سری ۳ — ۱، ۵، ۷، ۹، ۱۵، ۲۷

①

$T(x,y,z)=(x+y,\ x-3,\ z)$ باید ثابت کنیم $T(ku)=kT(u)$

$T(1,2,3)=(3,-2,3)$ را در نظر می‌گیریم $\xrightarrow[k=2]{\text{به ازای}}$ $T(ku)=(2,4,6)=(6,-1,6)$ ، $kT(u)=2(3,-2,3)=(6,-4,6)$

$(6,-1,6)\neq(6,-4,6)$ پس T تبدیل خطی نیست

---

⑤

$$R_x=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos\theta&\sin\theta&0\\0&-\sin\theta&\cos\theta&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\quad R_y=\begin{bmatrix}\cos\theta&0&-\sin\theta&0\\0&1&0&0\\\sin\theta&0&\cos\theta&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\quad R_z=\begin{bmatrix}\cos\theta&\sin\theta&0&0\\-\sin\theta&\cos\theta&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos30&\sin30&0\\0&-\sin30&\cos30&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}}_{R_x(30^\circ)}\times\underbrace{\begin{bmatrix}\cos30&0&-\sin30&0\\0&1&0&0\\\sin30&0&\cos30&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}}_{R_y(30^\circ)}\times\underbrace{\begin{bmatrix}\cos30&\sin30&0&0\\-\sin30&\cos30&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}}_{R_z(30^\circ)}=\begin{bmatrix}\cdots\\\cdots\\\cdots\\\cdots\end{bmatrix}_{4\times4}$$

---

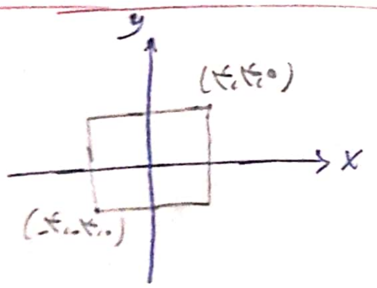
⑦

$$T=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\b_x&b_y&b_z&1\end{bmatrix},\quad S=\begin{bmatrix}S_x&0&0&0\\0&S_y&0&0\\0&0&S_z&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow T_1=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\4&0&-9&1\end{bmatrix},\quad S_1=\begin{bmatrix}2&0&0&0\\0&-3&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$result=S_1\times T_1\Rightarrow\begin{bmatrix}2&0&0&0\\0&-3&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\4&0&-9&1\end{bmatrix}=\boxed{\begin{bmatrix}2&0&0&0\\0&-3&0&0\\0&0&1&0\\4&0&-9&1\end{bmatrix}}$$

---

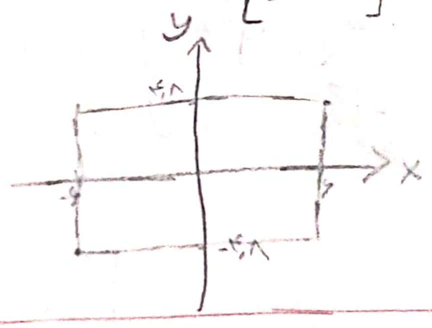
⑨ ۱٫۵ واحد در محور x و ۰٫۷۵ در محور y



$$Scale=\begin{bmatrix}1.5&0&0\\0&0.75&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}4,&4,&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.5&0&0\\0&0.75&0\\0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6,&4.8,&0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-4,&-4,&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.5&0&0\\0&0.75&0\\0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6,&-4.8,&0\end{bmatrix}$$



---

⑮

$$T_2=[x,y,z,0]\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\b_x&b_y&b_z&1\end{bmatrix},\quad T_1=[x,y,z,1]\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\b_x&b_y&b_z&1\end{bmatrix}$$

T_1 نقاط را منتقل می‌کند چون که جزء آخر آن ۱ است

T_2 برای بردارها استفاده می‌شود، چون که جزء آخر آن صفر است

انتقال مختصات یک بردار منطقی نیست چون بردار در واقع دارای مختصات مشخصی نیست ولی طول آن را جابجا کرد و مقدار اندازه و جهت دارد

مهدی حاجی (بر حسب کتاب انگلیسی)

①

$$3\left(\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix}-2x\right)=2\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-6 & 0\\ 3 & 9\end{bmatrix}-6x=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix} \Rightarrow 6x=\begin{bmatrix}-6 & 0\\ 3 & 9\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}$$

$$6x=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix} \Rightarrow x=\begin{bmatrix}-\frac{2}{6} & 0\\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6}\end{bmatrix}$$

$$x=\begin{bmatrix}-\frac{1}{3} & 0\\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

②

(a) $$\underset{2\times 3}{\begin{bmatrix}-2 & 0 & 3\\ 4 & 1 & -1\end{bmatrix}}\underset{3\times 2}{\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 6\\ 2 & -3\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}2 & -7\\ 6 & 5\end{bmatrix}$$

(b) $$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -2 & 4\end{bmatrix}$$

(c) $$\underset{3\times 3}{\begin{bmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -1 & -2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}}\underset{3\times 1}{\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 1\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}4\\ -5\\ 1\end{bmatrix}$$

③ ترانهاده

(a) $$[1,2,3] \xrightarrow{T} [1,2,3]^T=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}$$

(b) $$\begin{bmatrix}x & y\\ z & w\end{bmatrix} \xrightarrow{T} \begin{bmatrix}x & y\\ z & w\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}x & z\\ y & w\end{bmatrix}$$

(c) $$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\\ 7 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 3 & 5 & 7\\ 2 & 4 & 6 & 8\end{bmatrix}$$

⑦

$$U\times V=[V_x, V_y, V_z]\begin{bmatrix}0 & U_z & -U_y\\ -U_z & 0 & U_x\\ U_y & -U_x & 0\end{bmatrix}=(-V_yU_z+V_zU_y,\ V_xU_z-V_zU_x,\ -V_xU_y+V_yU_x)=U\times V$$

⑩

$$\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 7\end{bmatrix}= \xrightarrow{\text{قطری}} 2\times 3\times 7=42$$

$$\begin{bmatrix}21 & -4\\ 10 & 7\end{bmatrix}=(21\times 7)-(-4\times 10)=147+40=187$$

⑪

$$A=\begin{bmatrix}21 & -4\\ 10 & 7\end{bmatrix}=\frac{1}{\text{determinan}}\begin{bmatrix}7 & +4\\ -10 & 21\end{bmatrix}=\frac{1}{187}\begin{bmatrix}7 & +4\\ -10 & 21\end{bmatrix}=A^{-1}$$

$$B=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 7\end{bmatrix}=B^{-1}=\frac{B^*}{\det B} \Rightarrow$$

ماتریس کهاد

$$\begin{bmatrix}\begin{vmatrix}3 & 0\\ 0 & 7\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & 7\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}0 & 3\\ 0 & 0\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & 7\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 7\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}0 & 0\\ 3 & 0\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{vmatrix}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}21 & 0 & 0\\ 0 & 14 & 0\\ 0 & 0 & 6\end{bmatrix} \Rightarrow B^*=\begin{bmatrix}6 & 0 & 0\\ 0 & 14 & 0\\ 0 & 0 & 21\end{bmatrix}$$

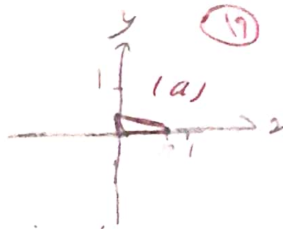
$$B^{-1}=\frac{1}{42}\begin{bmatrix}6 & 0 & 0\\ 0 & 14 & 0\\ 0 & 0 & 21\end{bmatrix}$$

Behi Co.
Trading & Industrial

(16)

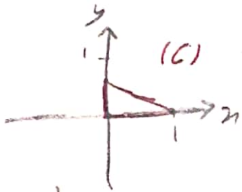
$P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,1,0,0)$ ، $P_3(2,0,0,0)$

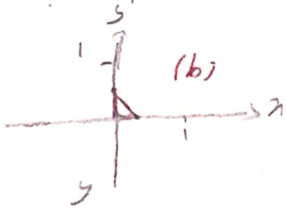
(a) $\frac{1}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2 + \frac{1}{3}P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,\frac{1}{3},0)$ ، $P_3(\frac{2}{3},0,0,0)$



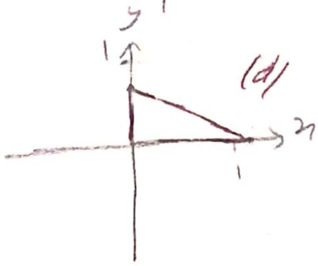
(b) $0.7P_1 + 0.2P_2 + 0.1P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,0.2,0)$ ، $P_3(0.2,0,0,0)$

(c) $0.0P_1 + 0.5P_2 + 0.5P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,\frac{1}{2},0)$ ، $P_3(1,0,0,0)$

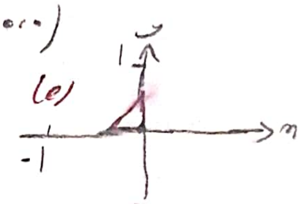




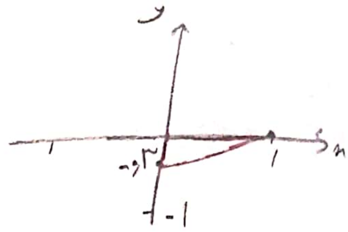
(d) $-0.25P_1 + 0.6P_2 + 0.6P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,0.6,0)$ ، $P_3(1.2,0,0)$



(e) $0.6P_1 + 0.5P_2 - 0.1P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,0.5,0)$ ، $P_3(-0.2,0,0)$



(f) $0.8P_1 - 0.3P_2 + 0.5P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0)$ ، $P_2(0,-0.3,0)$ $P_3(1,0,0)$



(27)

$$S=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} ، R_{xyz}(30) \Rightarrow R_x(30)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos30&\sin30&0\\0&-\sin30&\cos30&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$R_y(30)=\begin{bmatrix}\cos30&0&-\sin30&0\\0&1&0&0\\\sin30&0&\cos30&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$T=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\3&1&2&1\end{bmatrix}$$

$$R_z(30)=\begin{bmatrix}\cos30&\sin30&0&0\\-\sin30&\cos30&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$S \times R_{xyz}(30) \times T = result$

$P \times result$ $\quad$ $Q \times result$

3\31 Kelisa Vank Rd P.O.Box: 81735/354 ISFAHAN - IRAN Tel: +98311-6244308 Fax: +98311-6247726
604, Elahieh Center, Jordan Ave P. O. BOX: 19359-4933 TEHRAN - IRAN Tel: +9821-2046862 Fax: +9821-2045330