

حل قضیه EvenDVS برای حالت α های مستقل

مهدی بهرامیان 401171593

تعریف مسئله

n وظیفه با نام های $\tau_1 \dots \tau_n$ داریم که هرکدام با نرخ فعالیت α_i به مدت t_i طول میکشند و همگی باید تا محدودیت زمانی D خاتمه یابند.

خواسته مسئله

ضریب ولتاژ و فرکانس وظایف با نام های ρ_i را طوری تعیین کنید که در عین حال که محدودیت زمانی D را رعایت میکنیم، مصرف انرژی به حداقل برسد.

حل مسئله

$$E_N = \sum_i \rho_i^2 \alpha_i t_i \quad \text{Deadline : } \sum_i \frac{t_i}{\rho_i} \leq D \quad \Rightarrow \quad \text{Minimize : } H(\rho_1 \dots \rho_n, \lambda) = \sum_i \rho_i^2 \alpha_i t_i + \lambda \left(\sum_i \frac{t_i}{\rho_i} - D \right)$$

$$0 = \frac{\delta H}{\delta \rho_i} = 2\rho_i \alpha_i t_i + \lambda \frac{-t_i}{\rho_i^2} \Rightarrow 2\rho_i \alpha_i t_i = \lambda \frac{t_i}{\rho_i^2} \Rightarrow 2\rho_i^3 \alpha_i = \lambda \Rightarrow \rho_i = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{2\alpha_i}} \equiv \frac{1}{\Lambda} \sqrt[3]{\frac{1}{2\alpha_i}} \Rightarrow \Lambda \sum_i t_i \sqrt[3]{2\alpha_i} = D$$

$$\Rightarrow \Lambda = \frac{D}{\sum_i t_i \sqrt[3]{2\alpha_i}} \Rightarrow \rho_i = \frac{\sum_i t_i \sqrt[3]{\alpha_i}}{D} \sqrt[3]{\frac{1}{2\alpha_i}}$$

$$\rho_i = \frac{\sum_i t_i \sqrt[3]{\alpha_i}}{D} \sqrt[3]{\frac{1}{2\alpha_i}} \quad \text{بنابراین پاسخ کلی این مسئله}$$

$$t_i \left(\frac{1}{\rho_i} - 1 \right) = t_i \left(\frac{D}{\sum_i t_i \sqrt[3]{\alpha_i}} \sqrt[3]{2\alpha_i} - 1 \right) \quad \text{و در نتیجه slack-time هرکدام از وظایف برابر با}$$