In The Name Of

GOD

TEHRAN UNIVERSIRY

Faculty Of Electrical and Computer Engineering

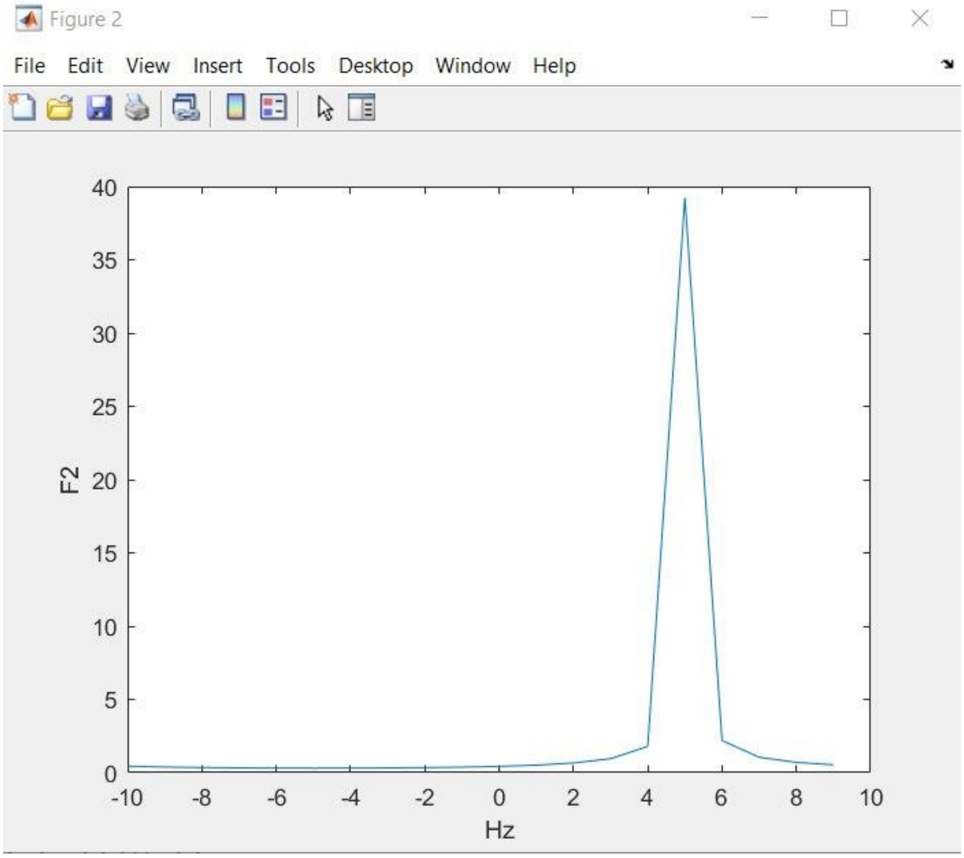
Signal & System

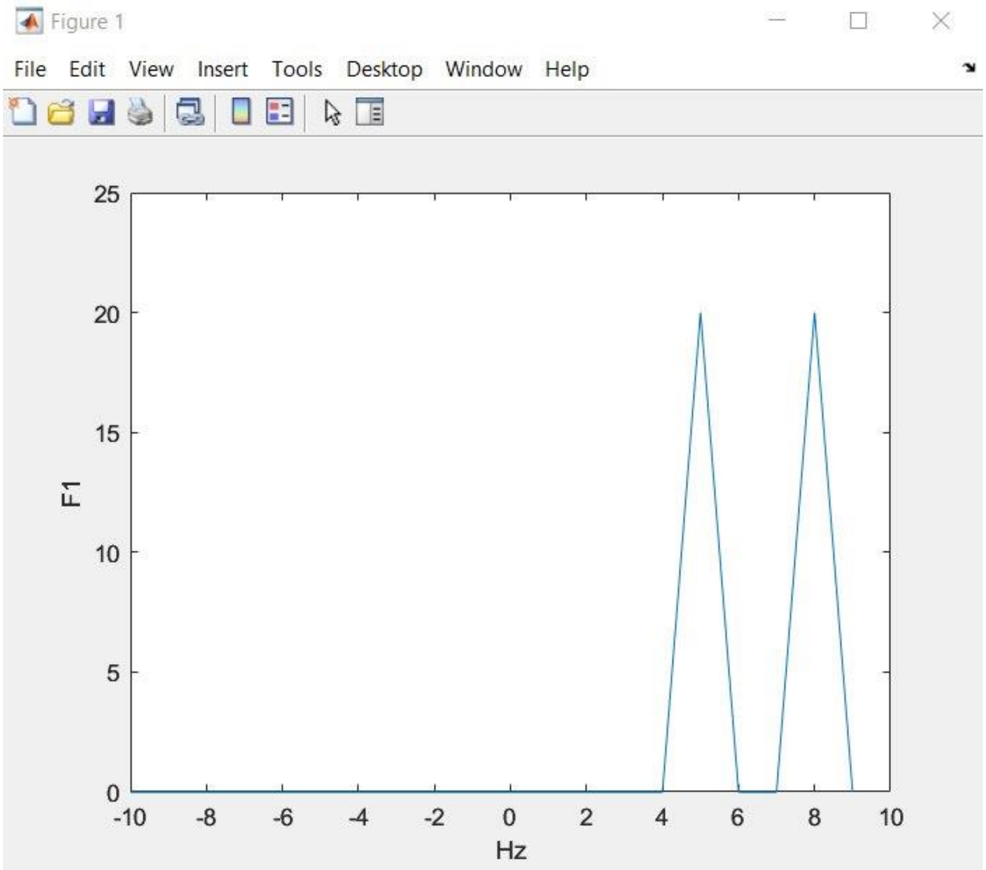
Computer Assignment 4

Mohamad Mahdi Doust Mohamadi Amir Mohamad Karimi	Full Name
810100142 810100270	Student Number
1402/03/19	Date Of Delivery

CONTENT

0. QUESTION 0:



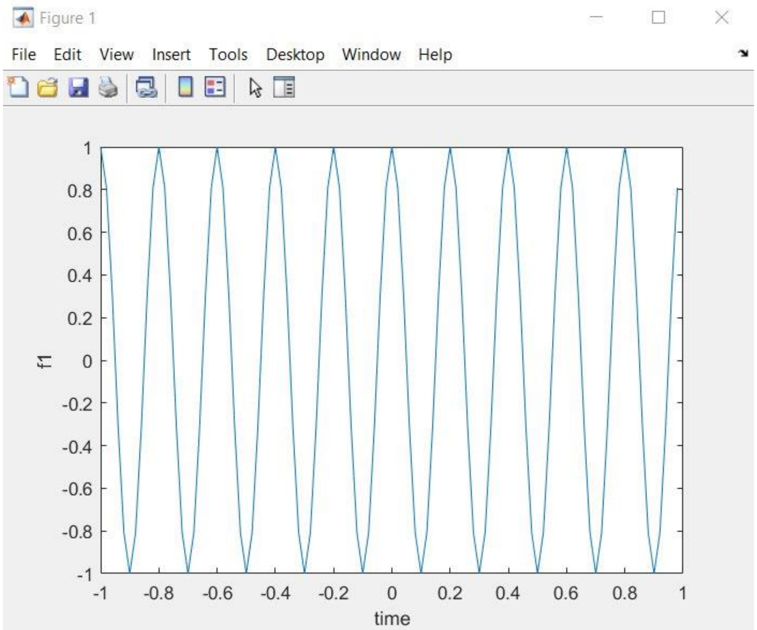


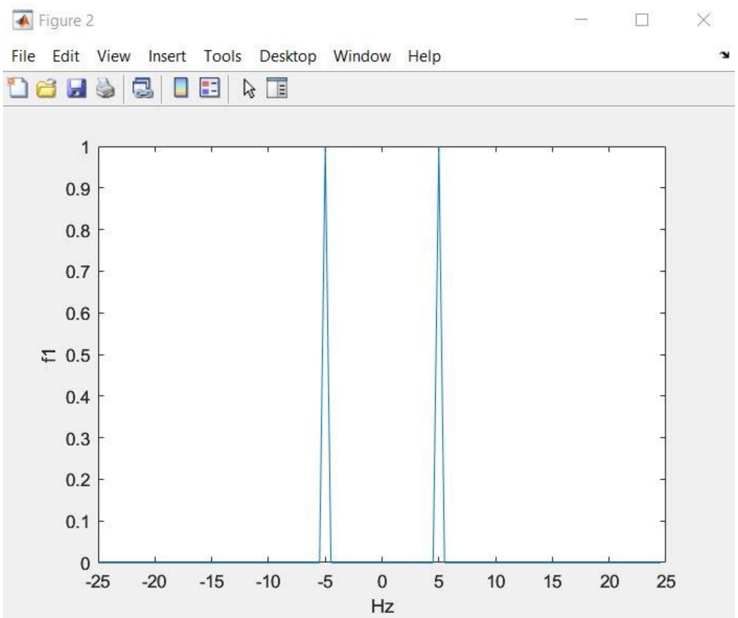
نکته ی گفته شده در صورت پروژه قابل مشاهده است.

1. QUESTION 1 :

بخش یک:

الف و ب





بخش ج

تمرین ۱,۲ قسمت ج)

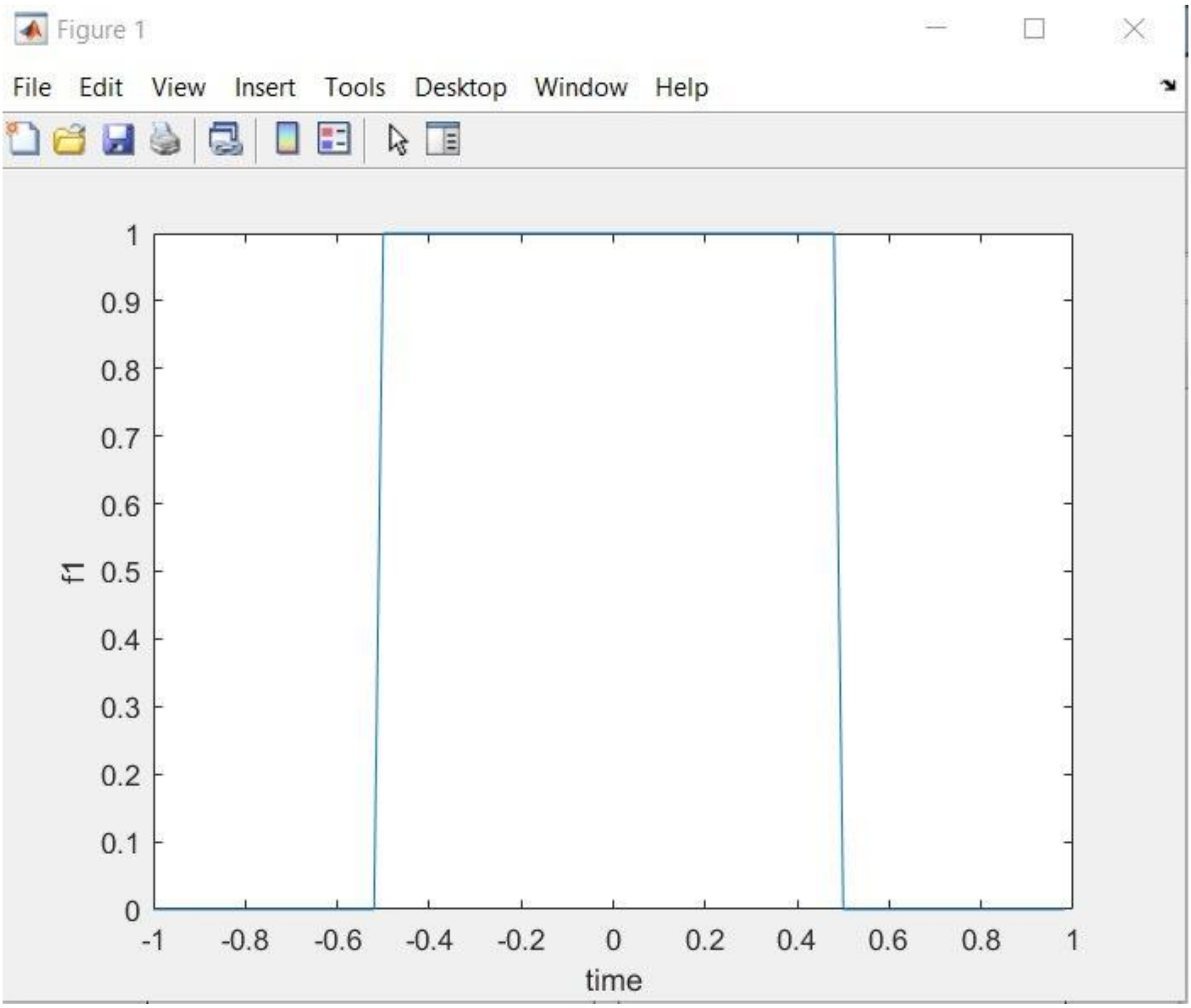
$\omega_0 = 2\pi f \to f = \pm 5$

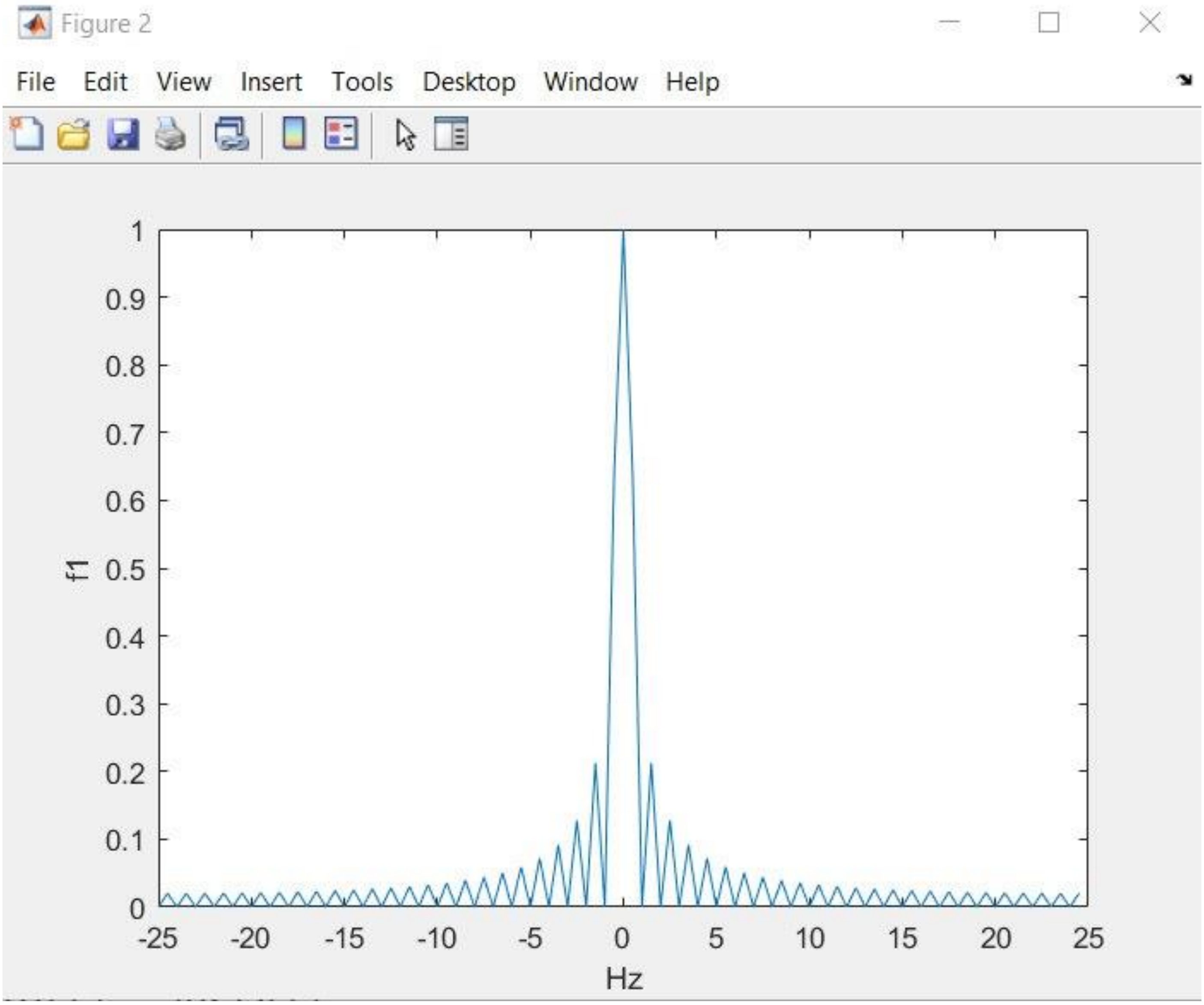
$x_1(t) = \cos(10\pi t)$

$F.T(x_1) = \pi(\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)) = \pi(\delta(\omega-10\pi) + \delta(\omega+10\pi))$

بخش دوم:

الف و ب





ج

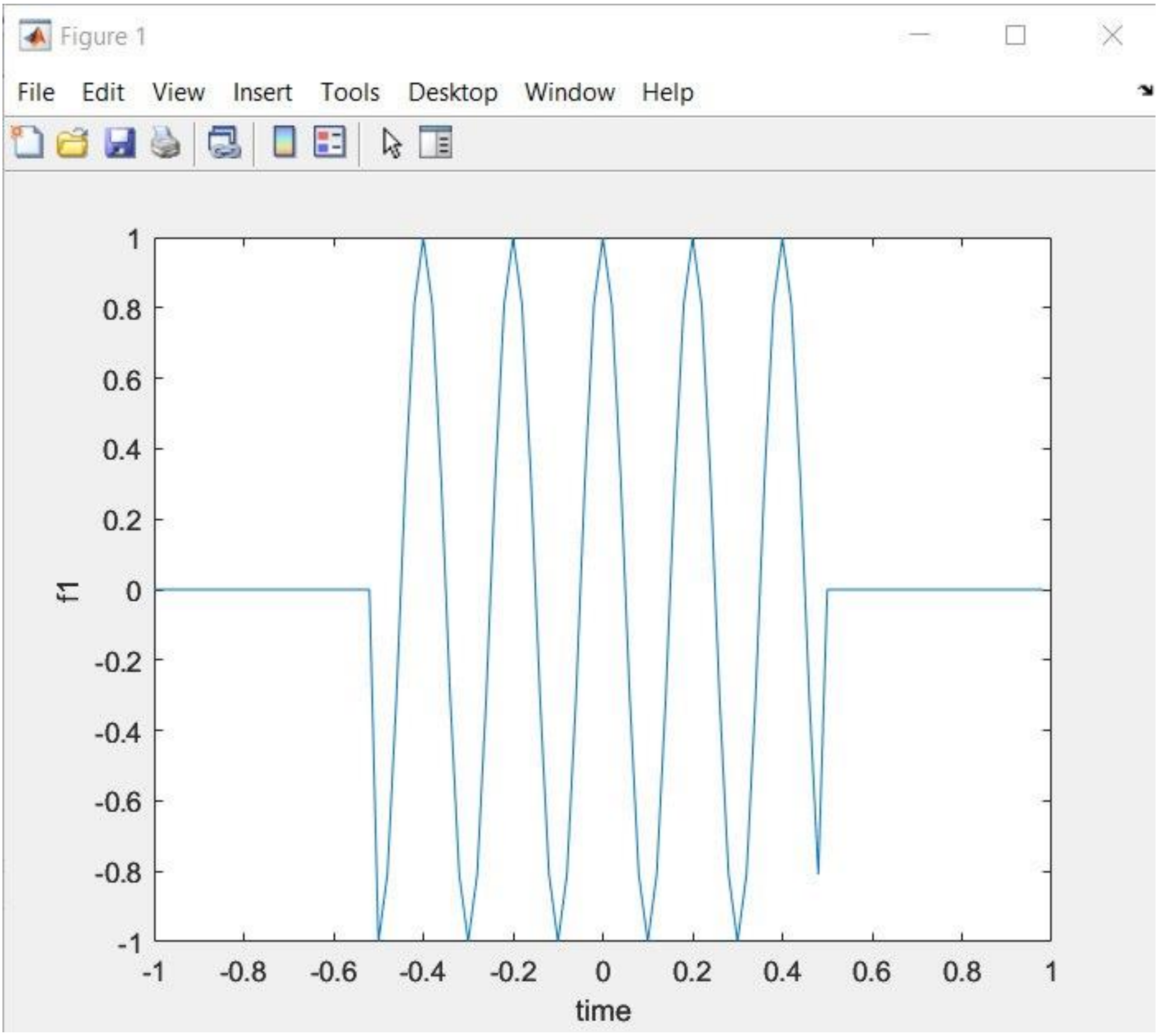
تمرین 1.2 قسمت ج)

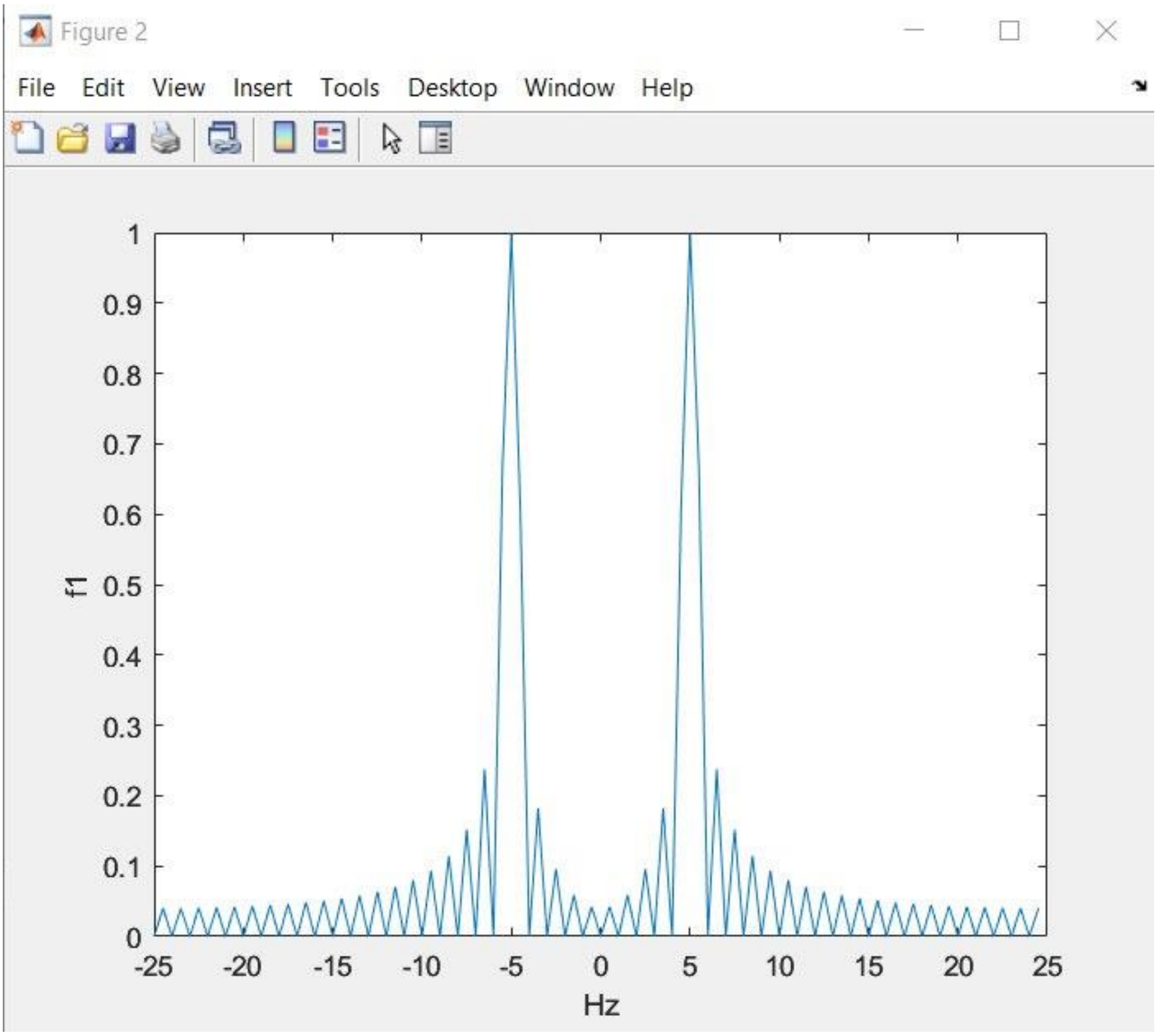
$x_2(t) = \Pi(t) = \Pi\left(\frac{t}{1}\right), T=1$

$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \xrightarrow{F.T} T\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right) \overset{T=1}{=} \mathrm{sinc}\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)$

بخش سوم:

الف و ب





ج

تمرین 1,3 قسمت ج

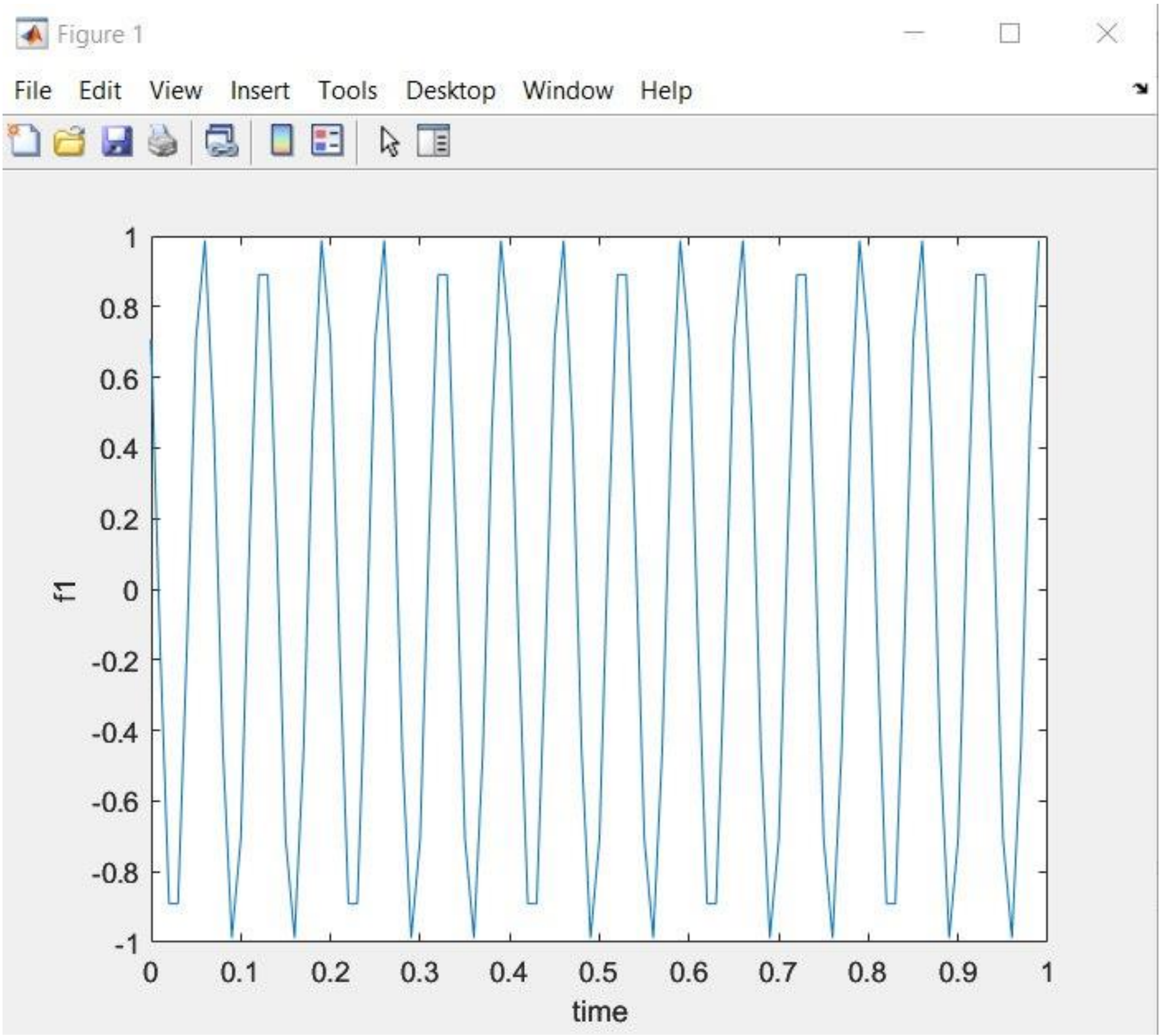
$$x_3 = \cos(10\pi t)\,\Pi(t)$$

$$x_3 \xrightarrow{F.T} \int_{-\infty}^{\infty} x_3 e^{-j\omega t}\, dt = \int_{-1/2}^{1/2} \cos(10\pi t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-1/2}^{1/2} \left(e^{10\pi t} + e^{-10\pi t}\right) e^{-j\omega t} = \frac{\sin(\omega+10\pi)}{\omega+10\pi} + \frac{\sin(\omega-10\pi)}{\omega-10\pi}$$

بخش چهارم

الف و ب



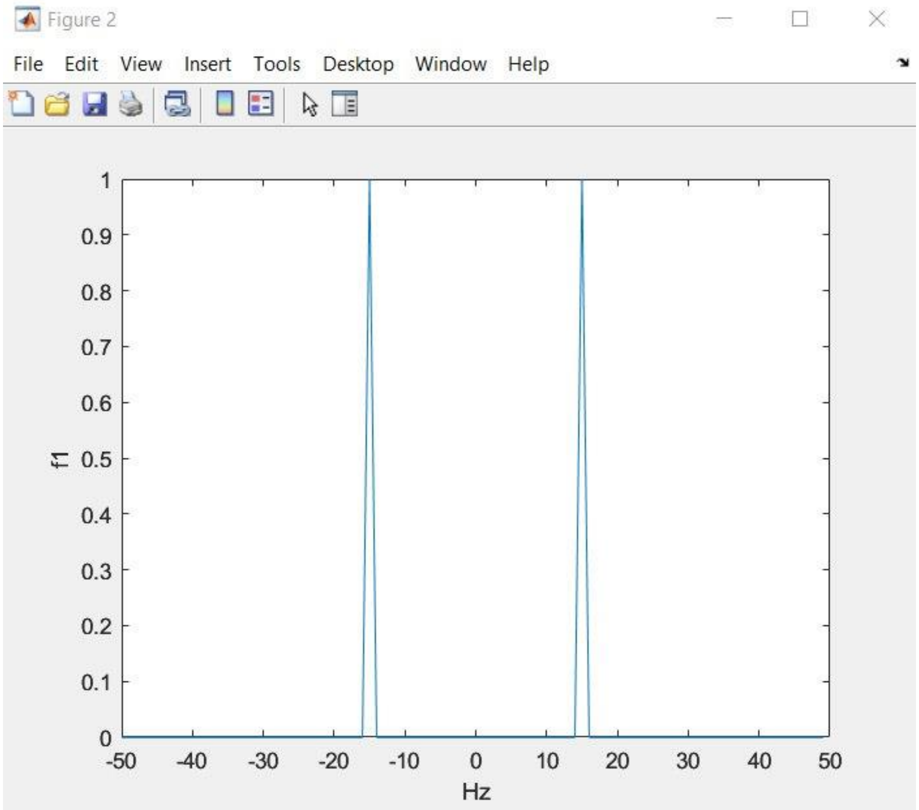


Figure 2
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
f1
Hz

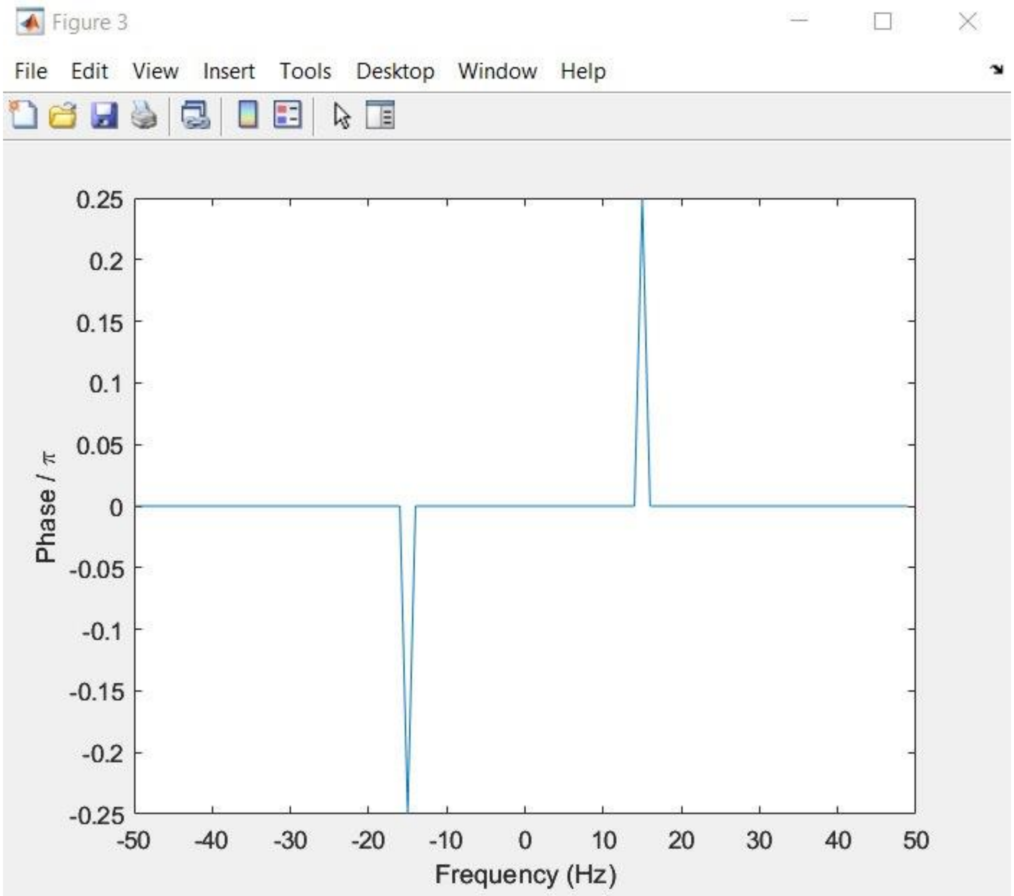


Figure 3
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
Phase / π
Frequency (Hz)

ج

تمرین 4,1 قسمت ج

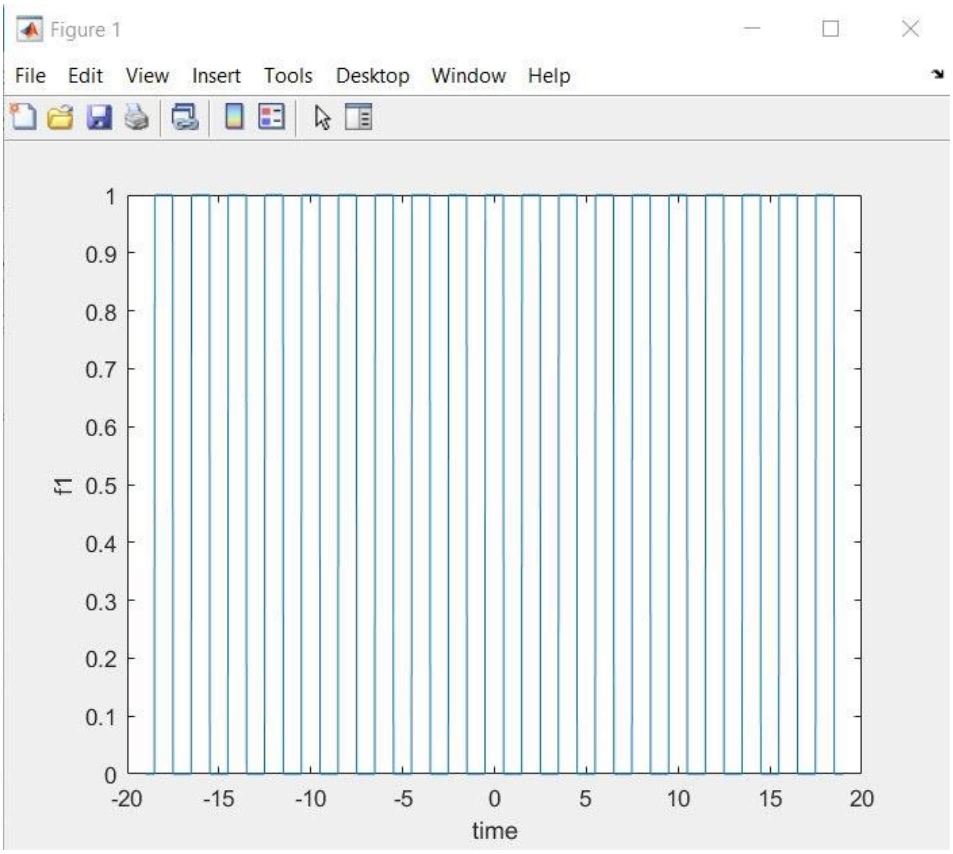
$$x_4 = \cos(30\pi t + \frac{\pi}{4}) \xrightarrow{F.t} ?$$

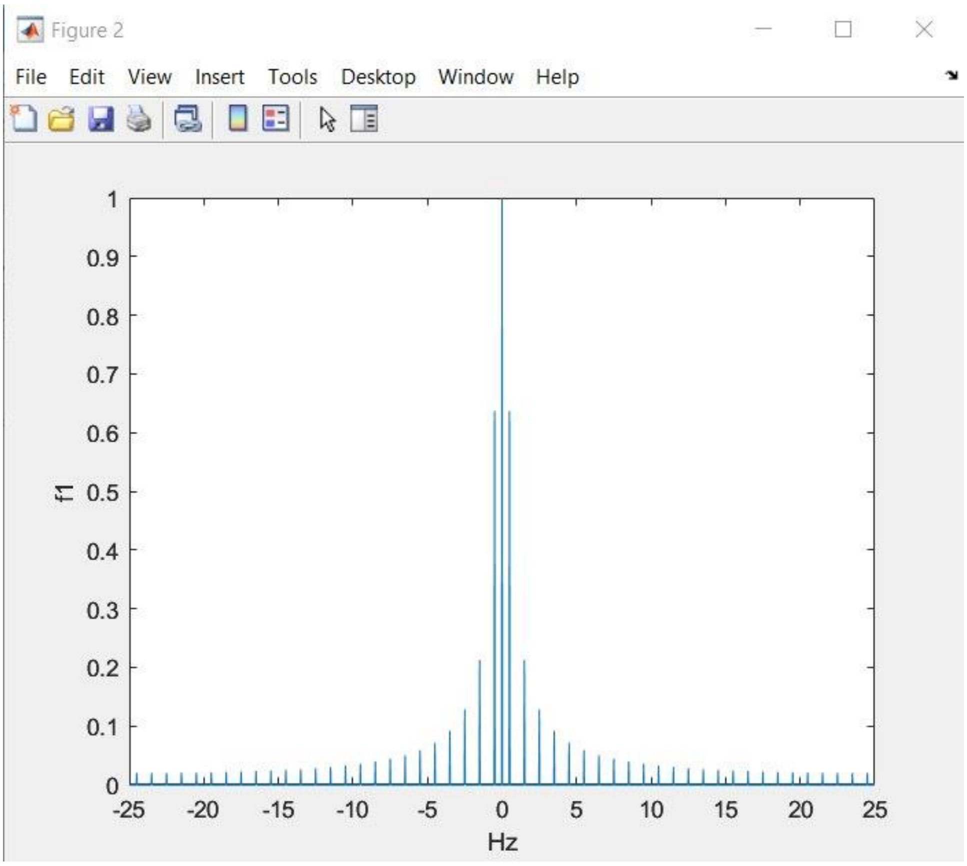
$$x_4' = \cos(\underbrace{30\pi}_{\omega} t) \xrightarrow{F.t} \pi(\delta(\omega - 30\pi) + \delta(\omega + 30\pi))$$

$$x_4'(t + \pi/4) \xrightarrow{F.t} e^{j\omega\pi/4} \times F.t\{x_4'\} = \underbrace{e^{j\omega\pi/4}}_{phase = \pi/4} \cdot \pi(\delta(\omega - 30\pi) + \delta(\omega + 30\pi))$$

بخش پنجم:

الف و ب





ج

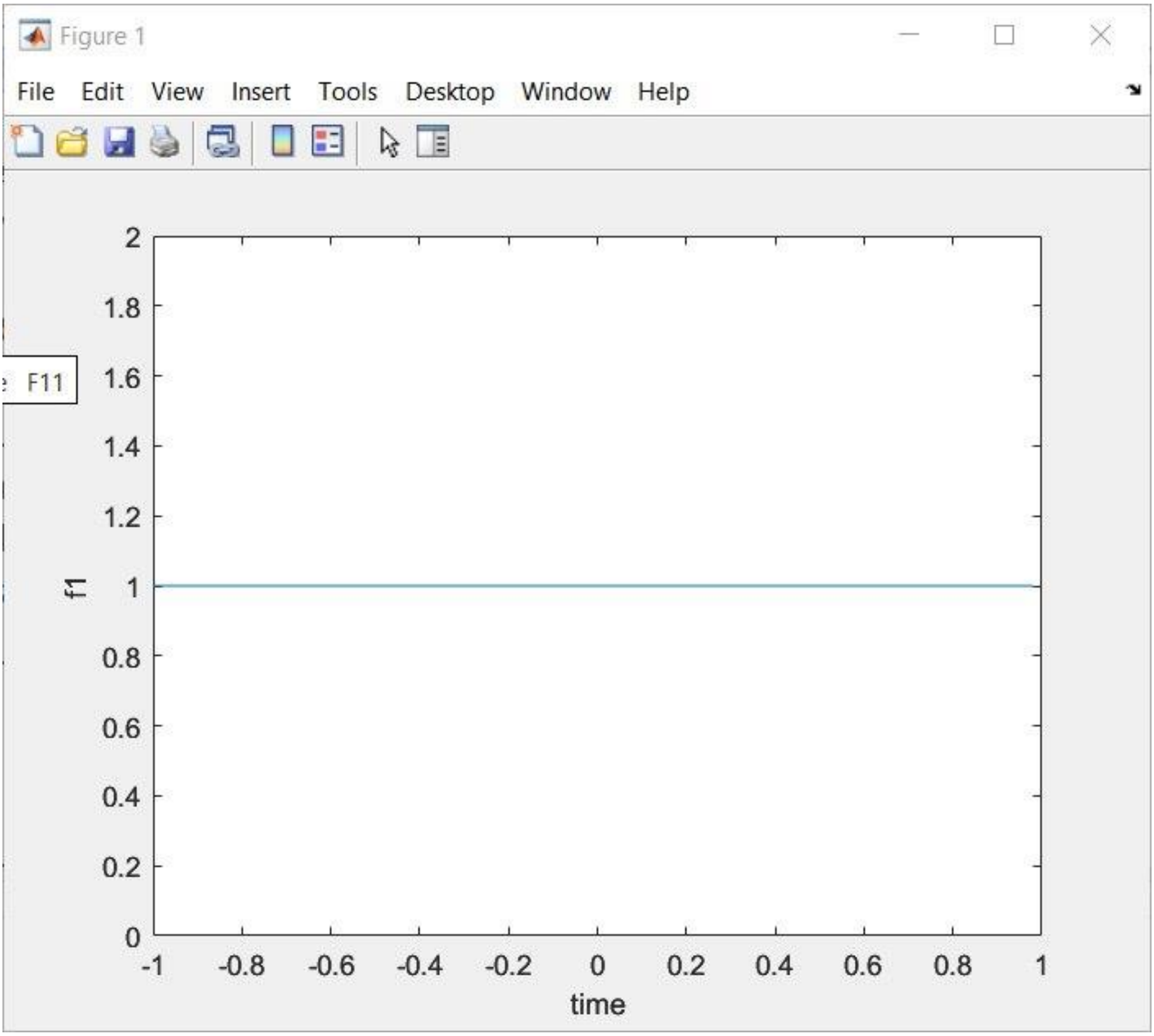
به دلیل اینکه سیگنال ورودی شامل شیفت خورده های سیگنال بخش دوم است، پس تابع تبدیل فوریه آن به فرمت بخش دوم میباشد(یک ضریب اکسپوننشیالی در آن ضرب میشود) و فاصله ی بین ضربه ها به اندازه دوره تناوب میباشد. همچنین توجه شود که در سوال از ما محاسبه ی تئوری تبدیل فوریه خواسته نشده است.

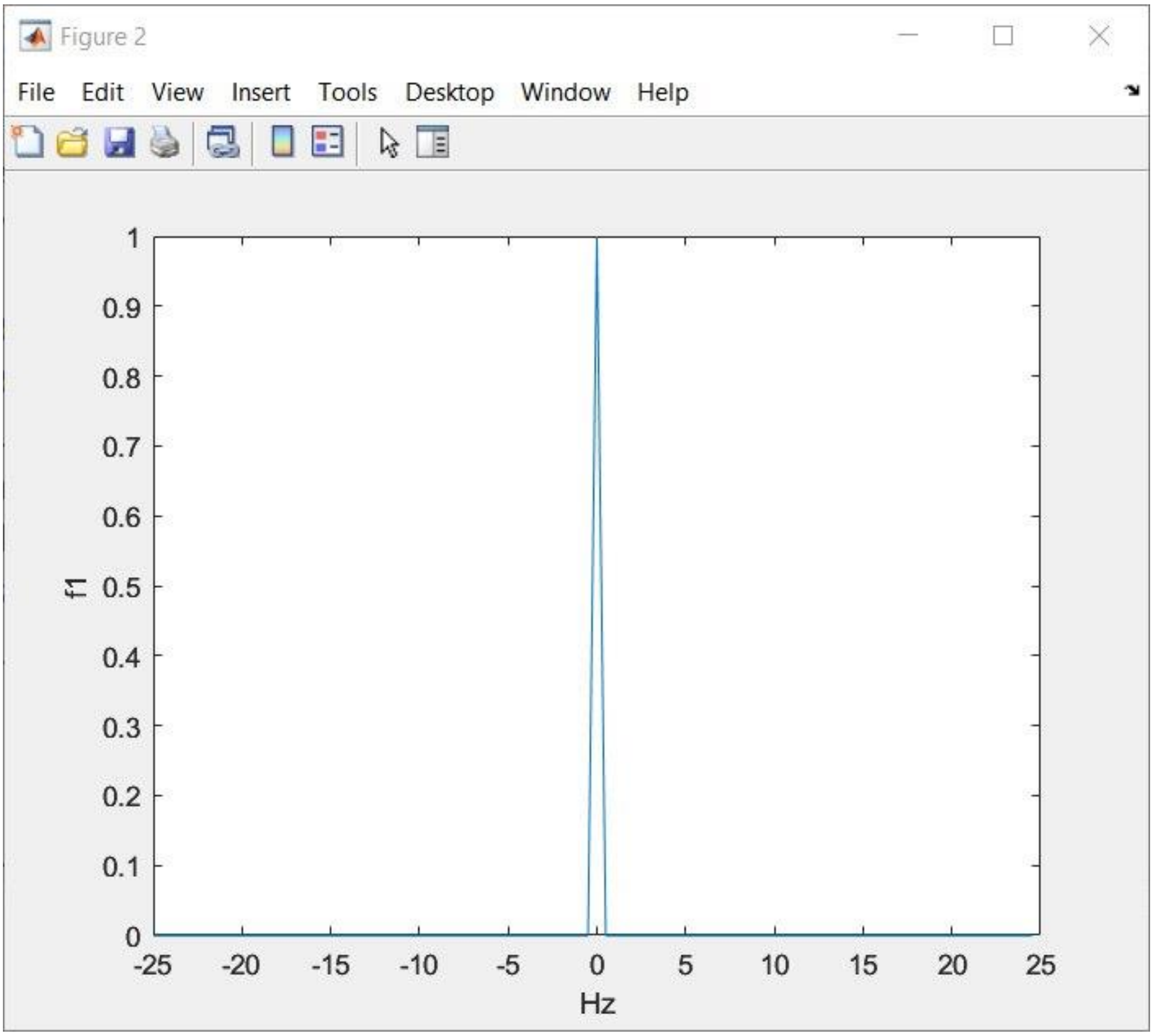
همانطور که مشاهده شد در تمامی قسمت های سوال 1 نتایج به دست آمده از لحاظ تئوری با نتایج عملی همخوانی دارد.

QUESTION 2

بخش اول

الف و ب





ج

تمرین 2,1 قسمت ج :

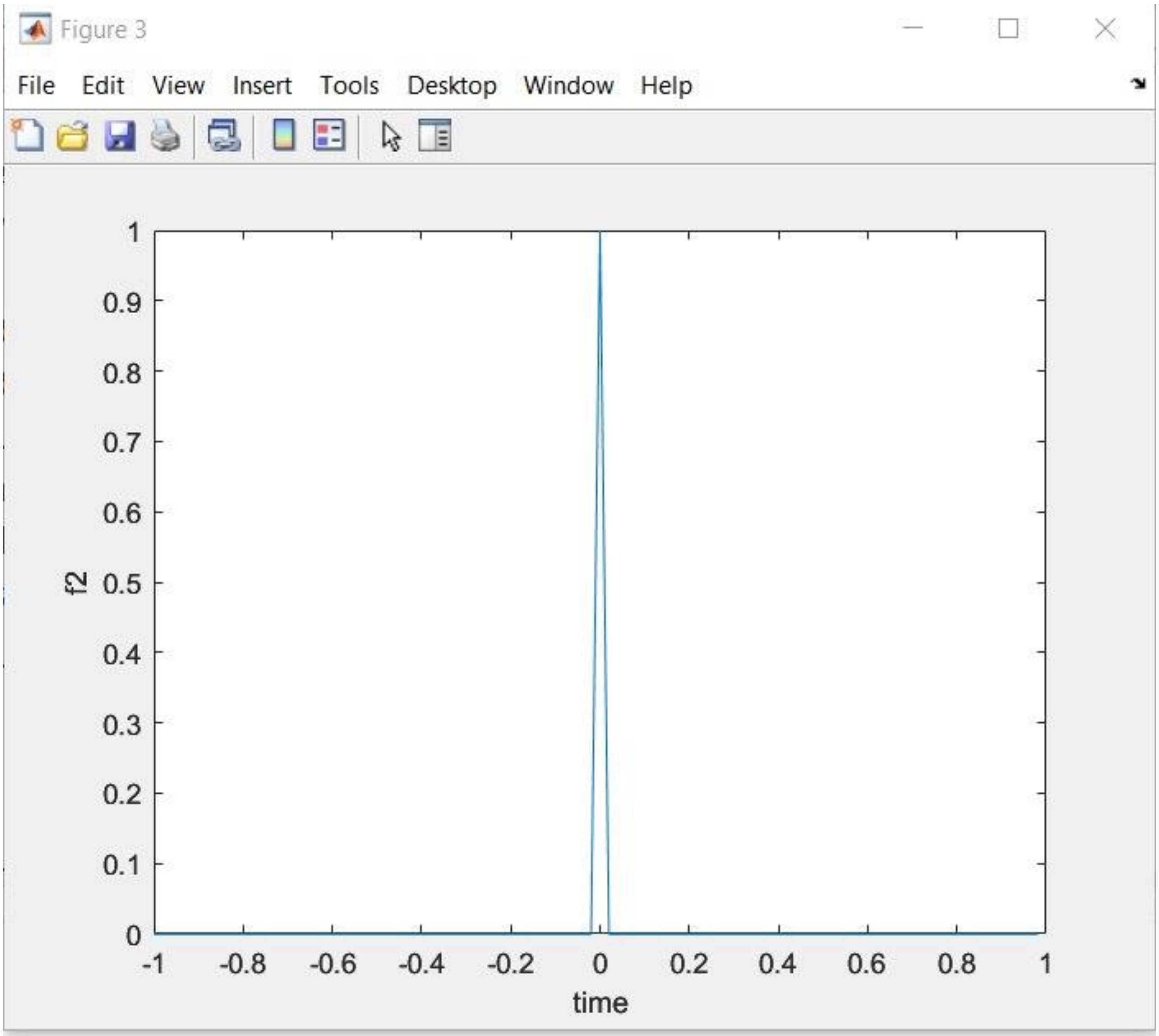
$x_1(t) = \delta(t)$

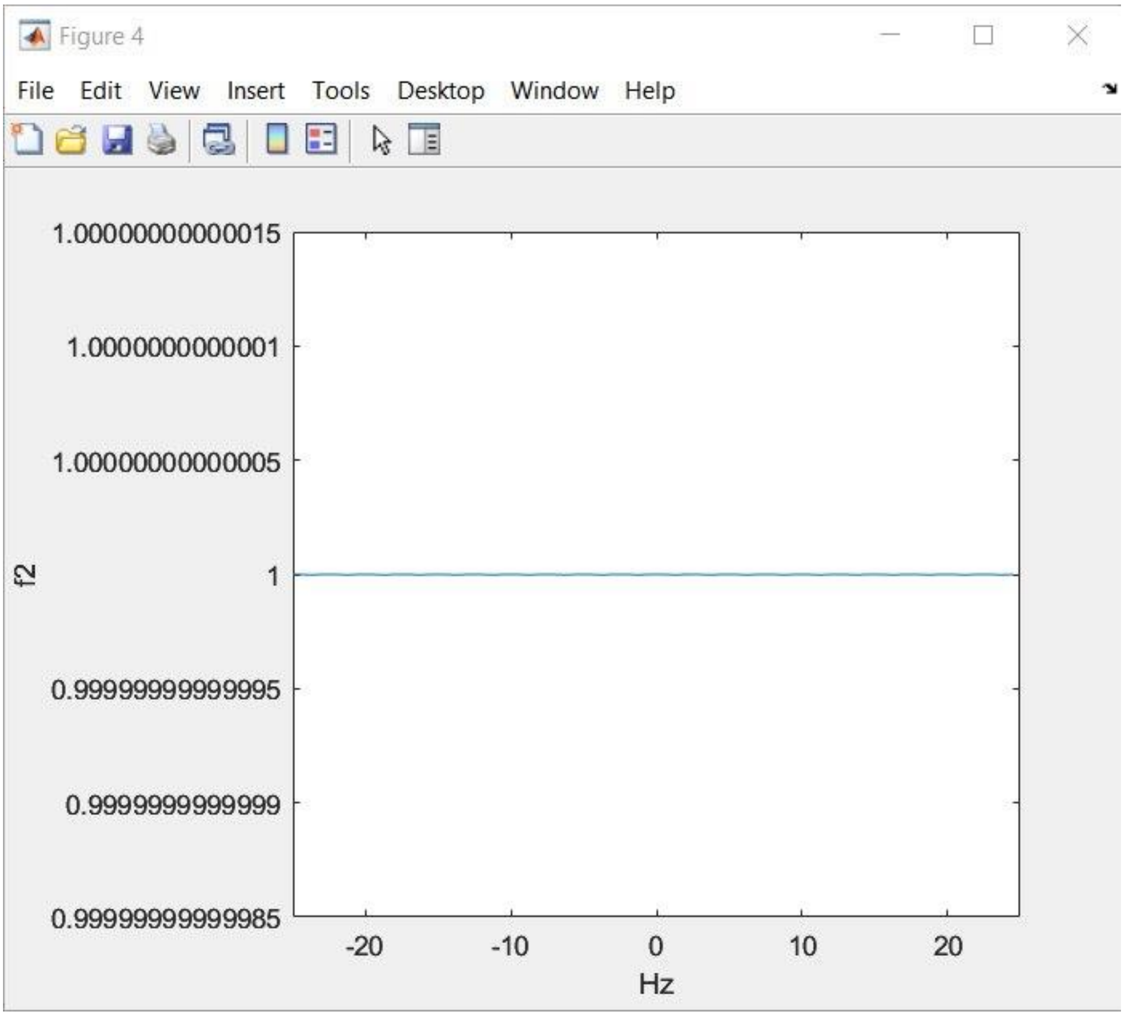
$$\xrightarrow{F.t} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t}\Big|_{t=0} = 1$$

به دلیل آنکه تابع ضربه بیشترین تغییرات ممکن را در حوزه زمان دارد در نتیجه تبدیل فوریه آن شامل همه ی فرکانس ها میباشد. و اندازه مشارکت هر فرکانس برابر مقدار 1 است.

بخش دوم:

الف و ب





ج

تمرین 2,2 قسمت ج

$x_2(t) = 1$

$* \; x(t) \xrightarrow{F.t} \hat{x}(\omega) \Rightarrow \hat{x}(t) \xrightarrow{F.t} x(\omega) \Big\} \; 1 \xrightarrow{F.t} \delta(t)$

$* \; \delta(t) \xrightarrow{F.t} 1$

به دلیل آنکه تابع ثابت کمترین تغییرات را در حوزه زمان دارد بنابر این تنها در فرکانس صفر مقدار خواهد داشت.

QUESTION 3:

1) با جایگذاری مقادیر داده شده در معادله ی KVL مدار RLC و مشتق گیری از طرفین ، معادله ی درجه دوم بصورت زیر بدست می آید:

$$\frac{d^2}{dt^2}i(t)+\frac{R}{L}\frac{d}{dt}i(t)+\frac{1}{CL}i(t)=\frac{d}{Ldt}v_{in}(t)$$

2) حال از طرفین معادله تبدیل لاپلاس میگیریم داریم:

$$s^2I(s)+\frac{R}{L}sI(s)+\frac{1}{CL}I(s)=\frac{s}{L}V_{in}(s)$$

سپس I(s) را برحسب Vin(s) بدست می آوریم :

$$I(s)=\left(\frac{1}{s^2L}C+\frac{R}{L}+\frac{1}{s}C\right)V_{in(s)}$$

3) حال از رابطه ی

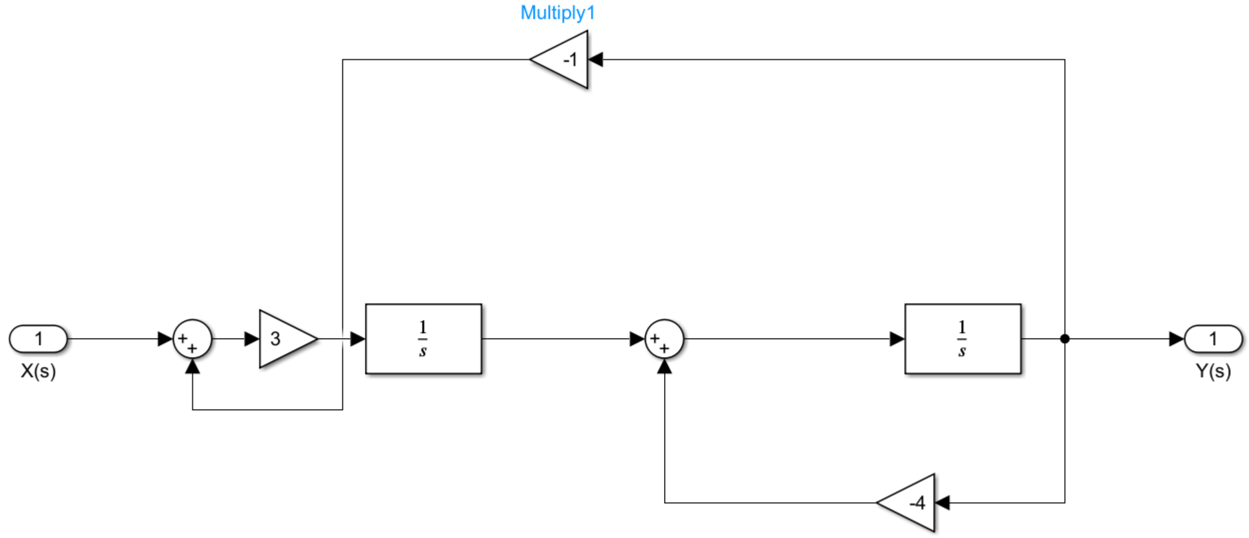
$$(*)\ v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)\,d\tau$$

نیز لاپلاس میگیریم ، داریم: $CV_c(s)=\frac{1}{s}I(s)\rightarrow I(s)=sCY(s)$

حال خروجی Y(s)← را برحسب ورودی X(s)← بدست می آوریم :

$$Y(s)=X(s)/\left(s^2+\left(\frac{R}{L}\right)s+\left(\frac{1}{LC}\right)\right)$$

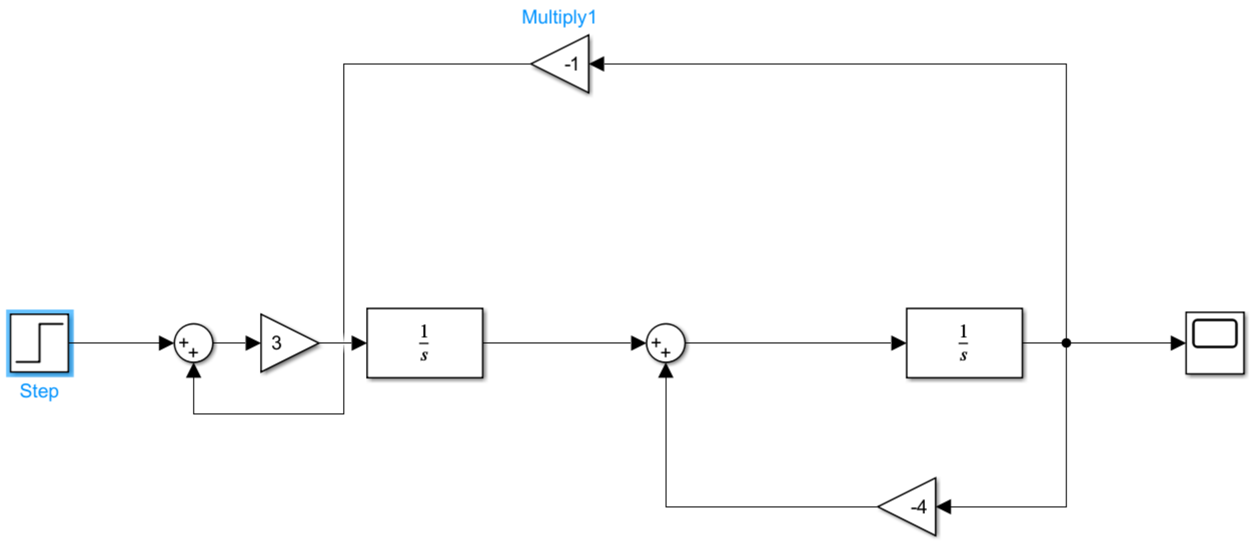
4) بلاک دیاگرامی باتوجه به مفروضات داده شده:

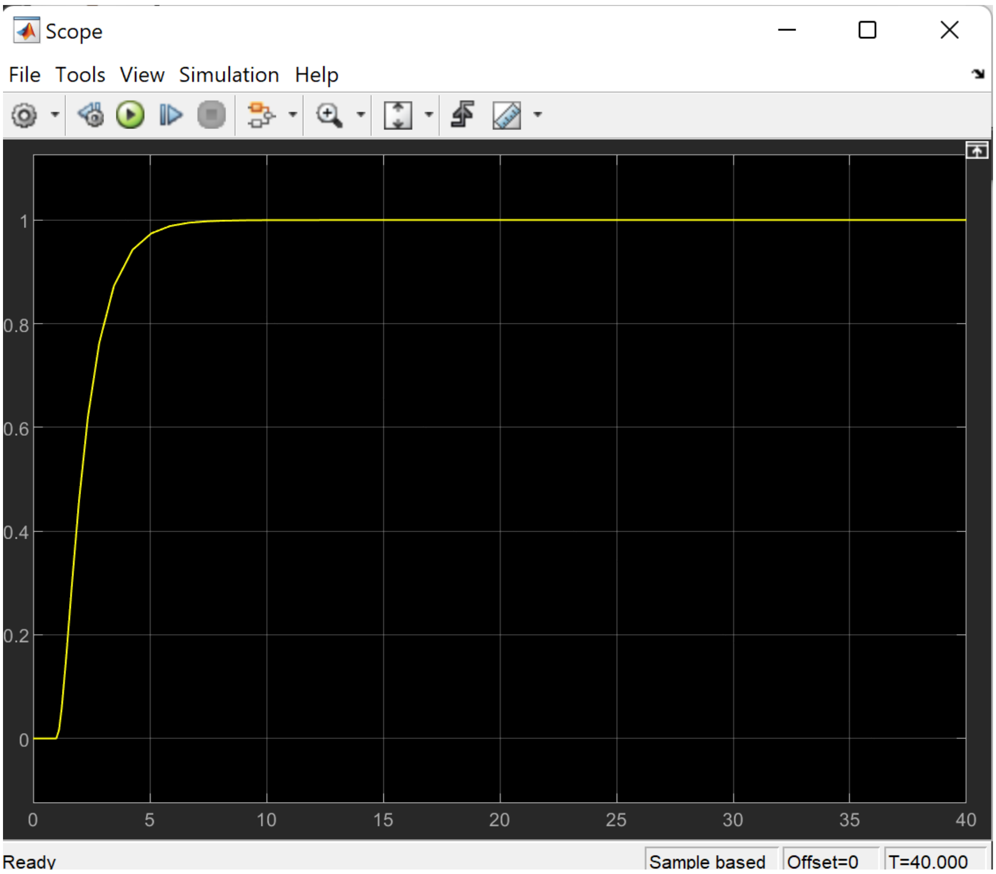


5) برای محاسبه پاسخ پله درون معادله مقدار $x(t)=u(t), X(s)=\frac{1}{s}$ را قرار می‌دهیم. داریم:

$y(t)=(-\frac{3}{2}e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-3t}+1)u(t)$:(لاپلاس معکوس میگیریم)← $Y(s)=\frac{1}{\frac{1}{3}s^3+\frac{4}{3}s^2+s}$

6) نتیجه شبیه سازی(پاسخ پله):





طبق معادله سیگنال خروجی در t = 0 مقدار 0 دارد و در t = ∞ مقدار 1 ، در شبیه سازی نیز این چنین است.

QUESTION 4

1) بازنویسی معادله ی

$$K\,(x(t)-y(t))+B\left(\frac{dx(t)}{dt}-\frac{dy(t)}{dt}\right)=M\,\frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

به فرم معادله دیفرانسیل:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+B\frac{d}{dt}y(t)+y(t)=B\frac{d}{dt}x(t)+x(t)$$

(2

تابع تبدیل:

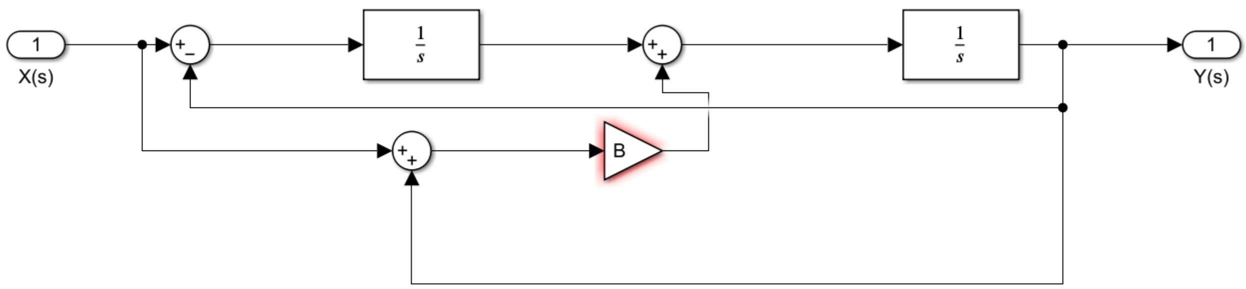
$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{Bs+1}{s^2+Bs+1}$$

پس Y(s) برحسب X(s) بصورت :

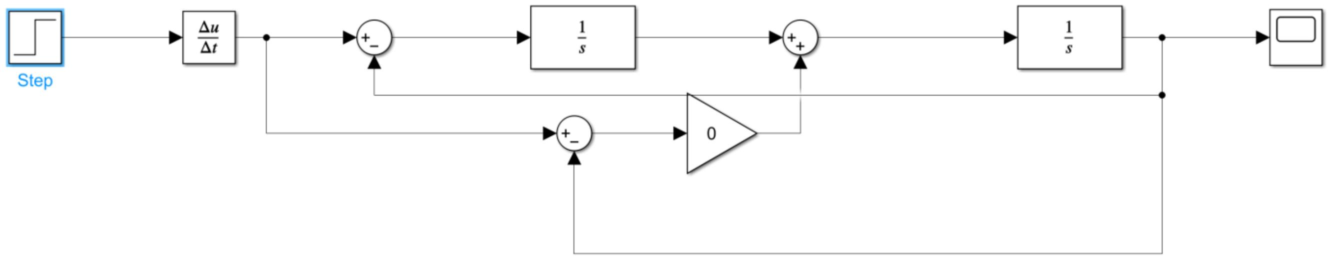
$$Y(s)=\frac{1}{s^2}\big(X(s)-Y(s)\big)+\frac{B}{s}\big(X(s)-Y(s)\big)$$

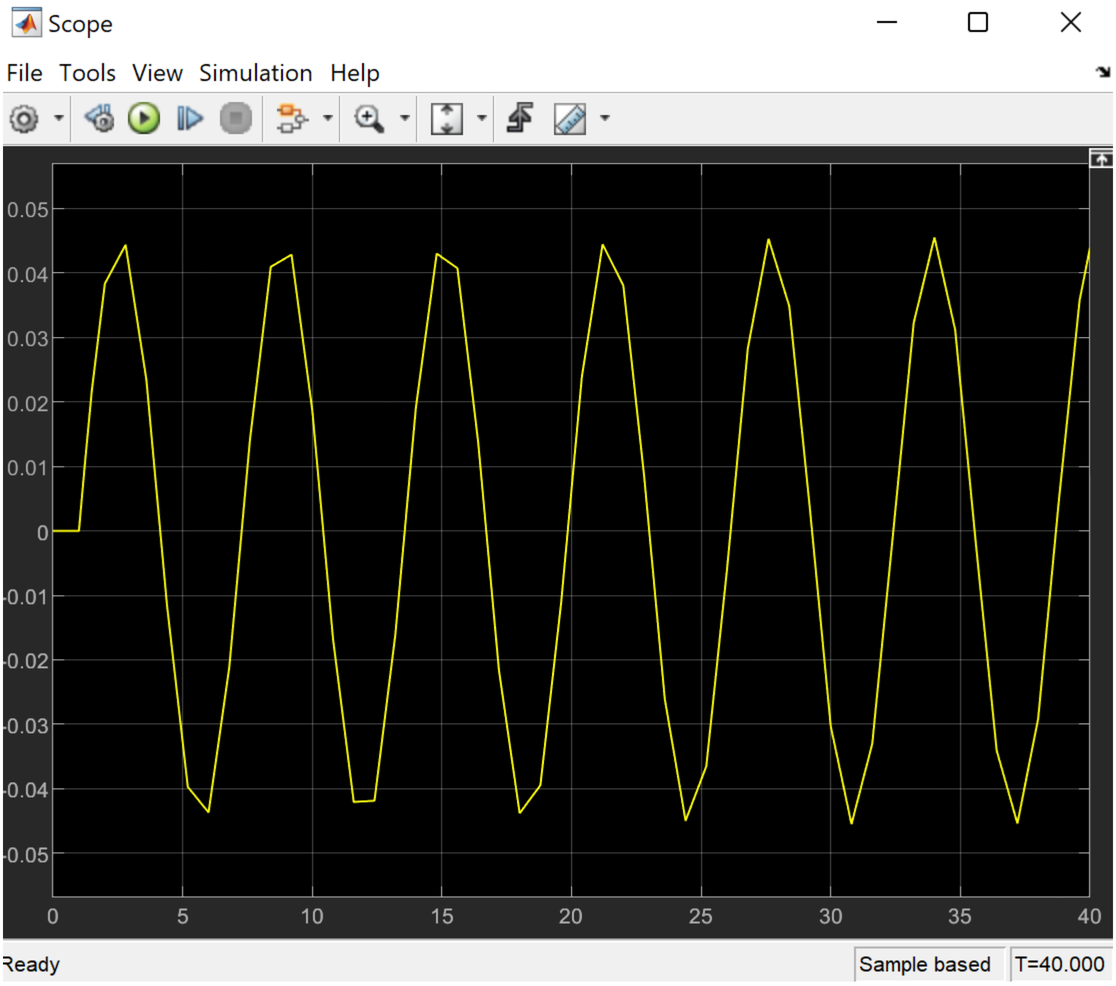
است.

در نتیجه بلاک دیاگرامی آن بصورت زیر است:



(3





مشاهده میشود که خروجی این سیستم دربرابر ورودی ضربه یک سیگنال سینوسی است. که نشان می‌دهد اگر چرخ به شکل ناگهانی جا به جا شود، ماشین ارتعاش های بسیار زیادی خواهد داشت و این برای ما مشکل ساز خواهد بود. چرا که خلاف ایده آل ما یعنی هموار بودن حرکت ماشین است.

4)

اگر عبارت

$B^2 - 4 > 0$

مثبت باشد، هر دوقطب تابع تبدیل حقیقی خواهند بود.

درنتیجه:

$B > 2$

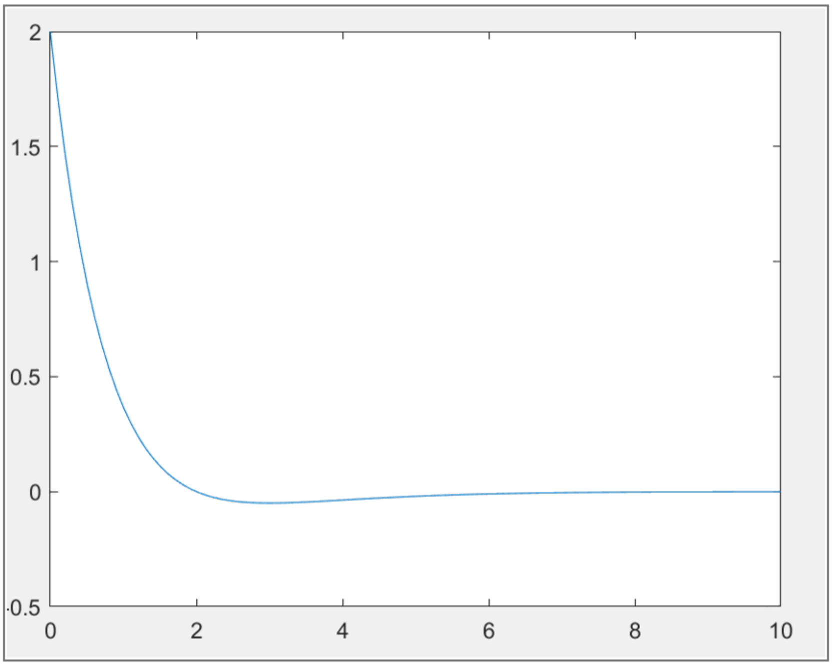
پس کوچکترین مقدار برای B، 2 است.

هردوقطب حقیقی و برابر با 1- می‌باشند لذا پاسخ ضربه به شکل زیرمحاسبه خواهد شد.

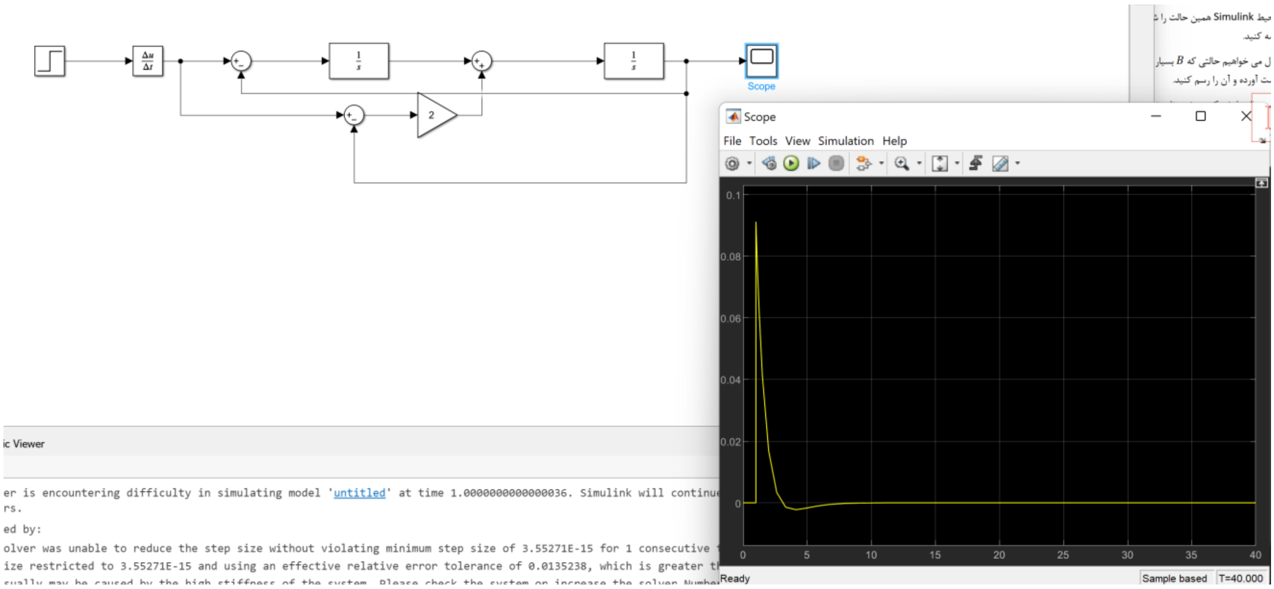
$$Y(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$y(t) = 2e^{-t} - te^{-t}u(t)$$

نمودار این سیگنال به شکل زیر است:

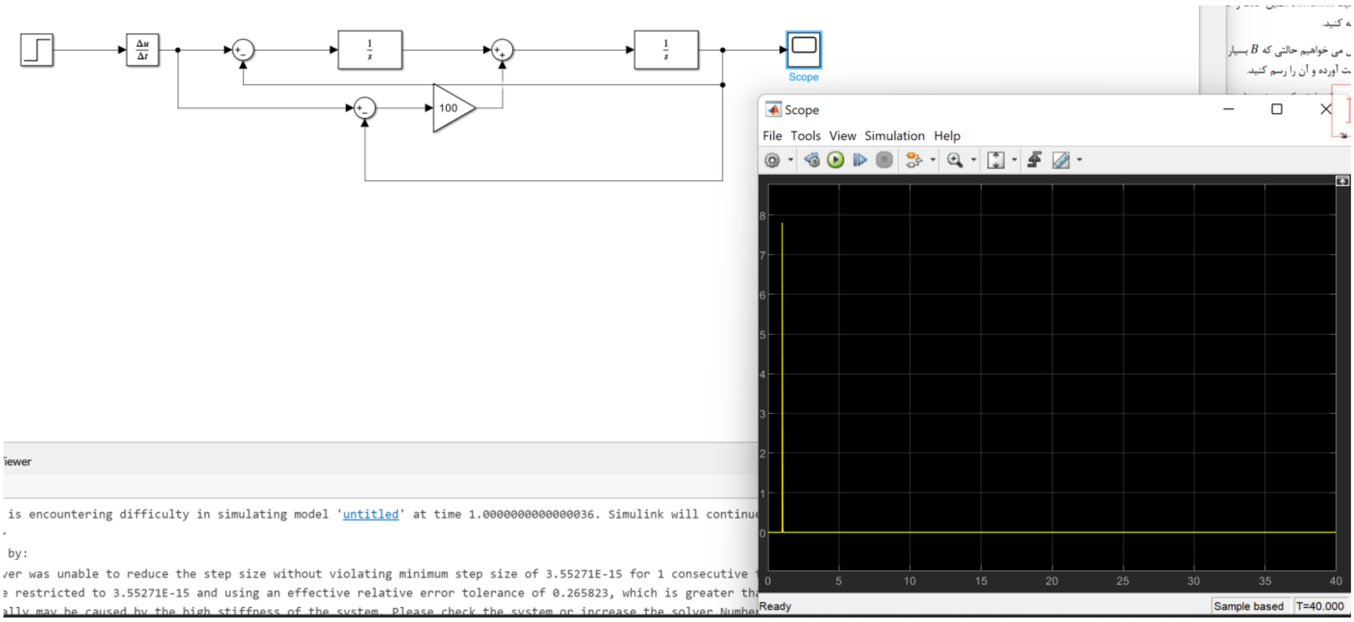


پس از شبیه سازی داریم:



سیگنال پس از حدود 2 ثانیه میراشده و به سمت 0 میل میکند. همچنین مشاهده میشود که نوسانات به حداقل رسیده است .

5) B=100



در محاسبه تئوری داریم:

$$Y(s) \approx \frac{100}{s+100}$$

$$y(t) = 100e^{-100t}u(t)$$

در این حالت مشاهده می‌شود که یک تابع نمایی با شیب زیاد داریم که سریع به سمت 0 میل میکند. درواقع در اینجا، ماشین برای مدت کوتاهی (به مدت ۵۰ میلی ثانیه) ارتعاش شدیدی حس خواهد کرد و سپس دوباره به مکان اصلی خود برمیگردد.

6)

جمع بندی:

سیستم در حالت سوم (ج) نوسان های زیادی دارد و هیچگاه به سمت 0 میل نمیکند. پس به عنوان سیستم تعلیق مناسب نیست.

در حالت چهارم (د)، مانند حالت (ج) نوسان های زیادی ندارد و دامنه این نوسان کم است (۰.۱) که حدود یک پنجاهم دامنه نوسان در حالت (و) خواهد بود. همچنین در این حالت سیستم به سمت 0 همگرا می‌شود .

در حالت پنجم (ه) میزان ارتعاشات به سرعت به سمت 0 میل می‌کند، اما دامنه اولیه نوسان بسیار زیاد است (۵ واحد). پس ارتعاشی که در مدت کوتاه حس خواهد شد بسیار زیاد است که این ایده آل نیست.

بهترین حالت برای استفاده در سیستم تعلیق، حالت (د) است.

QUESTION 5:

الف)

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)\right\}=$$

$$=s^2Y(s)-sy'(0)-y(0)+3sY(s)-3y(0)+2Y(0)=5/s$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{s^2+4s+5}{s(s^2+3s+2)}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t)=\underbrace{\left(\frac{5}{2}e^{-2t}-5e^{-t}+5/2\right)}+\underbrace{\left(3e^{-t}-2e^{-2t}\right)}$$

برآمده از ورود

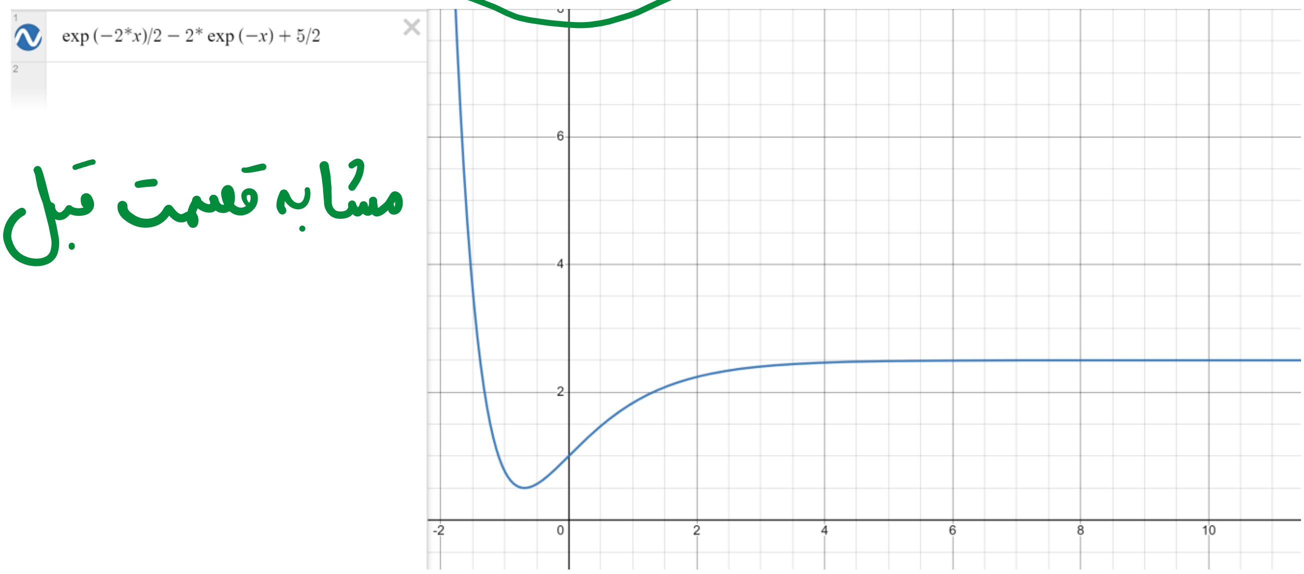
برآمده از شرایط اولیه

ب)

```
syms y(x)
Dy = diff(y);

ode = diff(y,x,2)+3*diff(y,x)+2*y==5;
cond1 = y(0) == 1;
cond2 = Dy(0) == 1;

conds = [cond1 cond2];
ySol(x) = dsolve(ode,conds);
ySol = simplify(dsolve(ode,conds))
```

mmand Window

```
ySol =

exp(-2*x)/2 - 2*exp(-x) + 5/2
```



مشابه قسمت قبل