



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

# Pengantar Aljabar Linier & Geometri

Bahan Kuliah IF2123 Aljabar Geometri

RINALDI MUNIR

Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi  
Kelompok Keahlian Informatika

Institut Teknologi Bandung



# Kampus ITB yang indah...



© Eko Purwono

Foto oleh Eko Purwono (AR ITB)



**ITB Kampus Jatinangor**

# Inilah STEI-ITB...





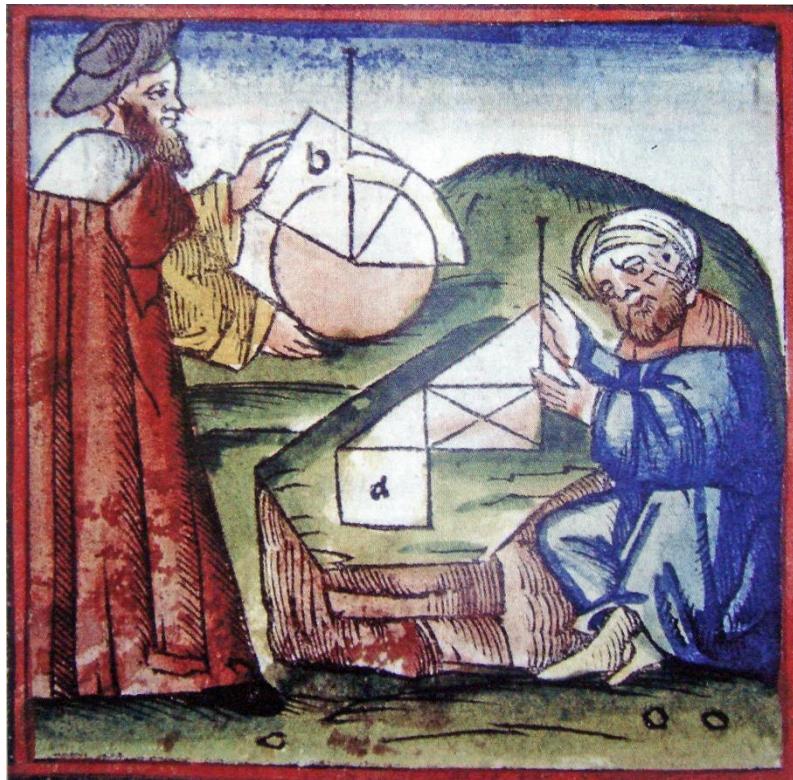
Gedung KOICA-STEI ITB Kampus ITB Jatinangor

# LabTek V, di sini Informatika ITB berada



Salah satu mata kuliahnya....

# IF2123 Aljabar Linier & Geometri



Sumber gambar: <https://en.wikipedia.org/wiki/Geometry>

# Tentang kuliah “Aljabar Linier & Geometri”

- Merupakan gabungan ilmu **aljabar linier** dan **aljabar geometri**, keduanya saling berkaitan. Diberi judul kuliah **Aljabar Linier dan Geometri**.
- Merupakan fundamental untuk pemrosesan data yang direpresentasikan dalam bentuk **matriks** dan **vektor**.
- Dipakai sebagai dasar untuk kuliah: grafika komputer (*computer graphics*), pengolahan citra (*image processing*), metode numerik (*numeric methods*), inteligensia buatan, pembelajaran mesin (*machine learning*), temu-balik informasi (*information retrieval*), dan masih banyak lagi.

# Aljabar Linier

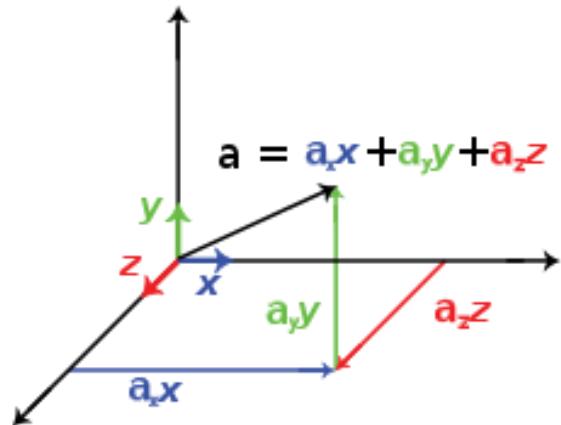
Membahas antara lain:

1. Sistem persamaan linier dan matriks
2. Determinan
3. Vektor di ruang Euclidean ( $R^2$ ,  $R^3$ , ...,  $R^n$ )
4. Ruang vektor umum
5. Transformasi linier
6. Nilai eigen dan vektor eigen
7. Diagonalisasi
8. Dekomposisi matriks (metode SVD dan dekomposisi LU)

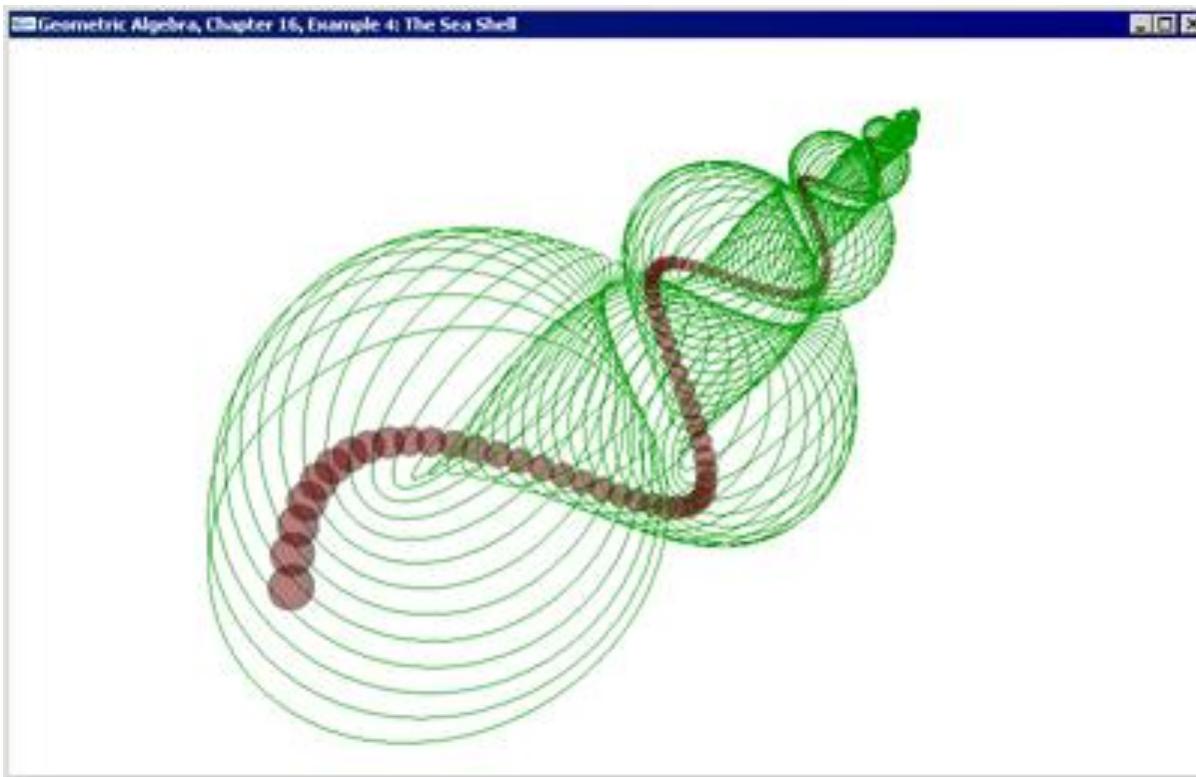
# Aljabar Geometri

Membahas antara lain:

1. Aljabar kompleks
2. Aljabar quaternion
3. Aljabar geometri
4. Perkalian geometri
5. Aplikasi aljabar geometri

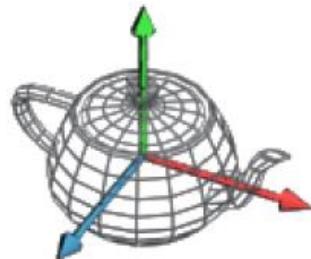


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:

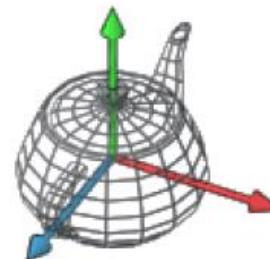


Sumber: <http://www.geometricalgebra.net/quaternions.html>

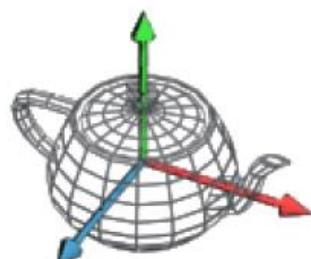
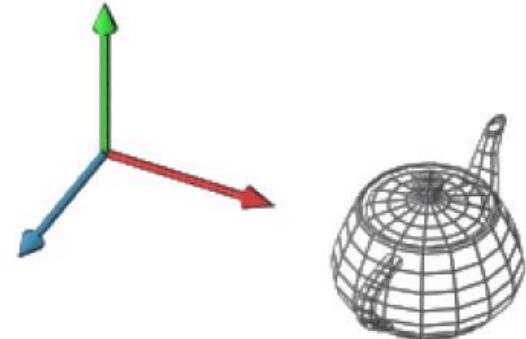
# Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:



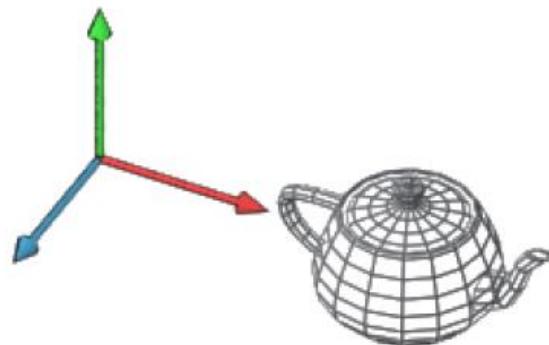
Rotation 90° around Y



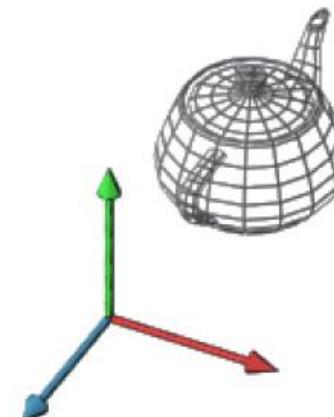
Translate along X



Translate along X



Rotation 90° around Y



Sumber: Shmuel Wimer, Geometric Transformations for Computer Graphics, Bar Ilan Univ., School of Engineering

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:



Sumber gambar: <https://dimas347.wordpress.com/2009/06/28/information-retrieval-system/>

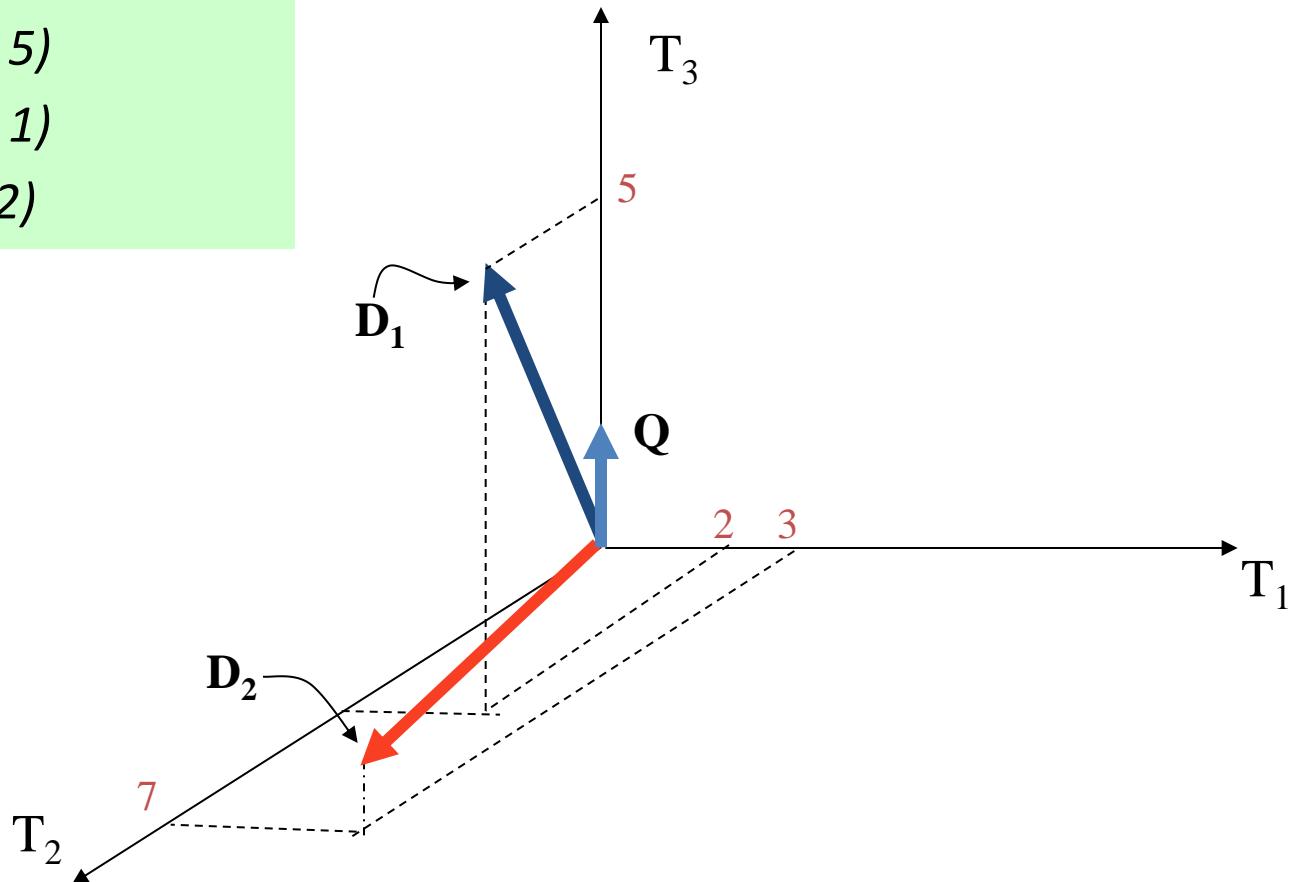
- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:

Contoh:

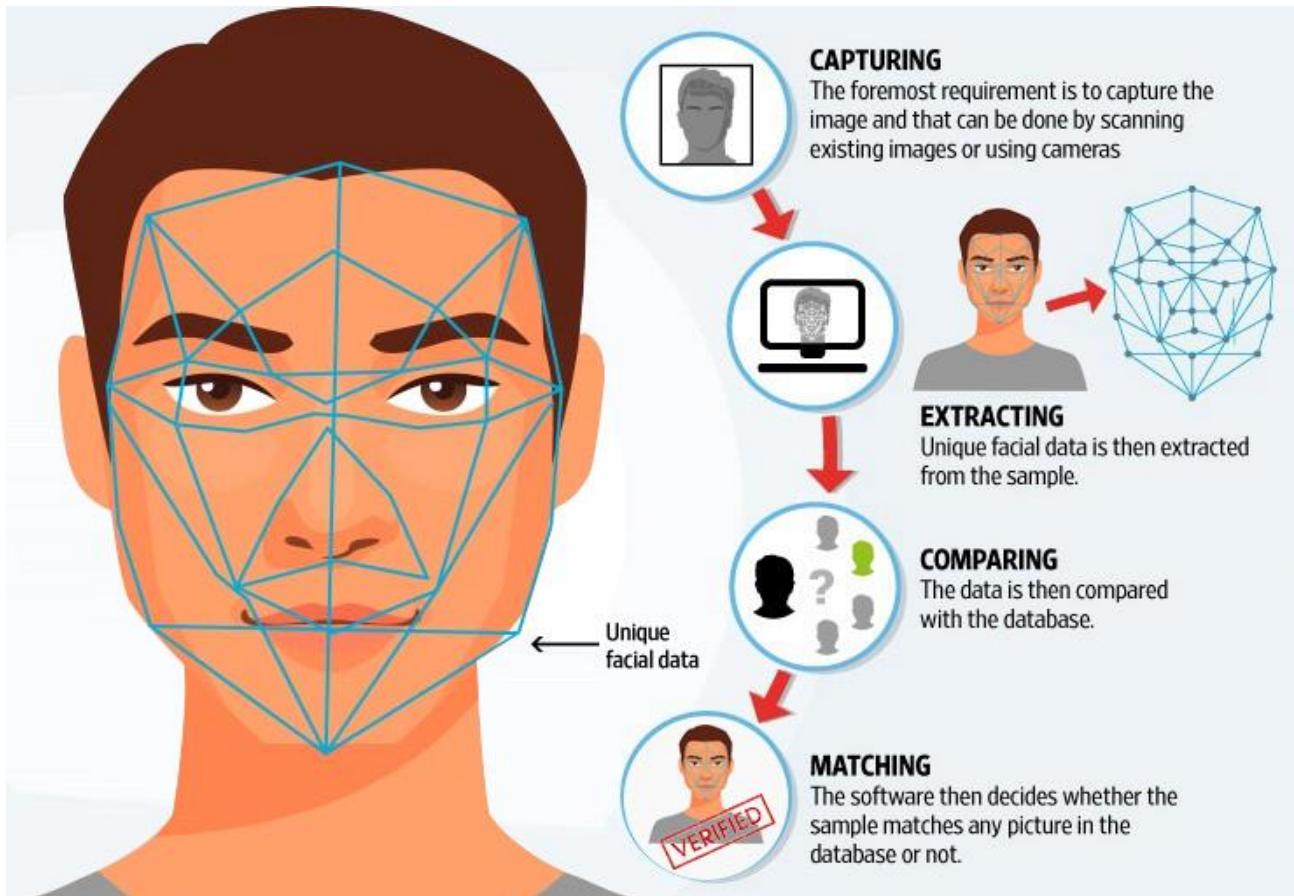
$$\mathbf{D}_1 = (2, 3, 5)$$

$$\mathbf{D}_2 = (3, 7, 1)$$

$$\mathbf{Q} = (0, 0, 2)$$

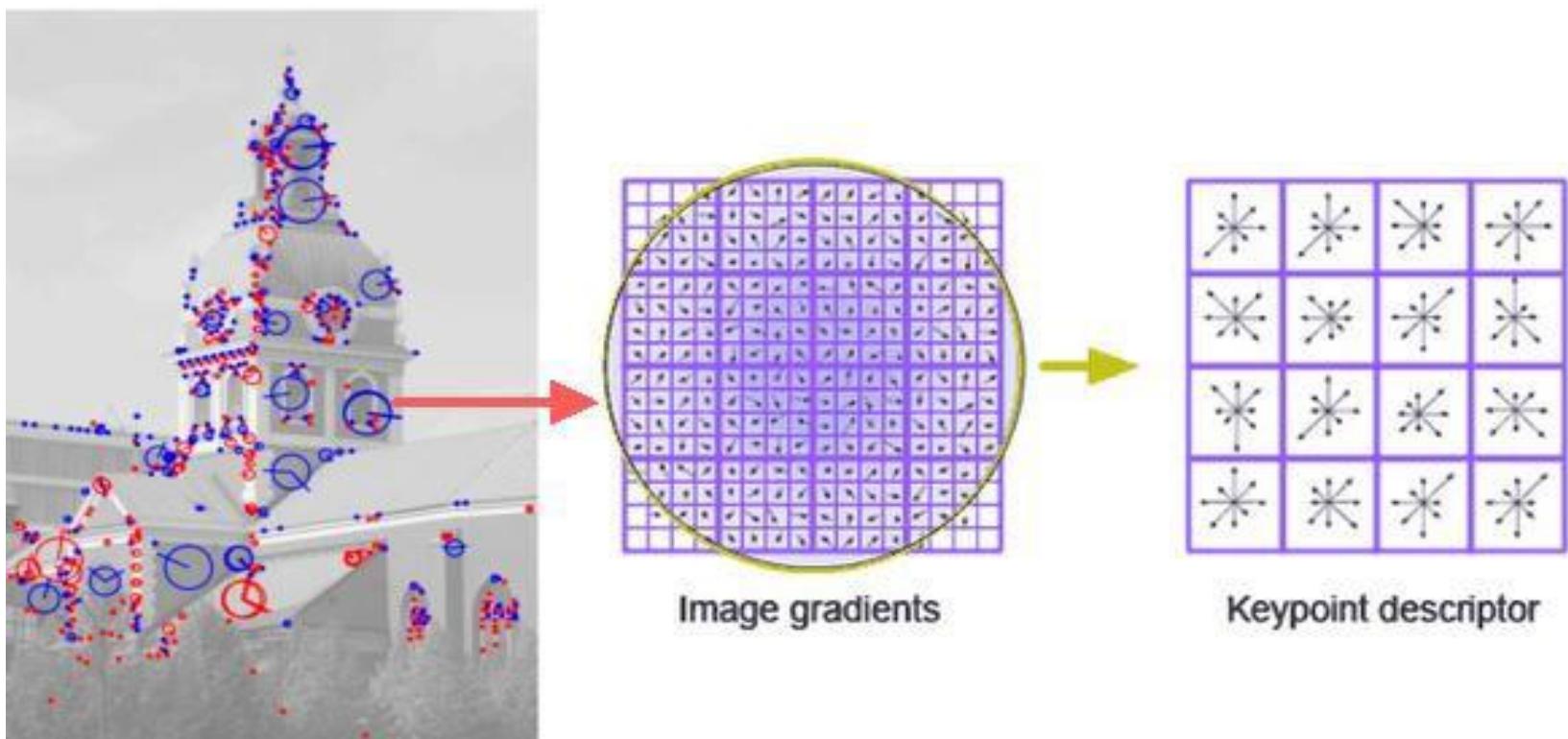


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *Face Recognition*



Alur proses di dalam sistem pengenalan wajah  
(Sumber: <https://www.shadowsystem.com/page/20>)

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *Face Recognition*



Ekstraksi fitur dari sebuah citra

(Sumber: <https://medium.com/machine-learning-world/feature-extraction-and-similar-image-search-with-opencv-for-newbies-3c59796bf774> )

dan masih banyak lagi...

# Buku referensi kuliah

## Utama:

1. Howard Anton, *Elementary Linear Algebra*, 10th edition, John Wiley amnd Sons, 2010
2. John Vince, *Geometric Algebra for Computer Graphics*. Springer. 2007

## Tambahan:

1. Melvin Hausner, *A Vector Space approach to Geometry*, Dover. 2010
2. Ward Cheney; David Kincaid, *Numerical Mathematics and Computing*, Brooks Cole, 2007

# URL

- Informasi perkuliahan (bahan kuliah, bahan ujian, soal kuis tahun2 sebelumnya, pengumuman, dll), bisa diakses di:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/algeo.htm>

atau masuk dari:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/>

dan juga dari Edunex ITB

# **CONTOH TUGAS BESAR**

Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung

---

**Tugas Besar 2 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri  
Aplikasi Dot Product pada Sistem Temu-balik Informasi  
Semester I Tahun 2020/2021**

---

## **ABSTRAKSI**

Hampir semua dari kita pernah menggunakan *search engine*, seperti *google*, *bing* dan *yahoo! search*. Setiap hari, bahkan untuk sesuatu yang sederhana kita menggunakan mesin pencarian. Tapi, pemahakah kalian membayangkan bagaimana cara *search engine* tersebut mendapatkan semua dokumen kita berdasarkan apa yang ingin kita cari?

Sebagaimana yang telah diajarkan di dalam kuliah pada materi vector di ruang Euclidean, temu-balik informasi (*information retrieval*) merupakan proses menemukan kembali (*retrieval*) informasi yang relevan terhadap kebutuhan pengguna dari suatu kumpulan informasi secara otomatis. Biasanya, sistem temu balik informasi ini digunakan untuk mencari informasi pada infomasi yang tidak terstruktur, seperti laman web atau dokumen.

Tampilan layout dari aplikasi web yang akan dibangun adalah sebagai berikut.

# My Simple Search Engine

Daftar Dokumen: <upload multiple files>

*Search query*

---

Hasil Pencarian: (diurutkan dari tingkat kemiripan tertinggi)

1. <**Judul Dokumen 1**>  
Jumlah kata: .....  
Tingkat Kemiripan: .....%  
<Kalimat pertama dari Dokumen 1>
2. <**Judul Dokumen 2**>  
Jumlah kata: .....  
Tingkat Kemiripan: .....%  
<Kalimat pertama dari Dokumen 2>

...

<Menampilkan tabel kata dan kemunculan di setiap dokumen>

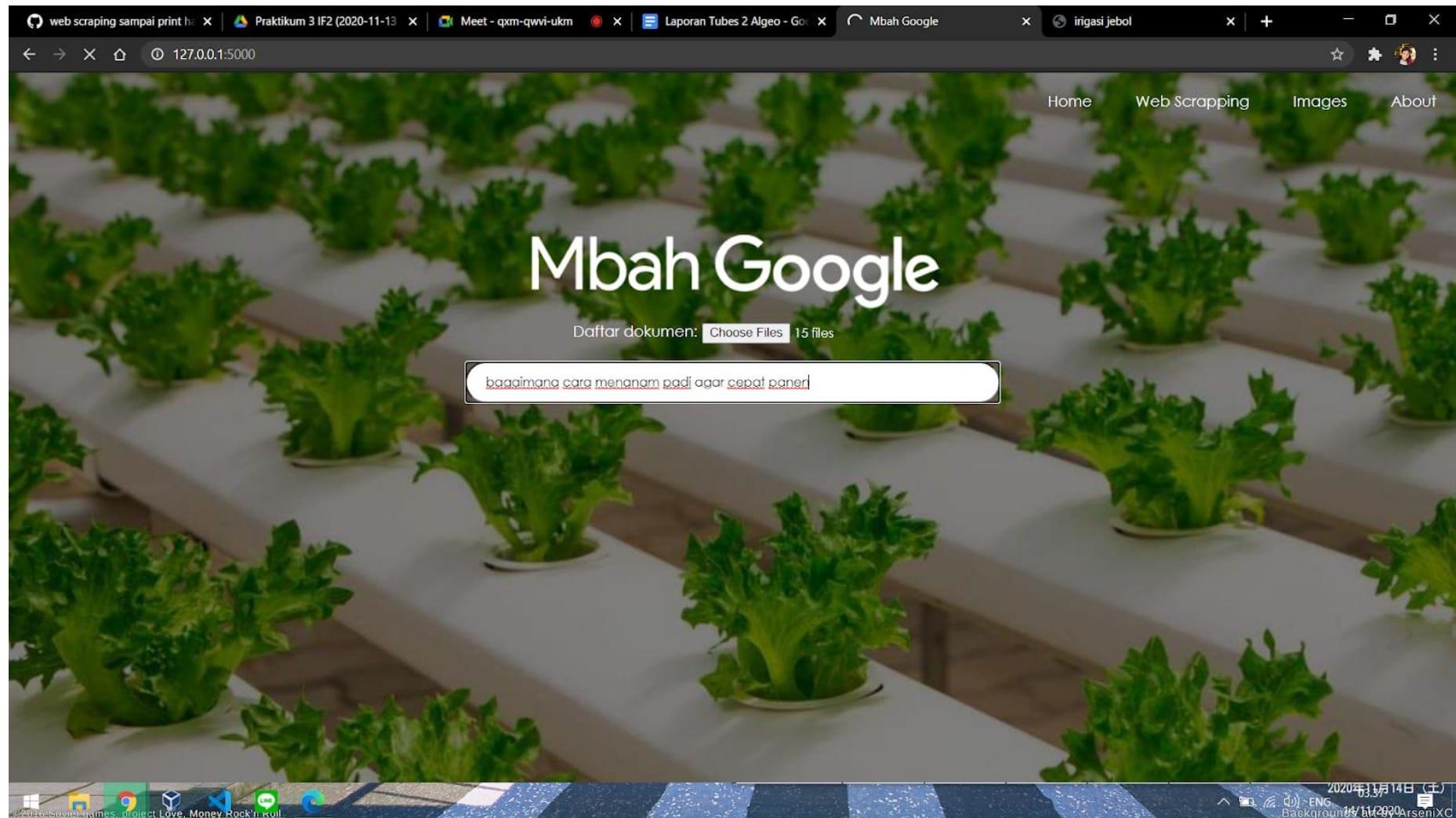
---

**Perihal**

Gambar 2. Tampilan layout dari aplikasi web search engine yang dibangun.

# Contoh antarmuka program Tubes 2 Algeo tahun 2020

## Kelompok: M Fahmi Alamsyah dkk (IF 2019)



Mbah Google

bagaimana cara menanam padi agar cepat panen

Home

Web Scrapping

Images

About

### 8\_Cara\_Menanam\_Padi\_yang\_Baik\_dan\_Menguntungkan\_Mudah\_dan\_Praktis.txt

Jumlah kata: 819

Tingkat kemiripan: 52.10%

Liputan6.com, Jakarta - Cara menanam padi yang baik dan menguntungkan tentunya sangat penting diterapkan.

### Cara\_menanam\_tanaman\_hidroponik\_sederhana.txt

Jumlah kata: 487

Tingkat kemiripan: 34.21%

Salah satu cara untuk mendapatkan sayuran segar tanpa pestisida adalah dengan menanam sendiri sayuran.

### Cara\_menanam\_jagung.txt

Jumlah kata: 703

Tingkat kemiripan: 28.71%

Cara menanam jagung dengan metode tanpa olah tanah Ada berbagai macam cara menanam jagung salah satunya dengan menerapkan metode tanpa olah tanah (TOT).

### Petani\_bermigrasi\_ke\_pertanian\_modern.txt

Jumlah kata: 634

Tingkat kemiripan: 28.23%

Tahun 2020 menjadi catatan penting bagi ratusan petani desa Gebang kecamatan Plandaan Kabupaten Jombang Jawa Timur.

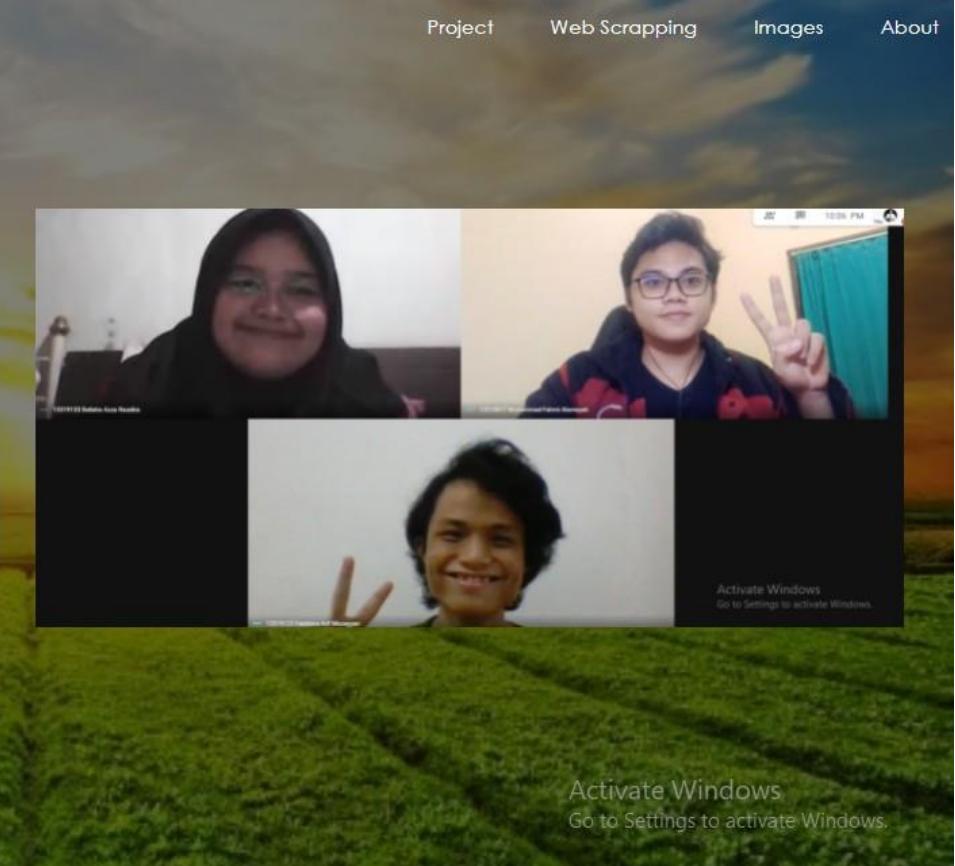
### Cara\_Efektif\_Basmi\_Hama\_Wereng.txt

Jumlah kata: 413

Tingkat kemiripan: 26.94%

Hama wereng adalah hama yang paling sering menyerang tanaman padi.

Term	Query	8_Cara_Menanam_Padi_yang_Baik_dan_Menguntungkan_Mudah_dan_Praktis.txt
bagaimana	1	0
cara	1	13
tanam	1	23
padi	1	30
cepat	1	0
panen	1	11



# Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen dalam Kompresi Gambar

IF2123 Aljabar Geometri

IF 2020

*Web-App Kompresi Gambar*

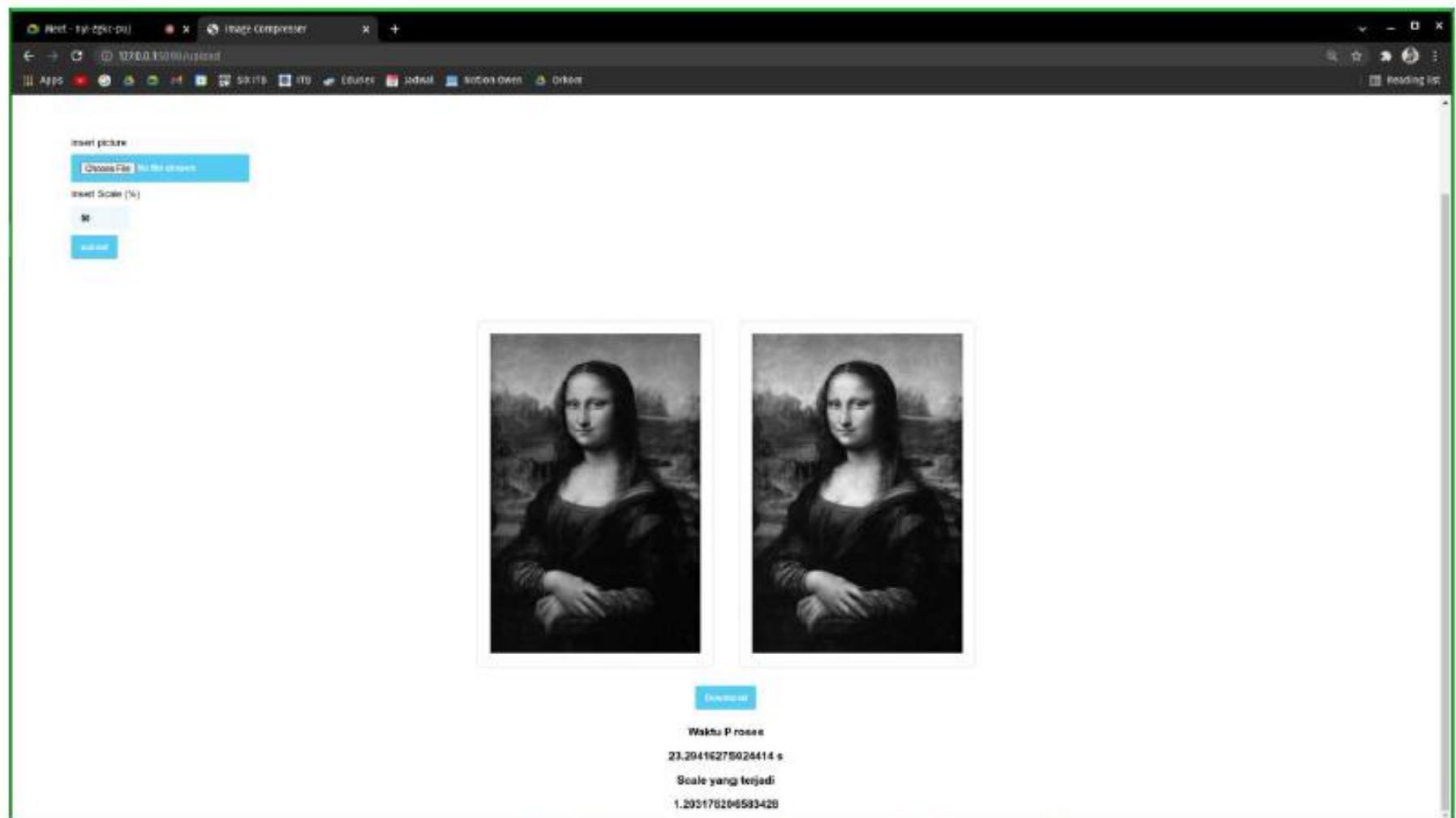
*metode SVD Matrix Decomposition*

**Bryan Bernigen**  
**13520034**

**Ng Kyle**  
**13520040**

**Muhammad Risqi Firdaus**  
**13520043**





Gambar 13. Compression Greyscale (50% Rank)

## BAB 4 : Eksperimen

### I. Hasil Kompresi Foto

Size awal : 92.5 KB



Size kompresi : 39.5 KB



**LAPORAN**  
**TUGAS BESAR 2 IF2123 ALJABAR LINIER DAN**  
**GEOMETRI**  
**APLIKASI NILAI EIGEN DAN EIGENFACE PADA**  
**PENGENALAN WAJAH ( FACE RECOGNITION )**



IF 2021

oleh

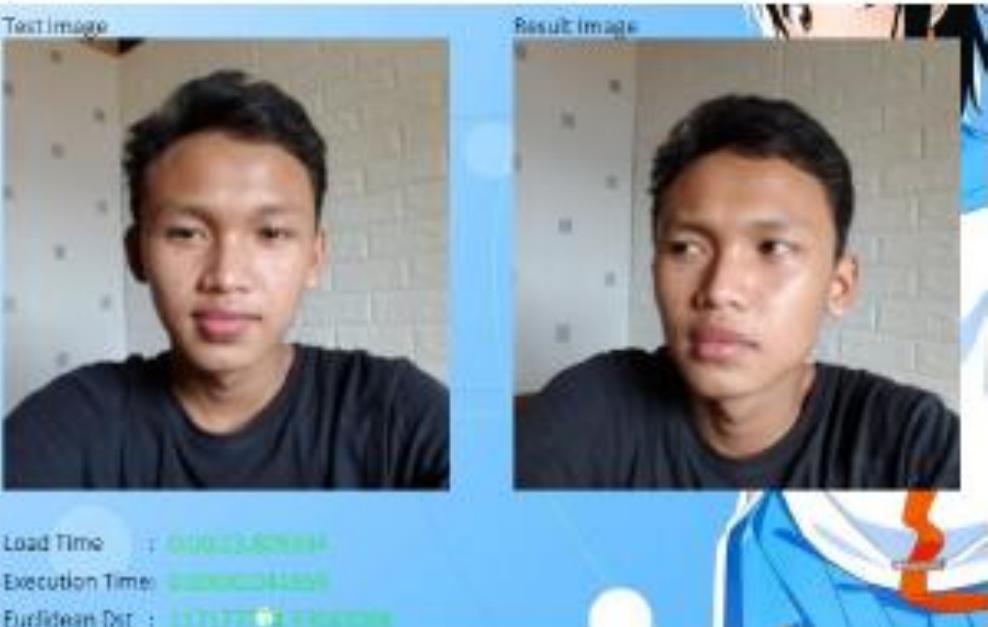
Fakhri Muhammad Mahendra	13521045
Muhamad Aji Wibisono	13521095
Michael Jonathan Halim	13521124

Kelompok

#TeamOnodera

## 4.2 Eksperimen Terhadap Gambar Orang yang Sama, Namun di Luar

### Dataset

Gambar	Deskripsi
	<p>Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 100.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.</p>



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula yaitu anggota dari kelompok ini bernama Michael. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 200.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 300.000.000 yang merupakan jarak yang cukup tinggi, namun hal ini dapat disebabkan oleh background yang berbeda.

# **CONTOH SOAL UJIAN**

3. Diberikan sebuah sistem persamaan linier homogen  $Ax = 0$  sebagai berikut:

$$v + 3w - 2x = 0$$

$$2u + v - 4w + 3x = 0$$

$$2u + 3v + 2w - x = 0$$

$$-4u - 3v + 5w - 4x = 0$$

- a) Hitung determinan matriks A dengan menggunakan ekspansi kofaktor dikombinasikan dengan OBE  
b) Berdasarkan jawaban a, apakah solusi persamaan linier homogen tersebut trivial atau non trivial? Jelaskan  
c) Tentukan balikan matriks A (Nilai: 20 + 5 + 5)

5.

Misalkan

$$\left\{ \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ adalah basis bagi } \mathbb{R}^3.$$

$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow P_1$  Transformasi linear didefinisikan  $T(\vec{v}_i) = A\vec{v}_i = p_i$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3$ .

Jika

$$p_1 = 1 - x; p_2 = 1; p_3 = 2x$$

- a. (NILAI : 20)

Carilah matriks transformasi T

- a) Tentukan nilai eigen, vektor eigen, dan basis ruang eigen dari matriks sbb :  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$   
 b) Tentukan matriks P, jika ada, yang mendekomposisi matriks A  
 c) Gunakan matriks diagonal untuk menghitung  $A^5$ .
- Tentukan SVD dari matriks di bawah ini :  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- Nyatakan bilangan kompleks berikut ini dalam bentuk polar dan eksponen :  $z = \sqrt{3} + i$
- Diberikan quaternion  $q_1 = 1 + i - 2j + 3k$ ,  $q_2 = 2 - 3i + j - 2k$ , hitunglah :
  - $q_1 - q_2$
  - $2q_1 + 3q_2$
  - $q_1 q_2$
  - $q_1/q_2$
- a) Selesaikan SPL  $Ax = b$  berikut dengan metode dekomposisi LU. Metode pemfaktorkan A menjadi L dan U yang digunakan adalah metode reduksi Crout.  

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$
 b) Tuliskan A sebagai hasil kali L dan U, verifikasi hasil perkaliannya.
- Diberikan sebuah vektor  $p = (1,2,3)$ . Vektor p diputar sebesar 240 derajat berlawanan arah jarum jam dengan sumbu putarnya adalah  $u = (1,1,1)$ . Hitunglah vektor bayangan dari p (misal  $p'$ ) dengan rotasi diatas.

26. 3) (Nilai: 10) Tentukanlah bayangan dari titik  $(1, -1, 2)$  setelah dirotasi dengan sudut  $60^\circ$  di sumbu bidang  $yz$  yang berinklinasi dengan sudut  $60^\circ$  terhadap sumbu  $y$  positif. Catatan : Kalau ketemu angka "akar kuadrat" maka tetap dalam bentuk akar kuadrat, tidak dihitung pakai kalkulator. Jika dihitung pakai kalkulator maka akan disalahkan.
- 

27. 4) (Nilai: 15) Diberikan tiga buah vektor sebagai berikut:

$$a = 2e_1 + e_2 - e_3$$

$$b = e_1 - e_2 - e_3$$

$$c = 2e_1 + 2e_2 - e_3$$

Tentukan perpotongan bidang yang dibentuk oleh vektor  $a$  dan  $c$  dengan bidang  $(e_2 \wedge e_3)$

# Tentang Dosen Pengajar IF2123

Kelas K-1, K-2, K-3

Teknik Informatika ITB

2024

**K-1**



**Nama: Dr. Rila Mandala**

**Kelompok Keahlian Informatika**

**Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB**

# Media Komunikasi

- E-mail: [rila@informatika.org](mailto:rila@informatika.org)  
[rila@staff.stei.itb.ac.id](mailto:rila@staff.stei.itb.ac.id)
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)  
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-2



Nama: Dr. Rinaldi Munir

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [rinaldi@informatika.org](mailto:rinaldi@informatika.org)  
[rinaldi@staff.stei.itb.ac.id](mailto:rinaldi@staff.stei.itb.ac.id)
- Web: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir>
- Blog: <http://rinaldimunir.wordpress.com>  
<http://catatankriptografi.wordpress.com>
- Facebook: <http://www.facebook.com/rinaldi.munir>
- Instagram: [@rinaldimunir](https://www.instagram.com/rinaldimunir)
- Kanal Youtube: @rinaldimunir5569
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)  
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-3



Nama: Dr. Judhi Santoso

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [judhi@informatika.org](mailto:judhi@informatika.org)  
[judhi@staff.stei.itb.ac.id](mailto:judhi@staff.stei.itb.ac.id)
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)  
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-3



Nama: Arrival Dwi Sentosa, M.T

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [arrivaldwi@itb.ac.id](mailto:arrivaldwi@itb.ac.id)

Kantor: Gedung KOICA Cyber Security Center,  
Kampus ITB Jatinangor

# **FOTO-FOTO PERKULIAHAN ALGEO 2023**



Kelas K1 IF 2022



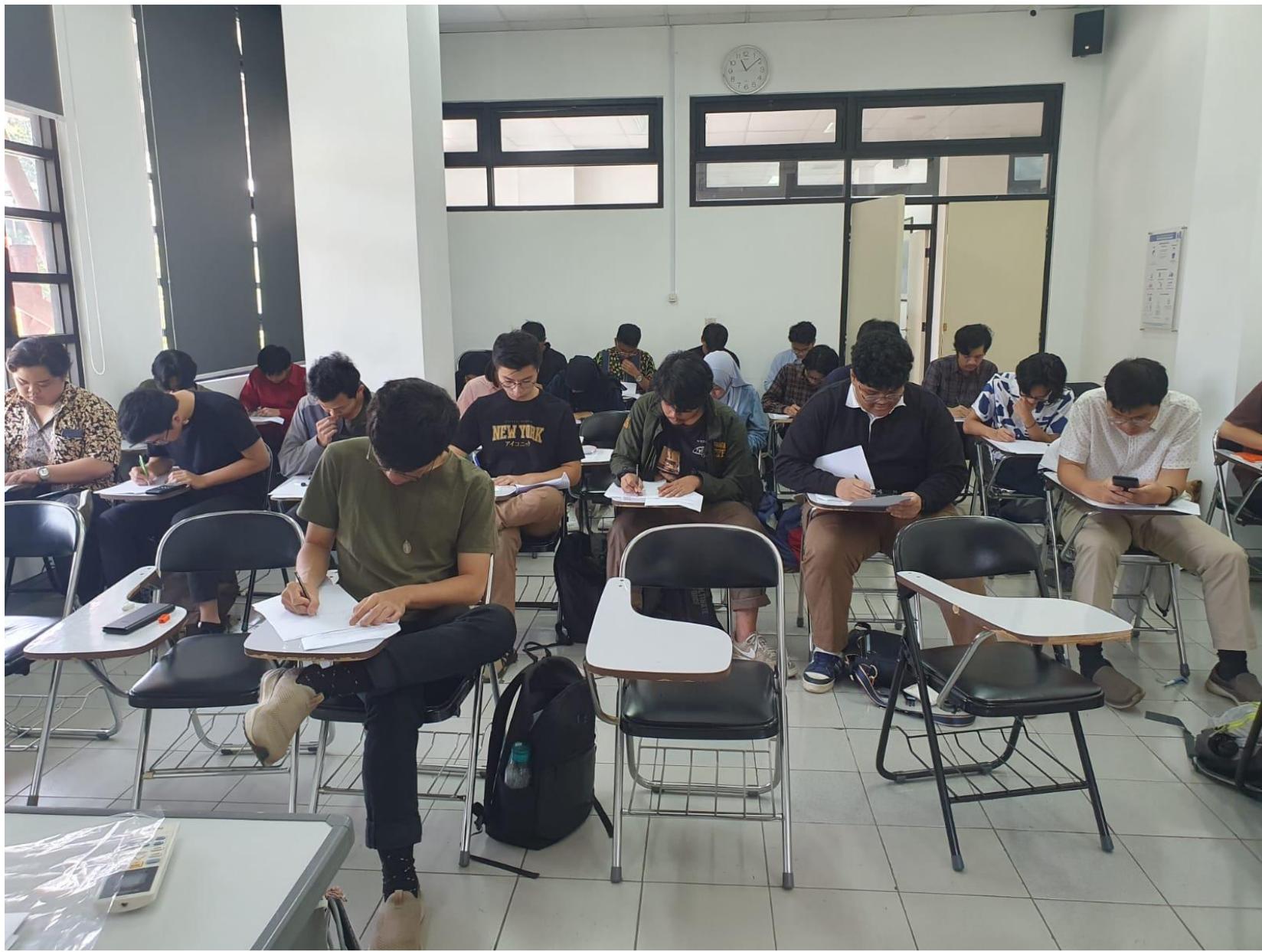
Kuis Kelas K1 IF 2021



Kuis Kelas K1 IF 2022



Kuis Kelas K3 IF Jatinangor, IF 2022



UTS Kelas K2 IF 2022



Hadiah coklat Silverqueen



Hadiah coklat Silverqueen