sqrt{5} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

07. $2x - 3y + 4 = 0$ এবং $2y - 3x - 1 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণগুলির সমদ্বিখন্ডক সমূহ যথাক্রমে x-অক্ষকে P, R এবং y-অক্ষকে Q, S বিন্দুতে ছেদ করে। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা সমদ্বিখন্ডক সমূহের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং PS রেখার সমান্তরাল।

$$\text{Solve: } \frac{2x-3y+4}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \pm \frac{-3x+2y-1}{\sqrt{(-3)^2+2^2}} \Rightarrow 2x-3y+4 = -3x+2y-1 \text{ [+ চিহ্ন নিয়ে]}$$

$$\Rightarrow 5x + 5 = 5y \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow x - y = -1 \dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } 2x - 3y + 4 = 3x - 2y + 1 \text{ [- চিহ্ন নিয়ে]} \Rightarrow x + y = 3 \dots\dots(ii)$$

$$\therefore P \equiv (-1, 0), R \equiv (3, 0); Q \equiv (0, 1), S \equiv (0, 3)$$

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $\equiv (1, 2)$

$$\text{PS রেখা: } \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2} \Rightarrow \frac{y-0}{0-1} = \frac{x+1}{-1-0} \Rightarrow \frac{y}{-1} = \frac{x+1}{-1} \Rightarrow y = x+1 \Rightarrow 3x - y + 3 = 0$$

$$\therefore \text{PS রেখার সমান্তরাল ও } (1, 2) \text{ বিন্দুগামী রেখা: } x + 3y = 1 + 6 = 7 \Rightarrow x + 3y = 7 \text{ (Ans.)}$$

08. যে কণিকের আড় অক্ষ $x - 2y + 1 = 0$, উপকেন্দ্র $(1, 1)$, উৎকেন্দ্রীতা $\sqrt{2}$ এবং নিয়ামকের উপর একটি বিন্দু $(2, -3)$ তার সমীকরণ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$\text{Solve: } \frac{sp}{pm} = e \Rightarrow sp^2 = e^2 \cdot pm^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{2})^2 \cdot \frac{(x-2y+1)^2}{1^2+(-2)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 2 \cdot \frac{x^2 + 4y^2 + 1 - 4xy - 4y + 2x}{5}$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 10x + 5y^2 - 10y + 10 = 2x^2 + 8y^2 - 8xy + 4x - 8y - 8xy \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্ব: } x - 2y + 1 = 0 \text{ এর লম্ব } 2x + y = 2 \cdot 1 + 1 \Rightarrow 2x + y = 3 \text{ (Ans.)}$$

09. সমাধান কর: $\cot x + \cot 2x + \cot 3x = \cot x \cot 2x \cot 3x$.

$$\text{Solve: } \cot x + \cot 2x + \cot 3x = \cot x \cot 2x \cot 3x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan 2x} + \frac{1}{\tan 3x} = \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{1}{\tan 2x} \cdot \frac{1}{\tan 3x}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 2x \tan 3x + \tan x \tan 3x + \tan x \tan 2x}{\tan x \tan 2x \tan 3x} = \frac{1}{\tan x \tan 2x \tan 3x}$$

$$\Rightarrow \tan 3x \tan 2x \tan x (1 - \tan 3x \tan 2x - \tan 2x \tan x - \tan x \tan 3x) = 0$$

$$\text{Now, } \tan(x + 2x + 3x) = \frac{\tan x + \tan 2x + \tan 3x - \tan x \tan 2x \tan 3x}{1 - \tan x \tan 2x - \tan 2x \tan 3x - \tan 3x \tan x}$$

$$\Rightarrow \tan(6x) \cdot 0 = \tan x + \tan 2x + \tan 3x - \tan x \tan 2x \tan 3x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \frac{\sin x \sin 2x \sin 3x}{\cos x \cos 2x \cos 3x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x}{\cos x \cos 2x} = \tan 3x \left(\frac{\sin x \sin 2x - \cos x \cos 2x}{\cos x \cos 2x} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = -\tan 3x \left(\frac{\cos 3x}{\cos x \cos 2x} \right) = \frac{\sin 3x}{\cos 2x \cos x}$$

$$\Rightarrow 2 \sin 3x = 0 \Rightarrow \sin 3x = 0; 3x = n\pi \therefore x = \frac{1}{3}n\pi \text{ (Ans.)}$$

10. যদি $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-p}{1+p}} \tan \frac{\alpha}{2}$, show that $\cos \alpha = \frac{\cos \theta - p}{1 - p \cos \theta}$.

Solve: Given, $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-p}{1+p}} \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right)$

এখন, $\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{1 + \tan^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{1 - \frac{1+p}{1-p} \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{1+p}{1-p} \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1-p - (1+p) \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1-p + (1+p) \tan^2 \frac{\theta}{2}}$

আবার, $\frac{\cos \theta - p}{1 - p \cos \theta} = \frac{\frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} - p}{1 - p \cdot \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{1-p - (1+p) \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1-p + (1+p) \tan^2 \frac{\theta}{2}} \therefore \cos \alpha = \frac{\cos \theta - p}{1 - p \cos \theta}$ [Showed]

11. যদি $y = (x + \sqrt{1+x^2})^m + (x + \sqrt{1+x^2})^{-m}$ হয়, তবে $(1+x^2)y_2 + xy_1 - m^2y$ এর মান নির্ণয় কর।

Solve: $y = (x + \sqrt{1+x^2})^m + (x + \sqrt{1+x^2})^{-m}$

$\Rightarrow y_1 = m(x + \sqrt{1+x^2})^{m-1} \times \left(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) - m(x + \sqrt{1+x^2})^{-m-1} \times \left(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

$= \frac{m}{\sqrt{1+x^2}} (x + \sqrt{1+x^2})^m - \frac{m}{\sqrt{1+x^2}} (x + \sqrt{1+x^2})^{-m}$

$\Rightarrow y_2 = m \left[(x + \sqrt{1+x^2})^{m-1} \times m \times \left(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + (x + \sqrt{1+x^2})^m \times (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} \times 2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right]$

$- m \left[(x + \sqrt{1+x^2})^{-m-1} \times (-m) \times \left(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + (x + \sqrt{1+x^2})^{-m} \times 2x \times (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right]$

$= \frac{m^2}{1+x^2} (x + \sqrt{1+x^2})^m - \frac{1}{2} (x + \sqrt{1+x^2})^m \times (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} \times m + \frac{m^2}{1+x^2} (x + \sqrt{1+x^2})^{-m} +$

$\frac{1}{2} (x + \sqrt{1+x^2})^{-m} \times (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} \times m$

$\therefore (1+x^2)y_2 = m^2 \left[(x + \sqrt{1+x^2})^m + (x + \sqrt{1+x^2})^{-m} \right] - x \times \left[\frac{m}{\sqrt{1+x^2}} (x + \sqrt{1+x^2})^m - \frac{m}{\sqrt{1+x^2}} (x + \sqrt{1+x^2})^{-m} \right]$

$\therefore (1+x^2)y_2 = m^2y - xy_1 \therefore (1+x^2)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$ (Ans.)

12. একটি নলাকার আবদ্ধ টিনের তৈরী পাত্রের তরল পদার্থ ধারণ ক্ষমতা 1 litre (1000 cm³). পাত্রটির উচ্চতা ও ব্যাসার্ধ কত হলে পাত্রটি তৈরী করতে ন্যূনতম টিনের প্রয়োজন হবে?

Solve: $\pi r^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi r^2}$

ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r+h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$

ক্ষেত্রফল এর 1st derivative $= 7\pi r = \frac{2}{r^2} = 0 \Rightarrow 4\pi r = \frac{2}{r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{1}{2\pi} \dots\dots\dots(i)$

$\Rightarrow \pi r^2 = \frac{1}{2r} \Rightarrow \frac{1}{h} = \frac{1}{2\pi} \therefore h = 2r \dots\dots\dots(ii)$

(i) হতে, $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} = 5.419 \text{ cm}$ (Ans.) $\therefore h = 10.838 \text{ cm}$ (Ans.)

13. যোগজ নির্ণয় কর: $\int \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$

Solve: $\int \frac{x^2+1}{x^4+1} dx = \int \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{x^2 + \frac{1}{x^2}} dx = \int \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{\left(\frac{x + \frac{1}{x}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{x - \frac{1}{x}}{\sqrt{2}} \right) + c$ (Ans.)

14. ভূমির সাথে α কোণে হেলানো একটি সমতলের উপর একটি 20 kg ওজনের বস্তুকে তল ও ভূমির সমান্তরালে 10kg-wt মানের দুইটি সমান বল প্রয়োগে স্থির অবস্থায় রাখা হয়েছে। তলের উপর ক্রিয়ারত বলের পরিমাণ নির্ণয় কর।

Solve: এখন, $R = 20 \cos \alpha + 10 \sin \alpha \dots\dots\dots(i)$

আর, $20 \sin \alpha = 10 + 10 \cos \alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha = 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

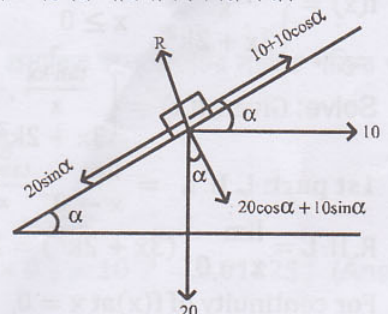
$\Rightarrow 2.2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{2} - 2 \sin \frac{\alpha}{2} \right) = 0$

হয়, $\cos \frac{\alpha}{2} = 0$ অথবা, $\cos \frac{\alpha}{2} - 2 \sin \frac{\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = \pi$ [যা অসম্ভব] $\therefore \alpha = 53.13^\circ$

$\therefore (i)$ হতে $R = 20 \text{ kg-wt}$ (Ans.)



15. একটি স্থির মসৃণ পুলির উপর দিয়ে ঝুলানো একটি হালকা রশির এক প্রান্তে 51kg ওজনের একটি বস্তু সংযুক্ত আছে। রশির অপর প্রান্ত বেয়ে সুসম ত্বরণে একটি বালক 4 s এ 4.9 m উপরে উঠে। বস্তুটি যদি স্থির অবস্থায় থাকে তবে বালকটির ওজন নির্ণয় কর। $[g = 9.8\text{m/s}^2]$

Solve: $u = 0, t = 4.9, h = 4.9$

$$\text{Now, } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 4.9 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 4.9^2 \therefore a = 0.6125$$

$$\text{Now, } 51 \times 9.8 = m(9.8 + 0.6125) \therefore m = 48\text{kg} - \text{wt (Ans.)}$$

16. একজন ছাত্র ভর্তি পরীক্ষায় চারটি বিষয় Math, Phy, Chem, Eng এ অংশগ্রহণ করে। তার পাশের সম্ভাব্যতা Math এ $\frac{4}{5}$, Phy এ $\frac{3}{4}$, Chem এ $\frac{5}{6}$ এবং Eng এ $\frac{2}{3}$ । যোগ্যতা অর্জনের জন্য তাকে অবশ্যই Math এ এবং ন্যূনতম অন্য যে কোন দুই বিষয়ে পাশ করতে হবে। ভর্তি পরীক্ষায় তার যোগ্যতা অর্জনের সম্ভাব্যতা কত?

Solve: (i) Phy – এ ফেল: $\frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$ (ii) Che – এ ফেল: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{15}$

$$(iii) \text{ Eng – এ ফেল: } \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$(iv) \text{ সবগুলোতে পাশ: } \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \therefore \text{সম্ভাব্যতা} = \frac{1}{9} + \frac{1}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{61}{90} \text{ (Ans.)}$$

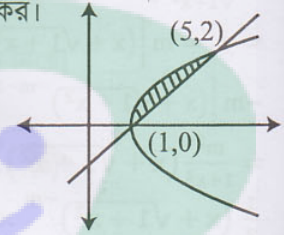
17. $y^2 = x - 1$ পরাবৃত্ত এবং $2y = x - 1$ সরলরেখা দিয়ে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Solve: $y^2 = x - 1; 2y = x - 1 \Rightarrow y^2 = 2y \Rightarrow y = 0, 2 \therefore x = 1, 5$

\therefore ছেদবিন্দুদ্বয় (1, 0) ও (5, 2)

$$\therefore \Delta = \int_1^5 (y_1 - y_2) dx = \int_1^5 \left\{ \sqrt{x-1} - \left(\frac{x-1}{2} \right) \right\} dx$$

$$= \left[\frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} \right]_1^5 = \frac{19}{12} - \frac{1}{4} = \frac{4}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$



18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{\ln(1-x)}$ এর মান বের কর।

Solve: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{\ln(1-x)} \left[\frac{0}{0} \text{ form} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2e^{2x}}{\frac{1}{1-x}(-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{2e^{2x}(1-x)\} = 2 \text{ (Ans.)}$

19. 'a' এর বাস্তব মান কত হলে $x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো সমান্তর প্রগমনে থাকবে? সমীকরণটির মূলগুলোও নির্ণয় কর।

$$\text{Solve: } x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$$

ধরি, মূলগুলো: $(\alpha - d), \alpha, (\alpha + d) \therefore 3\alpha = -3a \therefore \alpha = -a \dots \dots \dots (i)$

$$\text{আবার, } (\alpha - d)(\alpha)(\alpha + d) = -1 \Rightarrow (\alpha^2 - d^2)\alpha = -1 \Rightarrow \alpha^3 - \alpha d^2 = -1$$

$$\text{আবার, } (\alpha - d) \cdot \alpha + \alpha \cdot (\alpha + d) + \alpha^2 - d^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 - \alpha d + \alpha^2 + \alpha d + \alpha^2 - d^2 = 1$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 - d^2 = 1 \Rightarrow 2\alpha^2 + (\alpha^2 - d^2) = 1 \Rightarrow 2\alpha^2 + \frac{-1}{\alpha} = 1 \Rightarrow 2\alpha^3 - 1 = \alpha \Rightarrow 2\alpha^3 - \alpha - 1 = 0$$

$\therefore \alpha = 1; (i) \text{ নং হতে, } a = -1 \text{ (Ans.)}$

20. শূন্য ব্যতীত k এর এমন একটি মান নির্ণয় কর যা নিচে উল্লিখিত ফাংশনকে $x = 0$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন করবে। তোমার উত্তরের যৌক্তিকতা ব্যাখ্যা কর।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan kx}{x}, & x < 0 \\ 3x + 2k^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Solve: Given, } f(x) = \begin{cases} \frac{\tan kx}{x}, & x < 0 \\ 3x + 2k^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{1st part: L.H.L} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan kx}{kx} \times k = k$$

$$\text{R.H.L} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + 2k^2) = 2k^2; \quad \text{Again, } f(0) = 3 \times 0 + 2k^2 = 0 + 2k^2 = 2k^2$$

$$\text{For continuity of } f(x) \text{ at } x = 0, 2k^2 = k \therefore k = 0, \frac{1}{2}; \quad \text{So, } k = \frac{1}{2} \text{ As } k \text{ is nonzero.}$$

2nd part: if $k = \frac{1}{2}$; $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan \frac{x}{2}}{x} & x < 0 \\ 3x + \frac{1}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$

Now, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan \frac{x}{2}}{x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ and, $f(0) = \frac{1}{2}$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$. So, $f(x)$ is continuous at $x = 0$ when $k = \frac{1}{2}$

Physics (Written)

21. সমমন্দনে চলমান একটি ট্রেন প্রথম $\frac{1}{4}$ km অতিক্রম করে 20s এবং দ্বিতীয় $\frac{1}{4}$ km 30 s এ। ট্রেনটি সম্পূর্ণভাবে থামতে আর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে?

Solve: মনে করি, আদিবেগ u এবং ত্বরণ a | Here, $\frac{1}{4}$ km = 250m

এখন, $S = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 250 = u \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 20^2 \Rightarrow 250 = 20u + 200a \dots \dots (i)$

আবার, $2 \times 250 = u(20 + 30) + \frac{1}{2} \times a \times (20 + 30)^2 \Rightarrow 500 = 50u + 1250a \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) সমাধান করে, $u = \frac{85}{6} \text{ ms}^{-1}$ এবং $a = -\frac{1}{6} \text{ ms}^{-2}$

\therefore সম্পূর্ণভাবে থামতে আরও অতিক্রম করবে $\left(\frac{u^2}{2|a|} - 500\right) = 102.0833 \text{ m}$ (Ans.)

22. 4, 5 এবং 6 একক ভরের তিনটি কণার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4, 0, -1), (3, -2, 3) এবং (2, 1, 4) হলে z অক্ষের সাপেক্ষে তাদের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Solve: 4 একক ভরের, $I_z = 4 \times (4^2 + 0^2) = 64$ (Ans.)

5 একক ভরের, $I_z = 5 \times (3^2 + (-2)^2) = 65$ (Ans.)

6 একক ভরের, $I_z = 6 \times (2^2 + 1^2) = 30$ (Ans.)

আবার, 4 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = 4$ (Ans.)

5 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{65}{5}} = \sqrt{13}$ (Ans.)

6 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{30}{6}} = \sqrt{5}$ (Ans.)

23. একটি লাউড স্পিকারের শঙ্কু (cone) 262 Hz. কম্পাঙ্কে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের বিস্তার $A = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ এবং $t = 0$ সময়ে সরণ $x = A$ হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের গতি বর্ণনাকারী সমীকরণটি নির্ণয় কর। শঙ্কুর বেগ ও ত্বরণকে সময়ের ফাংশন হিসাবে প্রকাশ কর।

Solve: We know, $x = A \sin(2\pi ft + \delta)$ | [Given, $f = 262 \text{ Hz}$ & $A = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$]

$t = 0$ তে, $x = A \sin(\delta) \Rightarrow A = A \sin(\delta) \Rightarrow \sin(\delta) = 1 \therefore \delta = \frac{\pi}{2}$

$\therefore x = A \sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.) $\therefore v = \frac{d}{dt}(x) = 524\pi A \cos\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

$\therefore a = \frac{d}{dt}(v) = -524^2 \cdot \pi^2 \cdot A \sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

24. 5m দৈর্ঘ্য এবং 1mm ব্যাস বিশিষ্ট তারে 25kg ভরের ফলে দৈর্ঘ্য 0.1mm প্রসারিত হলে তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর।

Solve: We know, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $w = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$

\therefore মোট সঞ্চিত শক্তি = $\frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} \times \text{আয়তন}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{25 \times 9.8}{\pi \left(\frac{1 \times 10^{-3}}{2}\right)^2} \times \frac{0.1 \times 10^{-3}}{5} \times \pi \times \left(\frac{1 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 5 = \frac{1}{2} \times 25 \times 9.8 \times 0.1 \times 10^{-3} = 0.01225 \text{ J}$ (Ans.)

25. $1.34 \times 10^{-4} \text{ kg}$ এবং $4.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাস বিশিষ্ট একটি কাঁচের বল $0.943 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ঘনত্ব বিশিষ্ট তেলের মধ্য দিয়ে সুক্ষম বেগে 6.4 s সময়ে 0.381 m নীচে পড়ে। তেলের সান্দ্রতার সহগের মান নির্ণয় কর।

Solve: $v = \frac{s}{t} = \frac{0.381}{6.4} = 0.0595 \text{ ms}^{-1}$

We know, $\eta = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9v} \Rightarrow \eta = \frac{2 \times (2.2 \times 10^{-3})^2 \times \left(\frac{1.34 \times 10^{-4}}{\frac{4}{3}\pi \times (2.2 \times 10^{-3})^3} - 0.943 \times 10^3 \right) \times 9.8}{9 \times 0.0595} = 0.03724 \text{ S.I. Unit Ans.}$

26. অণুর ব্যাস 2Å ধরে 10^{-6} mm পারদ চাপ বিশিষ্ট একটি গ্যাস চেম্বারের অণুর গড় মুক্তপথ নির্ণয় কর। STP তে এক গ্রাম গ্যাসের অণু 22.4 L আয়তন দখল করে। ধরে নাও যে চেম্বারটির তাপমাত্রা 273 K .

Solve: এখানে, $PV = nRT$

\therefore তাপমাত্রা স্থির $P_1V_1 = P_2V_2 \therefore V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = 1.7024 \times 10^{10} \text{ L} = 1.7024 \times 10^7 \text{ m}^3$ মোলার আয়তন

\therefore একক আয়তনে অণুর সংখ্যা $n = \frac{N_A}{1.7024 \times 10^7} = \frac{6.023 \times 10^{23}}{1.7024 \times 10^7} = 3.5379 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$

$\therefore \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \pi \times (2 \times 10^{-10})^2 \times 3.5379 \times 10^{16}} = 159.0485 \text{ m.}$

27. একটি 75 mm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট (একক) লেন্সের মুভি ক্যামেরার সাহায্যে 27 m দূরত্বে দাঁড়ানো এক ব্যক্তির ছবি নেয়া হলো। লোকটি 180 cm লম্বা হলে ফিল্মের মধ্যে প্রতিবিশ্বের উচ্চতা কত হবে?

Solve: $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{27} + \frac{1}{v} = \frac{1}{75 \times 10^{-3}} \Rightarrow v = 0.0752 \therefore m = \left| \frac{v}{u} \right| = \frac{1}{359}$

Again, $m = \frac{h'}{h} \Rightarrow h' = h \times m = 180 \times \frac{1}{359} = \frac{180}{359} \text{ cm (Ans.)}$

28. প্রতিটি 220 V এ চার্জিত সমআকারের আটটি ছোট গোলাকার ফোঁটাকে মিলিত করে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত করা হল। বড় ফোঁটার বিভব কত হবে?

Solve: ধরি, প্রতিটি গোলকের চার্জ Q । এখন, $8 \times \left(\frac{4}{3}\pi \right) r^3 = \left(\frac{4}{3}\pi \right) R^3; R = 2r \dots \dots (i)$

We know, $v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r}$

বড় ফোঁটার বিভব v' এবং প্রতিটি ছোট ফোঁটার বিভব v হলে, $\frac{v'}{v} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{r}{R} \right) = \frac{8q}{q} \times \left(\frac{r}{2r} \right) = \frac{8}{2} = 4$

$\therefore v' = 4v = 4 \times 220 \text{ V} = 880 \text{ V (Ans.)}$

29. দুটি $\pi/2 \text{ rad}$ দশা পার্থক্যের সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ একই দিকে ধাবিত হচ্ছে। যদি তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার y_m হয় তবে লব্ধি তরঙ্গটির বিস্তার কত?

Solve: $A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha)} = \sqrt{y_m^2 + y_m^2 + 2y_m^2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{2y_m^2 + 0} = \sqrt{2} y_m \text{ (Ans.)}$

30. 220 V এ কার্যরত 100 W এর একটি বাতির ফিলামেন্টের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত ইলেকট্রনের সংখ্যা নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, ইলেকট্রনের চার্জ, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Solve: We know, $P = VI \Rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{100}{220} \dots \dots \dots (i)$

Now, $I = \frac{q}{t} \Rightarrow \frac{100}{220} = \frac{q}{1} \Rightarrow q = \frac{100}{220}$

ধরি, 1 s এ প্রবাহিত e^- সংখ্যা n

now, $n \times 1.6 \times 10^{-19} = q = \frac{100}{220} \therefore n = 2.84 \times 10^{18} \text{ টি (Ans.)}$

31. একটি দ্বিযোজী ধাতুর নমুনার আয়তন $4.0 \times 10^{-5} \text{ m}^3$. ধাতুটির ঘনত্ব 9.0 g/cm^3 এবং মোলার ভর 60 g/mol . এই নমুনটিতে পরিবহন ইলেকট্রনের সংখ্যা কত? [অ্যাভোগেড্রো সংখ্যা $= 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$]

Solve: We know, $\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = 9 \times (4 \times 10^{-5}) \times 10^6 \text{ (g)} = 360 \text{ g}$

মোলার ভর $= 60 \text{ g/mol} \therefore 360 \text{ g} = \frac{360}{60} = 6 \text{ mol}$

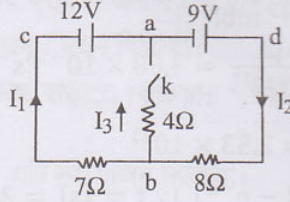
\therefore নমুনটিতে পরিবহন e^- এর সংখ্যা $= 2 \times 6 \times 6.02 \times 10^{23} = 7.224 \times 10^{24} \text{ (Ans.)}$

32. একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m/s^2 . হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত?

Solve: $(R + h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow (R + h)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2} \Rightarrow R + h = \sqrt[3]{\frac{8 \times (8 \times 10^6)^2 \times (8640)^2}{4 \times (3.14)^2}} \quad | \quad g = \frac{GM}{R^2}$

$\Rightarrow h = (9.892 \times 10^6) - R = (9.892 \times 10^6) - 8 \times 10^6 = 1.892 \times 10^6 \text{ m (Ans.)}$

33. চিত্রে প্রদর্শিত সার্কিটে সুইচ k খোলা অবস্থায় কারেন্ট I_1, I_2 এবং I_3 এর মান নির্ণয় কর।



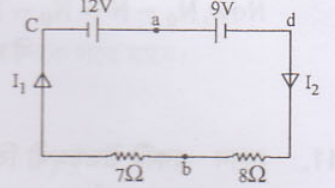
Solve: সুইচ k খোলা অবস্থায়, $I_3 = 0A$

কার্শফের ভোল্টেজ law apply করে পাই,

$$7I_1 - 12 + 9 + 8I_1 = 0 \quad [\text{Here, } I_1 = I_2 \text{ কেননা একটিই পথে কারেন্ট যাচ্ছে}]$$

$$\Rightarrow 15I_1 - 3 = 0 \quad \therefore I_1 = I_2 = 0.2 \text{ Amp}$$

$$\text{Ans: } I_1 = I_2 = 0.2 \text{ Amp and } I_3 = 0 \text{ Amp}$$



34. 2.35 m লম্বা এবং 1.63 mm ব্যাস বিশিষ্ট এলুমিনিয়ামের তারের ভিতর দিয়ে 1.24 A বিদ্যুৎ প্রবাহিত হচ্ছে। এই তারে কি পরিমাণ শক্তি ব্যয় হচ্ছে? [এলুমিনিয়াম এর রোধক, $\rho = 2.80 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$]

$$\text{Solve: We know, } R = \rho \cdot \frac{L}{A} = 2.8 \times 10^{-8} \times \frac{2.35}{\pi \left(\frac{1.63 \times 10^{-3}}{2} \right)^2} = 0.03153 \Omega$$

$$\therefore \text{প্রতি সেকেন্ডে ব্যয়িত শক্তি} = \text{ক্ষমতা} = I^2 R = (1.24)^2 \times 0.03153 \text{ W} = 0.04848 \text{ watt (Ans.)}$$

35. একটি 2.0 cm প্রস্থ এবং 1.0 mm পুরুত্বের কপারের পাতকে $B = 1.5 \text{ Weber/m}^2$ চুম্বকক্ষেত্রে রাখা হল। এই পাতের ভিতর দিয়ে 200 A বিদ্যুৎ প্রবাহিত করা হলে এর প্রস্থ বরাবর কী পরিমাণ হল বিভব পার্থক্য সৃষ্টি হবে? [কপারের মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা, $n = 8.4 \times 10^{23} \text{ electrons/m}^3$]

$$\text{Solve: } V_{\text{Hall}} = \frac{IBd}{nAe} = \frac{IBd}{n \times (d \cdot t) \cdot e} = \frac{IB}{nte} = \frac{200 \times 1.5}{8.4 \times 10^{23} \times 1 \times 10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2.23 \times 10^{-5} \text{ volt (Ans.)}$$

36. নীল LED হতে নিসৃত আলো একটি অপবর্তন গ্রেটিং এর উপর লম্বভাবে আপতিত হয়। এই অপবর্তন গ্রেটিং এ 25.4 mm প্রস্থে সমব্যবধানে: 1.26×10^4 টি রেখা টানা আছে। কেন্দ্রীয় অক্ষ হতে কত ডিগ্রী কোণে দ্বিতীয় চরম (second-order maxima) উৎপন্ন হবে? [নীল আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 450 \times 10^{-9} \text{ m}$]

$$\text{Solve: প্রতিটি রেখার প্রস্থ} = \frac{25.4 \times 10^{-3}}{1.26 \times 10^4} \text{ m} = 2.01587 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Now, } d \sin(\alpha) = n\lambda \Rightarrow 2.01587 \times 10^{-6} \times \sin(\alpha) = 2 \times 450 \times 10^{-9} \quad \therefore \alpha = 26.51^\circ \text{ (Ans.)}$$

37. 1.2 atm চাপ এবং 310K তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন 4.3 L. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংকুচিত করে আয়তন 0.76 L করা হল। গ্যাসটির (ক) চূড়ান্ত চাপ এবং (খ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [গ্যাসটিকে আদর্শ গ্যাস হিসাবে বিবেচনা করা যার $\gamma = 1.4$]

$$\text{Solve: } P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 1.2 \times \left(\frac{4.3}{0.76} \right)^{1.4} = 13.5799 \text{ atm (Ans.)}$$

$$\text{Again, } T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 310 \times \left(\frac{4.3}{0.76} \right)^{1.4-1} = 620.0456 \text{ K (Ans.)}$$

38. একটি বর্ণের আলো দিয়ে আলোকিত একটি দ্বি-চির পরীক্ষায় চিরদ্বয় থেকে কিছু দূরে স্থাপিত পর্দার ডোরা পাওয়া যায়। যদি পর্দাটিকে চিরের দিকে $5 \times 10^{-2} \text{ m}$ সরানো হয় তাহলে ডোরার ব্যবধানের পরিবর্তন হয় $3 \times 10^{-5} \text{ m}$. যদি চির দুটোর মধ্যবর্তী দূরত্ব 10^{-3} m হয় তবে ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$$\text{Solve: ডোরার ব্যবধান } x \text{ হলে, } x = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda \Delta D}{a} = \frac{(3 \times 10^{-5}) \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m (Ans.)}$$

39. কোন একটি 1.8 eV কার্যঅপেক্ষক বিশিষ্ট ধাতুতে 400 nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আলো আপতিত হলে (ক) নির্গত হওয়া ইলেকট্রনগুলোর নিবৃত্ত বিভব কত হবে? (খ) নির্গত ইলেকট্রনগুলোর সর্বোচ্চ গতিবেগ কত?

$$\text{Solve: } \frac{hc}{\lambda} = \phi + E_{k(\text{max})} \Rightarrow \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 1.8 \times 1.6 \times 10^{-19} + E_{k(\text{max})}$$

$$\therefore E_{k(\text{max})} = e \cdot V = 2.089 \times 10^{-19} \quad \therefore V = 1.3059697 \text{ volt (Ans.)}$$

$$\text{Again, } E_{k(\text{max})} = \frac{1}{2} m (V_{\text{max}})^2 = 2.089 \times 10^{-19} \quad \therefore V_{\text{max}} = 6.7767 \times 10^5 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

40. U^{238} এর অর্ধায়ু 1.42×10^{17} s. 1 g U^{238} থেকে প্রতি সেকেন্ডে কতগুলো পরমাণু ভেঙ্গে যাবে?

[অ্যাভোগেড্রো সংখ্যা, $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$]

Solve: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1.42 \times 10^{17}} = 4.88 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

1g U^{238} এ পরমাণু সংখ্যা = $\frac{6.023 \times 10^{23}}{238} = 2.53 \times 10^{21}$

Now, $N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0(1 - e^{-\lambda})$ [$\because t = 1\text{s}$] = $2.53 \times 10^{21} \times (1 - e^{-4.88 \times 10^{-18}})$ (Ans.)

Chemistry (Written)

41. কোন একটি উভয়মুখী বিক্রিয়ায় $\Delta n = \frac{1}{2}$ হলে, কত ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রায় K_p এর মান K_c এর মানের আটগুণ হবে? দেওয়া আছে, $R = 0.0821 \text{ L atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Solve: We know, $K_p = K_c(RT)^{\Delta n} \Rightarrow (RT)^{\Delta n} = \left(\frac{K_p}{K_c}\right) \Rightarrow (R.T)^{\frac{1}{2}} = 8 \Rightarrow R.T = 8^2 = 64$

$\Rightarrow T = \frac{64}{0.0821} = 779.5371 \text{ K} = 506.537^\circ \text{C}$

42. হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন ২য় শক্তিস্তর থেকে ১ম শক্তিস্তরে লাফ দেওয়ার ফলে সৃষ্ট বর্ণালী রেখার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য(λ) Å এ নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, $R_H = 109677 \text{ cm}^{-1}$.

Solve: We know, $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{(n_1)^2} - \frac{1}{(n_2)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 109677 \times \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda = 1.21569 \times 10^{-7} \text{ m}$

$\Rightarrow \lambda = 1.21569 \times 10^3 \text{ Å}$ (Ans.)

43. 3.78g নাইট্রিক এসিডকে 400mL পানিতে দ্রবীভূত করা হল। মোলারিটিতে এই দ্রবণের ঘনমাত্রা কত হবে? আর কি পরিমাণ পানি এই দ্রবণে যোগ করলে এর ঘনমাত্রা 0.1M হবে?

Solve: HNO_3 এর আণবিক ভর = $1 + 14 + (16 \times 3) = 63 \text{ g/mole} \therefore S = \frac{n}{V} = \frac{(3.78+63)}{400 \times 10^{-3}} = 0.15 \text{ M}$ (Ans.)

Now, $S_1 V_1 = S_2 V_2 \Rightarrow S_2 = \frac{S_1 V_1}{V_2} = \frac{0.15 \times 400}{0.1} = 600 \text{ mL}$

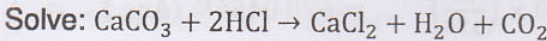
\therefore পানি যোগ করতে হবে = $(600 - 400) = 200 \text{ mL}$ (Ans.)

44. দেখাও যে একটি প্রথম ক্রমবিক্রিয়ার ক্ষেত্রে বিক্রিয়াটির 99.9% শেষ হতে যে সময় লাগে তা বিক্রিয়াটির অর্ধেক শেষ হওয়ার সময়ের প্রায় 10 গুণ।

Solve: We know, $t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{c_0}{c} \right)$; 99.9% শেষ হতে, $t_1 = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{c_0}{0.001 \times c_0} \right) = \frac{1}{\lambda} \ln(1000)$

আবার, অর্ধেক শেষ হতে, $t_2 = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{c_0}{0.5c_0} \right) = \frac{1}{\lambda} \ln(2)$; Now, $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\ln(1000)}{\ln(2)} = 9.965 \approx 10$ (Shown)

45. 15.82g ভেজালযুক্ত ক্যালসিয়াম কার্বনেট হাইড্রোক্সিক্লোরিক এসিডের সংগে বিক্রিয়া করে 37°C তাপমাত্রা ও 750 mm (Hg) চাপে 2.53 dm^3 কার্বন ডাইঅক্সাইড উৎপন্ন করে। ঐ ক্যালসিয়াম কার্বনেটে ভেজালের পরিমাণ নির্ণয় কর।



n_{CO_2} নির্ণয়: $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{\frac{750}{760} \times 2.53}{0.0821 \times 310} = 0.098098$

এখন, $\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{n_{\text{CO}_2}} = \frac{1}{1} \therefore n_{\text{CaCO}_3} = 1 \times 0.098098 \Rightarrow \frac{W}{m} = n = 0.098098 \therefore W = 9.80987 \text{ g}$

\therefore ভেজালের পরিমাণ = $(15.82 - 9.80987) \text{ g} = 6.010127 \text{ g}$ (Ans.)

46. (a) একটি ইলেকট্রন উচ্চশক্তি স্তর থেকে নিম্নশক্তি স্তরে লাফ দিলে কী ঘটে?
(b) কোন বিক্রিয়ায় প্রভাবক (অনুঘটক) যোগ করলে কী ঘটে?
(c) বোরের পরমাণু মডেল অনুসারে নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগ-এর সমীকরণ লিখ।
(d) নিম্নলিখিতগুলি কী ধরনের বিক্রিয়া? পারিপার্শ্বিক অবস্থার উপর বিক্রিয়াগুলির প্রতিক্রিয়া কি?
(i) $\text{C (graphite)} + \text{O}_2 (\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2 (\text{g}) : \Delta H = -395 \text{ kJ}$
(ii) $\text{H}_2 (\text{g}) + \text{I}_2 (\text{s}) \rightarrow 2\text{HI} (\text{g}) : \Delta H = + 52 \text{ kJ}$

Solve: (a) এই দুই শক্তিস্তরের শক্তির পার্থক্যের সমান পরিমাণ শক্তি বিশিষ্ট তাড়িৎ চৌম্বক বিকিরণ নিঃসরণ হয়।

(b) বিক্রিয়ার সক্রিয়ণ শক্তি হ্রাস বা বৃদ্ধি পায় ফলে বিক্রিয়ার হার হ্রাস/বৃদ্ধি পায়।

(c) $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ (d) i) সংযোজন / দহন বিক্রিয়া।

বৈশিষ্ট্য: (i) চাপের প্রভাব নেই (ii) তাপমাত্রা বাড়ালে বিক্রিয়ার পশ্চাৎ বেগ বৃদ্ধি পাবে, সাম্যাবস্থা বাম দিকে সরে যাবে (যেহেতু তাপোৎপাদী বিক্রিয়া)।

ii) $H_2 + I_2 \rightleftharpoons 2HI(g)$; $\Delta H = +52KJ$; এটি সংযোজন বিক্রিয়া।

বৈশিষ্ট্য: (i) তাপহারী বিক্রিয়া (ii) চাপের প্রভাব নেই (iii) তাপমাত্রা বাড়ালে সাম্যাবস্থা ডান দিকে সরে যাবে।

47. (a) নীচের গ্যাসগুলোর কোনটি এসিড বৃষ্টির জন্য দায়ী? এর প্রধান উৎস কি?

CO_2 , NO_2 , H_2S , CO

(b) K, Li, Cs এবং Rb কে তাদের ধাতব ধর্মের নিম্নক্রমানুসারে সাজাও।

(c) C, F, N এবং O কে তাদের আয়নিক বিভবের উচ্চক্রমানুসারে সাজাও।

Solve: NO_2 এসিড বৃষ্টির জন্য দায়ী।

(a) $N_2 + O_2 \rightarrow NO$; $NO + O_2 \rightarrow NO_2$

∴ NO_2 এর প্রধান উৎস হল বায়ু। কেননা, বায়ুতেই N_2 ও O_2 বিদ্যমান থাকে।

(b) $Cs > Rb > K > Li$ (c) $C < O < N < F$

48. রাজাশ্ব কিভাবে প্লাটিনামকে দ্রবীভূত করে বিক্রিয়া সহ লিখ।

Solve: রাজশ্বের বিক্রিয়া: $HNO_3 + 3HCl \rightarrow NOCl + 2H_2O + 2[Cl]$

$Pt + 4[Cl] \rightarrow PtCl_4$

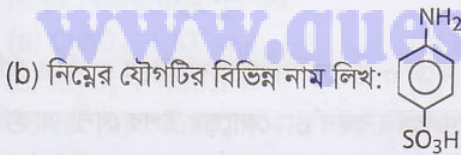
$2HCl + PtCl_4 \rightarrow H_2PtCl_6$
ক্লোরো প্লাটিনিক এসিড

49. প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা $n = 3$ হলে অন্যান্য কোয়ান্টাম সংখ্যাগুলো কি কি?

Solve:

$n = 3$	$l = 0$ $l = 1$ $l = 2$	$m = 0$ $m = 0, 1, -1$ $m = 0, 1, -1, 2, -2$	$S = \pm \frac{1}{2}$
---------	-------------------------------	----------------------------------------------------	-----------------------

50. (a) আণবিক সংকেত $C_4H_{10}O$ দিয়ে গঠিত সকল সমাণুক অ্যালকোহল এর গাঠনিক সংকেত লিখ এবং এদের প্রত্যেকের শ্রেণিবিন্যাস উল্লেখ কর।



Solve: (a) $C_4H_{10}O$ এর সমাণু:

$H_3C - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$ [n-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\substack{| \\ CH_3}}{CH} - CH_2 - OH$ [Iso-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\substack{| \\ CH_3}}{C} - OH$ [নিও-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\substack{| \\ OH}}{CH} - CH_2 - CH_3$ [Secondary alcohol বা, বিউটানল-২]

(b)

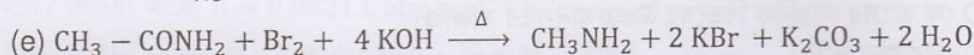
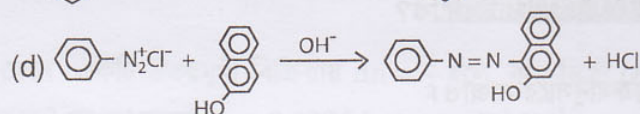
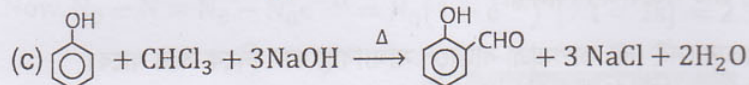
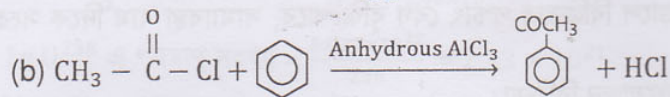
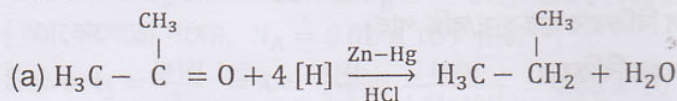
১। সালফানিলিক এসিড

২। প্যারা-অ্যামিনো বেনজিন সালফোনিক এসিড

৩। 4-অ্যামিনো বেনজিন সালফোনিক এসিড



51. নিম্নলিখিত বিক্রিয়াগুলোর নাম লিখ:



Solve: (a) ক্রিমেনসন বিজারণ

(b) ফিডেলক্রাফট অ্যাসাইলেশন

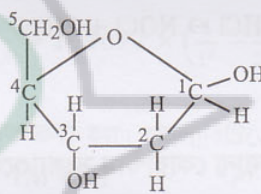
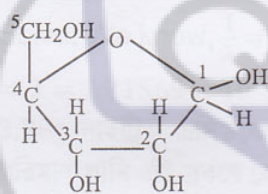
(c) রাইমার-টাইম্যান বিক্রিয়া

(d) কাপলিং বিক্রিয়া

(e) হফম্যান ডিগ্রেশন বিক্রিয়া

52. DNA ও RNA সুগারের নাম ও কাঠামো লিখ।

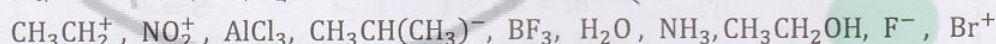
Solve:



(RNA) → β-D রাইবোজ সুগার

(DNA) → β-D ডিঅক্সি রাইবোজ সুগার

53. নিম্নলিখিতগুলো হতে ইলেকট্রন আকর্ষী ও কেন্দ্রাকর্ষী বিকারক পৃথক কর:



Solve: ইলেকট্রন আকর্ষী বিকারক: CH_3CH_2^+ , NO_2^+ , AlCl_3 , BF_3 , Br^+

কেন্দ্রাকর্ষী বিকারক: $\text{CH}_3\text{CH}(\text{CH}_3)^-$, H_2O , NH_3 , F^- , $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$

54. প্রান্তীয় অ্যালকাইনগুলো কোন অম্লীয় বৈশিষ্ট্য প্রদর্শন কর?

Solve: প্রান্তীয় অ্যালকাইনগুলোর প্রান্তীয় C পরমাণু sp সংকরিত হয়। ফলে σ বন্ধনে আবদ্ধ অরবিটালে s চরিত্র বেশি হয় এবং অরবিটালের আকার ক্ষুদ্র হয়। $F \propto \frac{1}{d^2}$ সূত্রানুসারে প্রান্তীয় C পরমাণু তখন বন্ধন e^- জোড়ের উপর বেশী আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। ফলে H^+ আয়ন মুক্ত হয় এবং অম্লীয় বৈশিষ্ট্য প্রকাশ পায়।

55. নীচের কার্যকরী মূলক সম্বলিত যৌগসমূহের প্রত্যেকটির একটি উদাহরণ দাও:

(a) Enamine (ইনামিন)

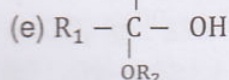
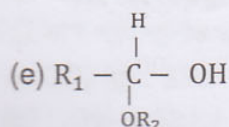
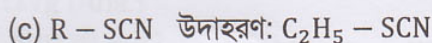
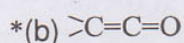
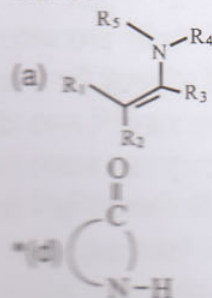
(b) Ketene (কিটিন)

(c) Isothiocyanate (আইসোথায়োসায়ানেট)

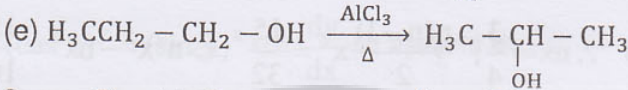
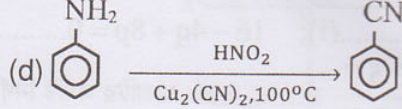
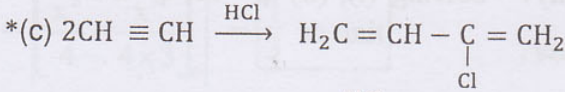
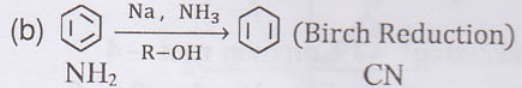
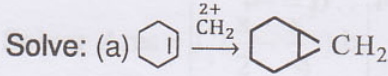
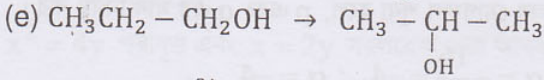
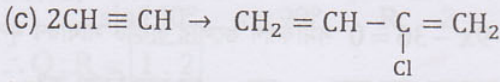
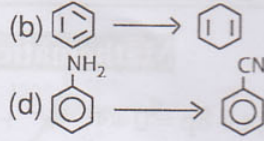
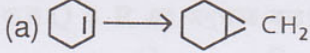
(d) Lactum (ল্যাকটাম)

(e) Hemiacetal (হেমিঅ্যাসিটাল)

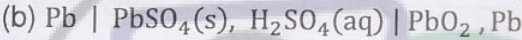
Solve:



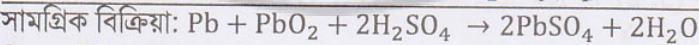
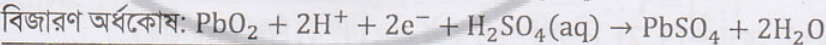
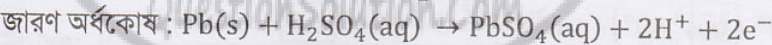
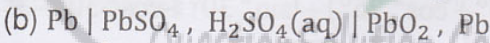
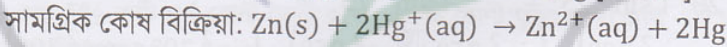
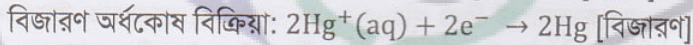
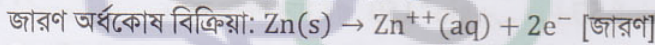
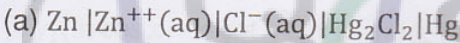
56. নিচের প্রতিটি বিক্রিয়া থেকে উৎপাদ পেতে বিক্রিয়ায় ব্যবহৃত শর্ত/কেমিক্যালগুলোর নাম উল্লেখ কর:



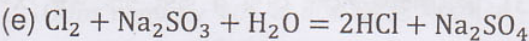
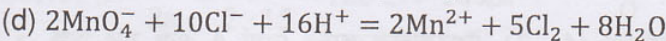
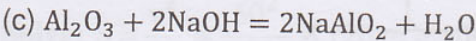
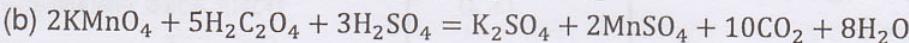
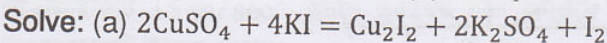
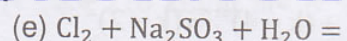
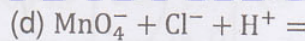
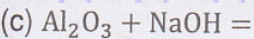
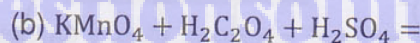
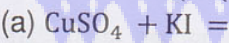
57. নিম্নের তড়িৎ রাসায়নিক কোষসমূহের অর্ধকোষ বিক্রিয়া ও সামগ্রিক কোষ বিক্রিয়া দেখাও:



Solve:



58. নিম্নের বিক্রিয়াসমূহ পূর্ণ কর:



59. $\text{H}_2 + \text{Br}_2 = 2\text{HBr}$ বিক্রিয়াটি একটি 0.250L পাত্রে সম্পন্ন করা হল। 0.01s এ Br_2 এর পরিমাণের পরিবর্তন -0.00 mol হলে বিক্রিয়াটির হার নির্ণয় কর।

Solve: $r = -\frac{d\text{C}}{dt} = -\frac{\Delta\text{C}}{\Delta t} = -\frac{-0.001}{0.250 \times 0.01} \text{ Ms}^{-1} = 0.4 \text{ Ms}^{-1}$ (Ans.)

60. একটি বিদ্যুৎ শক্তি কেন্দ্রে বার্ষিক 2.4% বর্ধিত সালফার সহনিত $3.1 \times 10^7 \text{ kg}$ কয়লা পোড়ানো হয়। STP তে উৎপন্ন SO_2 গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর।

Solve: $3.1 \times 10^7 \text{ kg}$ কয়লাতে S আছে = $3.1 \times 10^7 \times \frac{2.4}{100} \text{ kg} = 744000 \text{ kg}$

Now, $\text{S} + \text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_2 \therefore n_s = n_{\text{SO}_2} = \frac{744000 \times 10^3}{32} = 23250000 \text{ mole}$

$\therefore V_{\text{SO}_2} = (22.4 \times 23250000) \text{ L} = 520800000 \text{ L}$ (Ans.)