

Studi Kasus: Polinom Representasi Kontigu

IF2110 – Algoritma dan Struktur Data
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

Deskripsi Persoalan

Sebuah polinom berderajat n didefinisikan sebagai fungsi $P(x)$ berikut:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

Perhatikan bahwa untuk mempermudah pemrosesan, definisi $P(x)$ tersebut berbeda dengan definisi polinom pada matematika, yang biasanya diberikan sebagai berikut:

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x^1 + a_n$$

Contoh Polinom:

$$P1(x) = 4x^5 + 2x^4 + 7x^2 + 10$$

$$P2(x) = 23x^{100} + 9x^9 + 2x^7 + 4x^5 + 9x^9 + 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$P3(x) = 10$$

$$P4(x) = 3x^2 + 2x + 8$$

$$P5(x) = x^{1000}$$

Proses Dasar Polinom (1)

1. Membentuk sebuah polinom P dari pasangan harga yang dibaca dari masukan, data yang dibaca adalah pasangan harga:

(*) $\langle \text{degree: integer, coefficient: integer} \rangle$

(1) $\langle -999, 0 \rangle$

2. Menuliskan sebuah polinom P terurut mulai dari suku terbesar sampai terkecil
3. Menjumlahkan dua buah polinom $P1$ dan $P2$ dan menyimpan hasilnya pada $P3$, $P3 \neq P1$ dan $P3 \neq P2$; pada akhir proses $P3 = P1 + P2$.

Proses Dasar Polinom (2)

4. Mengurangi dua buah polinom $P1$ dan $P2$ dan menyimpan hasilnya pada $P3$, $P3 \neq P1$ dan $P3 \neq P2$, pada akhir proses $P3 = P1 - P2$.
5. Membuat turunan dari sebuah polinom P dan menyimpan hasilnya pada P' , $P' \neq P1$, pada akhir proses P' adalah turunan $P1$.

Pemilihan Struktur Data

Secara logik sebuah suku polinom direpresentasi oleh sepasang harga integer:

< degree: integer, coefficient: integer >

$P(x)$ adalah kumpulan pasangan harga tersebut yang diidentifikasi oleh namanya dan merupakan sebuah list linier dengan elemen bertipe **Suku**, yaitu pasangan harga < degree: integer, coefficient: integer >, dengan harga **degree** yang maksimum sebagai derajat polinom.

$P(x)$ dapat direpresentasi secara **KONTIGU** atau **BERKAIT**.

Representasi Kontigu

Polinom direpresentasi dalam sebuah tabel P

- setiap elemennya berisi koefisien dari polinom
- **Derajat polinom secara implisit adalah indeks dari tabel**

KAMUS

{ Definisi sebuah polinom p adalah }

constant nMax: integer = 100

type Polinom: < degree: integer ≥ 0,
arrSuku: array [0..nMax] of integer >

p1, p2, p3: Polinom

{ p.arrSuku[i] adalah koefisien dari suku ke-i dari sebuah polinom }

Membentuk sebuah polinom

Membentuk sebuah polinom dari pasangan harga yang dibaca dari alat masukan:

- Setiap kali memasukkan data, yang dimasukkan adalah pasangan (*) $\langle \text{degree: integer, coefficient: integer} \rangle$
- Akhir pemasukan adalah pasangan harga yang diketikkan bernilai $\langle -999, 0 \rangle$

Prosesnya adalah **proses sekuensial dengan mark** untuk membaca dari masukan dan menyimpannya dalam tabel polinom.

Contoh: Jika dibaca P1: $\langle 0, 10 \rangle, \langle 4, -9 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 8, 9 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 9, 4 \rangle, \langle 7, 4 \rangle, \langle -999, 0 \rangle$ maka tabel polinom yang dibentuk adalah polinom berderajat 9.

Degree	TabSuku[0..100]											
9	10	0	1	2	-9	5	0	4	9	4	0 0 0	0
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100

Polinom “kosong”, yaitu polinom dengan Degree = -999

Menuliskan sebuah polinom

Prosesnya adalah **proses sekuensial tanpa mark**, traversal untuk i [Degree..0].

Harga suku dituliskan hanya jika koefisiennya tidak nol.

Contoh:

Degree	TabSuku[0..100]													I	P(I)		
9	10	0	1	2	-9	5	0	4	9	4	0	0	0	0	→	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100				7	4
																5	5
																4	-9
																3	2
																2	1
																0	10

Menjumlahkan dua buah polinom

Menjumlahkan dua buah polinom $P1$ dan $P2$ dan menyimpan hasilnya pada $P3$, $P3 \neq P1$ dan $P3 \neq P2$:

- menjumlahkan suku $P1$ dan $P2$ yang berderajat sama, menjadi suku berderajat tersebut pada $P3$
- prosesnya adalah mencari derajat tertinggi dari $P1$ dan $P2$, kemudian pemrosesan sekuensial untuk setiap pasangan suku $P1$ dan $P2$

Penjumlahan memungkinkan hasil berupa polinom kosong atau polinom yang derajatnya “turun”

Menjumlahkan dua buah polinom (2)

Contoh:

P1: $\langle 9,4 \rangle, \langle 7,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 4,-9 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 0,10 \rangle$

P2: $\langle 9,2 \rangle, \langle 7,3 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle$

maka P3 = P1+P2 akan mempunyai harga:

P3: $\langle 9,6 \rangle, \langle 7,7 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 4,-8 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 0,10 \rangle$

	Degree	TabSuku[0..100]																									
P1	<table border="1"><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>-9</td><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																
	+																										
	Degree	TabSuku[0..100]																									
P2	<table border="1"><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	0	2	0	0	1	0	0	3	0	2	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
0	2	0	0	1	0	0	3	0	2	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																
	=																										
	Degree	TabSuku[0..100]																									
P3	<table border="1"><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>10</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>-8</td><td>5</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>6</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	10	2	1	2	-8	5	0	7	0	6	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
10	2	1	2	-8	5	0	7	0	6	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																

Mengurangi dua buah polinom

Mengurangi dua buah polinom $P1$ dan $P2$ dan menyimpan hasilnya pada $P3$, $P3 \neq P1$ dan $P3 \neq P2$:

- Prosesnya sama dengan menjumlahkan, hanya operasi penjumlahan diganti operasi pengurangan.

Pengurangan juga memungkinkan hasil berupa polinom kosong atau polinom yang derajatnya “turun”.

Mengurangi dua buah polinom (2)

Contoh:

P1: $\langle 9, 4 \rangle, \langle 7, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 4, -9 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 0, 10 \rangle$

P2: $\langle 9, 2 \rangle, \langle 7, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle$

maka $P3 = P1 - P2$ akan mempunyai harga:

P3: $\langle 9, 2 \rangle, \langle 7, 1 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 4, -10 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, -2 \rangle, \langle 0, 10 \rangle$

	Degree	TabSuku[0..100]																									
P1	<table><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>-9</td><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																
—																											
	Degree	TabSuku[0..100]																									
P2	<table><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	0	2	0	0	1	0	0	3	0	2	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
0	2	0	0	1	0	0	3	0	2	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																
=																											
	Degree	TabSuku[0..100]																									
P3	<table><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>10</td><td>-2</td><td>1</td><td>2</td><td>-10</td><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	10	-2	1	2	-10	5	0	1	0	2	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
10	-2	1	2	-10	5	0	1	0	2	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																

Membuat turunan polinom

Membuat turunan P_1 dari sebuah polinom P , $P_1 \neq P$:

- Prosesnya adalah proses sekuensial, untuk setiap suku ke- i , $i > 0$, yaitu $a_i x^i$ pada polinom P , dihitung $i * a_i$ dan disimpan pada indeks ke- $[i-1]$ pada tabel untuk polinom P_1

Membuat turunan polinom (2)

Contoh jika diberikan:

$P: \langle 9,4 \rangle, \langle 7,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 4,-9 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 0,10 \rangle$

maka $P1 = P'$ akan mempunyai harga:

$P1: \langle 8,36 \rangle, \langle 6,28 \rangle, \langle 4,25 \rangle, \langle 3,-36 \rangle, \langle 2,6 \rangle, \langle 1,2 \rangle$

	Degree	TabSuku[0..100]																									
P	<table><tr><td>9</td></tr></table>	9	<table><tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>-9</td><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
9																											
10	0	1	2	-9	5	0	4	0	4	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																
↓																											
	Degree	TabSuku[0..100]																									
P1	<table><tr><td>8</td></tr></table>	8	<table><tr><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>-36</td><td>25</td><td>0</td><td>28</td><td>0</td><td>36</td><td>0</td><td>0 0 0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>100</td></tr></table>	0	2	6	-36	25	0	28	0	36	0	0 0 0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100
8																											
0	2	6	-36	25	0	28	0	36	0	0 0 0	0																
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	100																

Program POLINOMIAL

{ Representasi KONTIGU }

KAMUS

```
{ Struktur data untuk representasi polinom secara kontigu}
  constant nMax: integer = 100 { Derajat tertinggi polinom yang diproses }
  type Polinom: ( degree: integer,
                  arrSuku: array [0..nMax] of integer )
  p1,p2: Polinom {Operan}
  p3: Polinom { Hasil }
{ Struktur data untuk interaksi }
  finish: boolean { Mengakhiri proses }
  pilihan: integer [0..5] { Nomor tawaran }
{ Primitif operasi terhadap polinom yang dibutuhkan untuk proses }
  procedure CreatePolinom (output p: Polinom)
  { Membuat polinom p yang kosong }
  procedure adjustDegree (input/output p: polinom)
  { Melakukan adjustment terhadap Degree. Diaktifkan jika akibat suatu
    operasi, derajat polinom hasil berubah.
  }
{ Primitif operasi terhadap polinom yang disediakan untuk pemakai }
  procedure populatePol (output p: polinom) { Mengisi polinom p }
  procedure displayPol (input p: polinom) { Menulis polinom p }
  procedure addPol (input p1, p2: polinom, output p3: polinom)
  { Menjumlahkan p1 + p2 dan menyimpan hasilnya di p3, p3 ≠ p1 dan p3 ≠ p2 }
  procedure subPol (input p1, p2: polinom, output p3: polinom)
  { Mengurangkan p1 - p2 dan menyimpan hasilnya di p3, p3 ≠ p1 dan p3 ≠ p2 }
  procedure derivPol (input p: polinom, output p1: polinom)
  { Membuat turunan p dan menyimpan hasilnya di p1, p1 ≠ p }
```

ALGORITMA

finish \leftarrow false

repeat

iterate

output ("Ketik nomor di bawah [0..5] untuk memilih operasi")

output ("1. Membentuk dua buah polinom P1 dan P2")

output ("2. Menuliskan polinom P1,P2 dan P3")

output ("3. Menjumlahkan polinom P1 dan P2 menjadi P3")

output ("4. Mengurangkan P1 dan P2 menjadi P3")

output ("5. Membentuk turunan polinom P1 yaitu P3")

output ("0. Akhir proses")

input (pilihan)

stop pilihan \in [0..5]

output ("Ulangi, pilihan di luar harga yang ditawarkan")

{ *Pilihan sesuai, maka lakukan proses sesuai dengan Pilihan* }

depend on pilihan

pilihan = 1: populatePol(p1); populatePol(p2)

pilihan = 2: displayPol(p1); displayPol(p2); displayPol(p3)

pilihan = 3: addPol(p1,p2,p3)

pilihan = 4: subPol(p1,p2,p3)

pilihan = 5: derivPol(p1,p3)

pilihan = 0: finish \leftarrow true

until finish