

توضیحات الگوریتم پروژه

مهدی نادری - ۹۶۳۶۷۱۳

برای یافتن یک راه حل بهینه برای مسئله باید یک عبارت، کمینه سازی شود که توضیحات زیر برای مفهوم شدن این عبارت می باشد:

اگر دو تکه از پازل به نام های i و j را در نظر بگیریم، نسبت به نحوه کنار هم قرار گرفتن این دو تکه از پازل، متغیری به نام orientation خواهیم داشت که به اختصار با o نشان داده می شود و به این شکل مقداردهی می شود:

$o = 1$	$o = 2$	$o = 3$	$o = 4$
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; text-align: center;"> j <hr/> i </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; text-align: center;"> <div style="display: inline-block; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">i</div> <div style="padding: 0 10px;">j</div> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; text-align: center;"> i <hr/> j </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; text-align: center;"> <div style="display: inline-block; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">j</div> <div style="padding: 0 10px;">i</div> </div>

آنگاه متغیر δ را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\delta_o^x = \begin{cases} 0 & \text{if } o = 1 \\ -1 & \text{if } o = 2 \\ 0 & \text{if } o = 3 \\ 1 & \text{if } o = 4 \end{cases}$$

$$\delta_o^y = \begin{cases} 1 & \text{if } o = 1 \\ 0 & \text{if } o = 2 \\ -1 & \text{if } o = 3 \\ 0 & \text{if } o = 4 \end{cases}$$

برای ارزیابی میزان تشابه میان دو قطعه، از معیاری به اسم MGC distance استفاده می کنیم که با D نشان داده می شود و میزان گرادیان را در نزدیکی مرزهای یک قطعه بیان می کند و با استفاده از این معیار، معیار دیگری که به شکلی وزن میان دو قطعه را بیان می کند، بدست می آوریم که به شکل زیر تعریف می شود:

$$w_{ijo} = \frac{\min(\min_{k \neq i}(D_{kjo}), \min_{k \neq j}(D_{iko}))}{D_{ijo}},$$

اگر مجموعه U را مجموعه‌ای در نظر بگیریم که تمام orientation های میان دو قطعه i و j را شامل شود، آن گاه داریم:

$$C(\mathbf{x}) = \sum_{(i,j,o) \in U} w_{ijo} |x_i - x_j - \delta_o^x|_0,$$

$$C(\mathbf{y}) = \sum_{(i,j,o) \in U} w_{ijo} |y_i - y_j - \delta_o^y|_0,$$

و در نهایت باید عبارت زیر را با قیدهای ذکر شده، کمینه کنیم:

$$\text{minimize: } C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{y})$$

$$\text{subject to: } \forall i, x_i \in \mathbb{N}, 1 \leq x_i \leq M$$

$$\forall j, y_j \in \mathbb{N}, 1 \leq y_j \leq N$$

$$\forall i, \forall j, |x_i - x_j| + |y_i - y_j| > 0$$

که در آن M تعداد قطعه‌ها در یک ردیف و N تعداد قطعه‌ها در یک ستون است.

توضیحات کامل‌تری در متن مقاله‌ها وجود دارد که درک موضوع را کامل‌تر می‌کند. همچنین سعی شده است برای اینکه پازل بهتر کامل شود، اگر دو قطعه کنار همدیگر قرار می‌گیرند و قطعه اول در انتها دارای یک لبه است، قطعه دوم به شکلی انتخاب شود که ادامه دهنده لبه آن باشد و این کار روی هر سه کانال رنگی قطعه‌ها انجام می‌شود. متغیرها و روابط بیان شده در این مورد را می‌توان در مقاله دوم مشاهده کرد.

متغیرهای تعریف شده در کد مربوط به پروژه نیز همانم با متغیرهای مقاله‌ها در نظر گرفته شده‌اند.