



1- اگر X دارای توزیع یکنواخت گسسته $f(x)=1/k$ باشد نشان دهید میانگین و واریانس آن عبارتند از:

الف) میانگین آن $\mu = \frac{(k+1)}{2}$ است،

ب) واریانس آن $\sigma^2 = \frac{(k^2-1)}{12}$ است،

2- تابع احتمال توام X و Y به شکل زیر است.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{n(n+1)} & x = 1, 2, \dots, n; y = 1, 2, \dots, x \\ 0 & \# \end{cases}$$

مقدار $E[Y|X=x]$ را محاسبه کنید.

3- یک آزمایشگاه معماری کامپیوتر شامل 80 برد FPGA است که 4 تا از این بردها معیوب هستند. اگر به تصادف 3 تا از این بردها را انتخاب کنیم با کمک

الف) توزیع فوق هندسی

ب) توزیع دو جمله‌ای به عنوان یک تقریب

احتمال آن را بیابید که یک برد معیوب باشد.

4- فرض کنید در شبکه‌ای یک بسته اطلاعاتی به 10 بخش کوچکتر تقسیم و ارسال میشود. احتمال این که هر یک از این بخش‌ها به شکل صحیحی به مقصد برسند 80% است. این بسته اطلاعاتی را به طور متوسط چند بار باید ارسال کنیم تا به طور صحیح به مقصد خویش برسد؟

5- هنگام محاسبه مقادیر توزیع پواسن غالباً میتوان ابتدا با محاسبه $p(0; \lambda)$ و سپس با استفاده از فرمول بازگشتی

$p(x+1; \lambda) = \frac{\lambda}{x+1} p(x; \lambda)$ انجام کار را تسهیل کرد. درستی فرمول فوق را تحقیق کرده و آن را با توجه به اینکه $e^{-2} = 0.1353$ است برای $\lambda = 2$ به کار برید.

6- تابع مولد گشتاور $Y=X-\lambda$ را بیابید که در آن X یک متغیر تصادفی با توزیع پواسن با پارامتر λ است و سپس از آن برای تحقیق اینکه $\sigma^2 = \lambda$ استفاده کنید.

7- فرض کنید $X \sim U(\alpha, \beta)$ باشد. نشان دهید:

الف) احتمال اینکه X مقداری کمتر از $\alpha + p(\beta - \alpha)$ اختیار کند برابر p است.
ب) امید ریاضی و واریانس X را حساب کنید.

8- نقطه D را روی پاره خط AB انتخاب میکنیم که وسط آن C و طولش برابر a است. فرض کنید X بیانگر فاصله D از A و یک متغیر تصادفی است که $X \sim U(0, a)$ باشد. احتمال آن را حساب کنید که AD ، BD و AC تشکیل یک مثلث بدهند.

9- در یک توزیع دوجمله‌ای میانگین برابر 3 و انحراف استاندارد برابر با 0.5 است، در اینصورت مطلوبست محاسبه تعداد آزمون‌ها.

10- اگر X یک متغیر تصادفی با توزیع نمایی و پارامتر λ و تابع چگالی $\varphi(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ باشد، مطلوبست محاسبه $E[X|X>1]$

11- اگر در معادله $x^2+ax+4=0$ کمیت a معرف تعداد دفعاتی باشد که یک سکه را آنقدر پرتاب کنیم تا برای نخستین شیر بیاید، در اینصورت چه قدر احتمال دارد که این معادله جواب حقیقی داشته باشد؟

12- الف) فرض کنید $X \sim \text{Bio}(2, p)$ و $Y \sim \text{Bio}(4, p)$ و نیز $P\{X \geq 1\} = 5/9$ باشد. مطلوبست $P\{Y \geq 1\} = ?$

ب) اگر احتمال رسیدن پیام به مقصد در یک شبکه 80% باشد، چه قدر احتمال دارد که لازم باشد حداقل 5 بار تلاش کنیم تا سومین پیام ارسالی نیز در مقصد دریافت شود؟

ج) فرض کنید 5 پالس مربعی را که 0 و 1 را نشان میدهند دریافت کرده باشیم. احتمال وجود خطا در هر پالس برابر 10% و تعداد خطا در این 5 پالس را برابر n فرض کنید. مطلوبست محاسبه $p\{1 \leq n \leq 4\}$