```
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\
```

Kombinatorika (Bagian 1)

Bahan Kuliah

(Update 2024)

IF1220 Matematika Diskrit

Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Teknik Informatika STEI - ITB



Pendahuluan

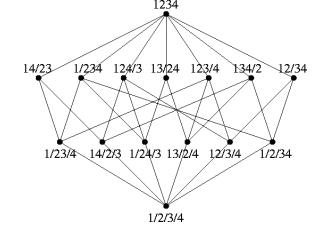
 Sebuah kata-sandi (password) panjangnya 6 sampai 8 karakter. Karakter boleh berupa huruf atau angka. Berapa banyak kemungkinan kata-sandi yang dapat dibuat?

```
abcdef
aaaade
a123fr
...
erhtgahn
yutresik
...
```

3333



Definisi Kombinatorial



Kombinatorkal (combinatorics) adalah cabang matematika untuk menghitung (counting) jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya.

Contoh-contoh persoalan kombinatorika:

- Nomor PIN kartu ATM bank adalah 6 angka. Berapa jumlah PIN yang dapat dibuat?
- Kode buku sebuah perpustakaan terdiri dari dua huruf dan diikuti 4 angka.
 Berapa jumlah buku yang dapat dikodekan?
- 3. Berapa banyak cara membentuk sebuah komisi beranggotakan 10 orang yang dipilih dari 100 anggota DPR jika ketua DPR harus termasuk di dalamnya?

Kaidah Dasar Menghitung

Kaidah perkalian (rule of product)

Percobaan 1: p hasil

Percobaan 2: q hasil

Percobaan 1 dan percobaan 2: $p \times q$ hasil

Kaidah penjumlahan (rule of sum)

Percobaan 1: p hasil

Percobaan 2: q hasil

Percobaan 1 atau percobaan 2: p + q hasil

Contoh 1. Ketua angkatan IF 2024 hanya 1 orang (pria atau wanita, tidak bias gender). Misalkan jumlah pria IF2024 = 65 orang dan jumlah wanita = 15 orang. Berapa banyak cara memilih ketua angkatan?

Penyelesaian: 65 + 15 = 80 cara.

Contoh 2. Dua orang perwakilan IF2024 mendatangi Bapak Rektor untuk protes kenaikan UKT. Wakil yang dipilih 1 orang pria dan 1 orang wanita. Berapa banyak cara memilih 2 orang wakil tersebut?

Penyelesaian: $65 \times 15 = 975$ cara.

Perluasan Kaidah Dasar Menghitung

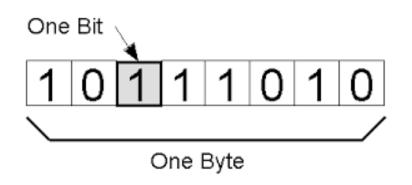
Misalkan ada n percobaan, masing-masing dengan p_i hasil

1. Kaidah perkalian (*rule of product*)

$$p_1 \times p_2 \times ... \times p_n$$
 hasil

2. Kaidah penjumlahan (*rule of sum*)

$$p_1 + p_2 + ... + p_n$$
 hasil



Contoh 3. Bit biner hanya 0 dan 1. Berapa banyak *string* biner yang dapat dibentuk jika:

- (a) panjang string 5 bit
- (b) panjang string 8 bit (= 1 byte)

Penyelesaian:

(a)
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$
 buah

(b)
$$2^8 = 256$$
 buah

Contoh 4. Berapa banyak bilangan ganjil antara 1000 dan 9999 (termasuk 1000 dan 9999 itu sendiri) yang

- (a) semua angkanya berbeda
- (b) boleh ada angka yang berulang.

Penyelesaian: ____ ___

(a) posisi satuan: 5 kemungkinan angka (1, 3, 5, 7, 9)

posisi ribuan: 8 kemungkinan angka

posisi ratusan: 8 kemungkinan angka

posisi puluhan: 7 kemungkinan angka

Banyak bilangan ganjil seluruhnya = (5)(8)(8)(7) = 2240 buah.

(b) posisi satuan: 5 kemungkinan angka (yaitu 1, 3, 5, 7 dan 9);

posisi ribuan: 9 kemungkinan angka (1 sampai 9)

posisi ratusan: 10 kemungkinan angka (0 sampai 9)

posisi puluhan: 10 kemungkinan angka (0 sampai 9)

Banyak bilangan ganjil seluruhnya = (5)(9)(10)(10) = 4500

Contoh 5. Kata-sandi (*password*) sistem komputer panjangnya 6 sampai 8 karakter. Tiap karakter boleh berupa huruf atau angka; huruf besar dan huruf kecil tidak dibedakan. Berapa banyak kata-sandi yang dapat dibuat?

Penyelesaian:

Jumlah karakter kata-sandi = 26 huruf (A-Z) + 10 angka (0-9) = 36 karakter.

Jumlah kemungkinan kata-sandi dengan panjang 6 karakter: ___ __ __ __ __ __ ___

$$(36)(36)(36)(36)(36)(36) = 36^6 = 2.176.782.336$$

Jumlah seluruh kata-sandi (kaidah penjumlahan) adalah

2.176.782.336 + 78.364.164.096 + 2.821.109.907.456 = 2.901.650.833.888 buah.

Latihan:

- 1. (a) Berapa banyak bilangan genap yang disusun oleh 2 angka?
 - (b) Berapa banyak bilangan ganjil 2-angka dengan setiap angka berbeda?
- 2. Dari 100.000 buah bilangan bulat positif pertama, berapa banyak bilangan yang mengandung tepat satu buah angka 3, satu buah angka 4, dan satu buah angka 5?

Jawaban:

1. ____

(a) $9 \times 5 = 45$

(b) $8 \times 5 = 40$

2. ___ ___ ___

Angka 3 dapat ditempatkan dengan 5 cara

Angka 4 dapat ditempatkan dengan 4 cara

Angka 5 dapat ditempatkan dengan 3 cara Angka keempat dapat diisi dengan 7 cara (7 angka lain)

Angka kelima dapat diisi dengan 7 cara (7 angka lain)

Jumlah seluruh bilangan = $5 \times 4 \times 3 \times 7 \times 7 = 2940$

- 3. Tersedia 6 huruf: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Berapa jumlah susunan 3-huruf jika:
 - (a) tidak ada huruf yang diulang;
 - (b) boleh ada huruf yang berulang;
 - (c) tidak boleh ada huruf yang diulang, tetapi huruf e harus ada;
 - (d) boleh ada huruf yang berulang, huruf e harus ada

```
Jawaban: _____ (a) 6 \times 5 \times 4 = 120 (b) 6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216 (c) 3 \times (5 \times 4) = 60 (d) (6 \times 6) + (5 \times 6) + (5 \times 5) = 91
```

4. Tentukan banyak cara pengaturan agar 3 orang mahasiswa Prodi Teknik Informatika (IF), 4 orang mahasiswa Teknik Kimia (TK), 4 orang mahasiswa Teknik Geologi (GL), dan 2 orang mahasiswa Farmasi (FA) dapat duduk dalam satu baris sehingga mereka dari Prodi yang sama duduk berdampingan?

Jawaban: _____ ___ ____

Ada 4! cara menempatkan kelompok Prodi mahasiswa di dalam susunan Masing-masing 3! cara, 4! cara, 4! cara, dan 2! cara menempatkan mahasiswa Prodi yang sama di dalam susunannya. Total seluruh cara pengaturan = (4!)(3!)(4!)(4!)(2!)

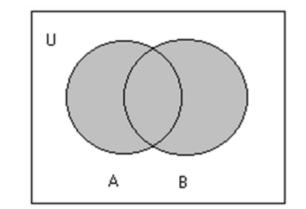
Latihan (Kuis 2022)

Sebuah password terdiri dari 6 buah angka (0,1,2,...,9). Jika terdapat sebuah software yang dapat menebak password dengan kecepatan 0,001 detik per input, tentukanlah waktu maksimum yang diperlukan untuk memecahkan password jika diketahui 3 angka terakhir password adalah bilangan prima dan password terdiri dari angka yang berbeda-beda.

Jawaban:

Terdapat 4 buah bilangan prima pada rentang 0-9 (yaitu 2, 3, 5, 7) sehingga jumlah kemungkinan adalah: (7)(6)(5)(4)(3)(2) = 5040 kemungkinan. Sehingga waktu maksimum yang diperlukan adalah $5040 \times 0,001 = 5,040$ detik

Prinsip Inklusi-Eksklusi



Setiap *byte* disusun oleh 8-bit. Berapa banyak jumlah *byte* yang dimulai dengan '11' atau berakhir dengan '11'?

Penyelesaian:

Misalkan

 $A = \text{himpunan } byte \text{ yang dimulai dengan '11'}, \ \frac{1}{1} \ \frac{1}{1} \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots$

 $A \cap B$ = himpunan *byte* yang berawal dan berakhir dengan '11' maka

 $A \cup B$ = himpunan *byte* yang berawal dengan '11' atau berakhir dengan '11'

$$|A| = 2^6 = 64, |B| = 2^6 = 64, |A \cap B| = 2^4 = 16.$$

maka

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

= $2^6 + 2^6 - 16 = 64 + 64 - 16 = 112$.

Latihan (Kuis 2020)

Berapa banyak string 10-bit yang diawali dengan tiga buah 0 berurutan atau diakhiri dengan dua buah 0 berurutan?

Jawaban:

Ada tiga kasus:

Kasus 1: String diawali dengan 3 buah 0 berurutan

Jumlah cara menyusun string: $1 \times 1 \times 1 \times 2 = 2^7 = 128$ string

Kasus 2: String diakhiri dengan 2 buah 0 berurutan

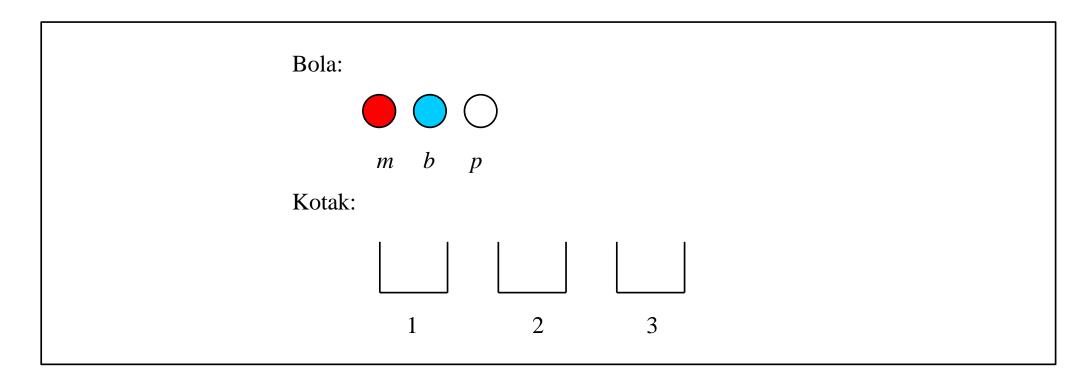
Jumlah cara menyusun string: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 2^8 = 256$ string

Kasus 3: String diakhiri dengan 3 buah 0 DAN diakhiri dengan 2 buah 0

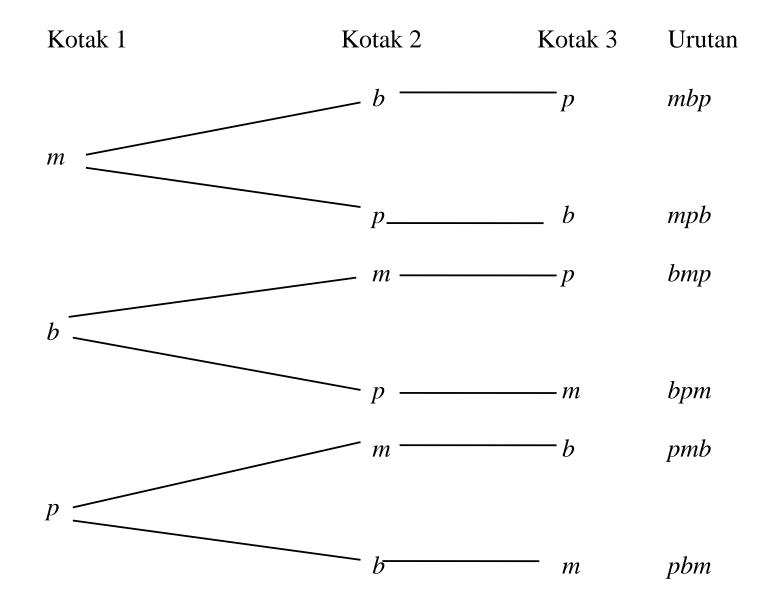
Jumlah cara menyusun string: $1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 2^5 = 32$ string

Maka, banyaknya string yang memenuhi kondisi adalah 128 + 256 - 32 = 352 string

Permutasi



Berapa jumlah urutan berbeda yang mungkin dibuat dari penempatan bola ke dalam kotak-kotak tersebut?



Jumlah kemungkinan urutan berbeda dari penempatan bola ke dalam kotak adalah (3)(2)(1) = 3! = 6.

Definisi 1: **Permutasi** adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek.

- Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.
- Misalkan jumlah objek adalah n, maka
 - ✓ urutan pertama dipilih dari *n* objek,
 - ✓ urutan kedua dipilih dari n-1 objek,
 - ✓ urutan ketiga dipilih dari *n* 2 objek,
 - **√** ...
 - ✓ urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari n objek adalah

$$n(n-1)(n-2)...(2)(1) = n!$$

Contoh 6. Berapa banyak "kata" yang terbentuk dari huruf-huruf kata "HAPUS"?

Penyelesaian:

____ (5 posisi)

Cara 1: (5)(4)(3)(2)(1) = 120 buah kata

Cara 2: 5! = 120 buah kata

Contoh 7. Berapa banyak cara mengurutkan nama 25 orang mahasiswa? Penyelesaian: 25!

Permutasi *r* dari *n* elemen

Ada enam buah bola yang berbeda warnanya dan 3 buah kotak. Masing-masing kotak hanya boleh diisi 1 buah bola. Berapa jumlah urutan berbeda yang mungkin dibuat dari penempatan bola ke dalam kotak-kotak tersebut?

Bola: $m \ b \ p \ h \ k \ j$ Kotak: $2 \ 3$

<u>Penyelesaian</u>:

kotak 1 dapat diisi oleh salah satu dari 6 bola (ada 6 pilihan); kotak 2 dapat diisi oleh salah satu dari 5 bola (ada 5 pilihan); kotak 3 dapat diisi oleh salah satu dari 4 bola (ada 4 pilihan). Jumlah urutan berbeda dari penempatan bola = (6)(5)(4) = 120

Perampatan:

Ada n buah bola yang berbeda warnanya dan r buah kotak ($r \le n$), maka

kotak ke-1 dapat diisi oleh salah satu dari n bola \rightarrow (ada n pilihan); kotak ke-2 dapat diisi oleh salah satu dari (n-1) bola \rightarrow (ada n-1 pilihan);

kotak ke-3 dapat diisi oleh salah satu dari (n-2) bola \rightarrow (ada n-2) pilihan;

• • •

kotak ke-r dapat diisi oleh salah satu dari (n - (r - 1)) bola \rightarrow (ada n - r + 1 pilihan)

Jumlah urutan berbeda dari penempatan bola adalah: n(n-1)(n-2)...(n-(r-1))

Definisi 2. Permutasi r dari n elemen adalah jumlah kemungkinan urutan r buah elemen yang dipilih dari n buah elemen, dengan $r \le n$, yang dalam hal ini, pada setiap kemungkinan urutan tidak ada elemen yang sama.

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)...(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh 7. Berapakah jumlah kemungkinan membentuk bilangan 3-angka dari 5 angka berikut: 1, 2, 3, 4, 5, jika:

- (a) tidak boleh ada pengulangan angka, dan
- (b) boleh ada pengulangan angka.

Penyelesaian:

- (a) Dengan kaidah perkalian: (5)(4)(3) = 60 buah Dengan rumus permutasi P(5, 3) = 5!/(5 – 3)! = 60
- (b) Tidak dapat diselesaikan dengan rumus permutasi. Dengan kaidah perkalian: $(5)(5)(5) = 5^3 = 125$.

Contoh 8. Kode buku di sebuah perpustakaan panjangnya 7 karakter, terdiri dari 4 huruf berbeda dan diikuti dengan 3 angka yang berbeda pula?

Penyelesaian: $P(26, 4) \times P(10,3) = 258.336.000$

Latihan:

Sebuah mobil mempunyai 4 tempat duduk. Berapa banyak cara 3 orang didudukkan jika diandaikan satu orang harus duduk di kursi sopir?



Jawaban:

Kursi supir dapat diisi dengan salah satu dari 3 orang (atau 3 cara). Sekarang tersisa tiga buah kursi lagi. Tiga kursi ini dapat diisi oleh dua orang lainnya. Maka jumlah cara mendudukkan tiga orang adalah $3 \times P(3, 2) = 3 \times (3!/(1!) = 18$.

Latihan (Kuis 2020)

Pada suatu ruangan galeri, akan dipajang 9 macam lukisan berbeda dengan posisi berjajar. Tentukan banyaknya posisi yang mungkin jika terdapat 3 lukisan yang harus selalu dipajang berdampingan!

Jawaban:

Misalkan lukisan diberi nomor 1 sampai dengan 9 dan 3 lukisan yang selalu berdampingan adalah 7,8,9, sehingga 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Banyaknya kemungkinan posisi ketujuh lukisan (3 lukisan berdampingan terhitung 1 lukisan) adalah sebanyak P(7,7) = 7!

Banyaknya kemungkinan perubahan posisi 3 buah lukisan yang berdampingan adalah P(3,3) = 3!

Sehingga diperoleh banyaknya posisi yang mungkin adalah $3! \times 7! = 30240$ cara

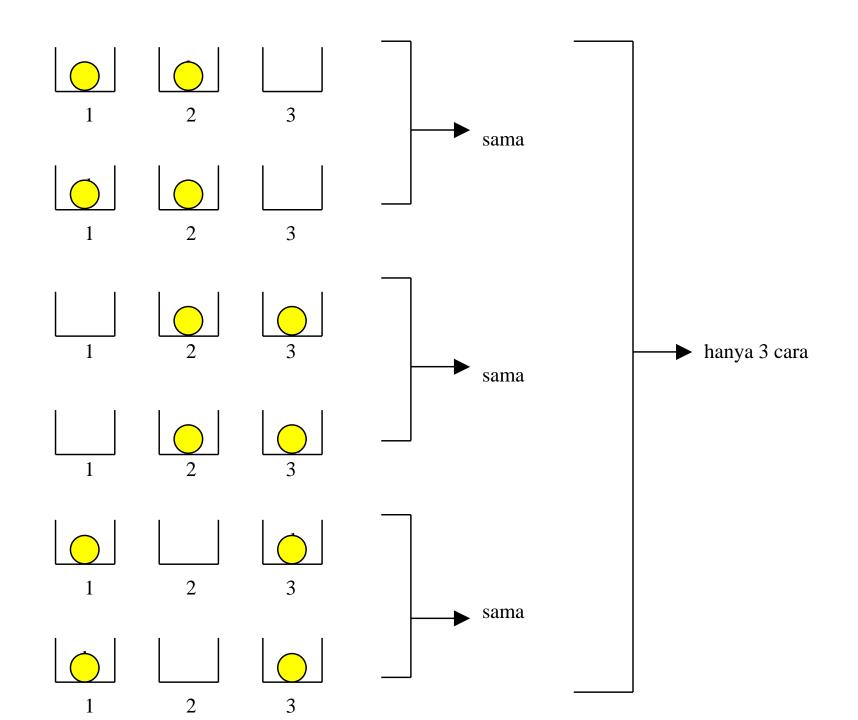
Kombinasi

 Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi urutan kemunculan diabaikan.

• Misalkan ada 2 buah bola yang warnanya sama dan 3 buah kotak. Setiap kotak hanya boleh berisi *paling banyak* satu buah bola.

Jumlah cara memasukkan bola ke dalam kotak =

$$\frac{P(3,2)}{2} = \frac{P(3,2)}{2!} = \frac{\frac{3!}{1!}}{2!} = \frac{(3)(2)}{2} = 3.$$



• Bila sekarang jumlah bola 3 dan jumlah kotak 10, maka jumlah cara memasukkan bola ke dalam kotak adalah

$$\frac{P(10,3)}{3!} = \frac{\frac{10!}{7!}}{3!} = \frac{(10)(9)(8)}{3!}$$

karena ada 3! cara memasukkan bola yang warnanya sama.

• Secara umum, jumlah cara memasukkan *r* buah bola yang berwarna sama ke dalam *n* buah kotak adalah

$$\frac{n(n-1)(n-2)...(n-(r-1))}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C(n, r) \text{ atau } \binom{n}{r}$$

• *C*(*n*, *r*) sering dibaca "*n* diambil *r*", artinya *r* objek diambil dari *n* buah objek.

• **Definisi 3.** Kombinasi *r* elemen dari *n* elemen, atau *C*(*n*, *r*), adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut *r* elemen yang diambil dari *n* buah elemen.

Interpretasi Kombinasi

1. C(n, r) = banyaknya himpunan bagian yang terdiri dari r elemen yang dapat dibentuk dari himpunan dengan n elemen.

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$

Jumlah Himpunan bagian dengan 2 elemen:

$$\{1, 2\} = \{2, 1\}$$

$$\{1, 3\} = \{3, 1\}$$

$$\{2, 3\} = \{3, 2\}$$
atau $C(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3!}{1!2!} = 3$ buah

2. C(n, r) = cara memilih r buah elemen dari n buah elemen yang ada, tetapi urutan elemen di dalam susunan hasil pemilihan tidak penting.

Contoh 9: Berapa banyak cara membentuk panitia (komite, komisi, dsb) yang beranggotakan 5 orang dari sebuah fraksi di DPR yang beranggotakan 25 orang?

<u>Penyelesaian</u>:

Panitia atau komite adalah kelompok yang tidak terurut, artinya setiap anggota di dalam panitia kedudukannya sama.

Misalkan lima orang yang dipilih adalah A, B, C, D, dan E, maka urutan penempatan masing-masingnya di dalam panitia tidak penting (ABCDE sama saja dengan BACED, ADCEB, dan seterusnya). Banyaknya cara memilih anggota panitia yang terdiri dari 5 orang anggota adalah C(25,5) = 53130 cara.

Contoh 10. Di antara 10 orang mahasiswa Teknik Informatika Angkatan 2019, berapa banyak cara membentuk sebuah perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga:

- a) mahasiswa bernama A selalu termasuk di dalamnya;
- b) mahasiswa bernama A tidak termasuk di dalamnya;
- c) mahasiswa bernama A selalu termasuk di dalamnya, tetapi B tidak;
- d) mahasiswa bernama B selalu termasuk di dalamnya, tetapi A tidak;
- e) mahasiswa bernama A dan B termasuk di dalamnya;
- f) setidaknya salah satu dari mahasiswa yang bernama A atau B termasuk di dalamnya.

Penyelesaian:

mahasiswa bernama A selalu termasuk di dalamnya; a)

Masukkan A ke dalam perwakilan (1 cara), maka tersisa 9 orang. Dari 9 orang ini dipilih 4 anggota perwakilan lainnya, ini ada sebanyak C(9,4) cara. Sehingga terdapat 1 x C(9, 4) = C(9, 4) = 126 cara untuk membentuk perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga A selalu termasuk di dalamnya.

b) mahasiswa bernama A tidak termasuk di dalamnya;

Keluarkan A dari 10 orang, sehingga tersisa 9 orang. Ada C(9, 5) = 126 cara untuk membentuk perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga A tidak termasuk di dalamnya.

mahasiswa bernama A selalu termasuk di dalamnya, tetapi B tidak; c)

Masukkan A ke dalam perwakilan, keluarkan B sehingga tersisa 8 orang. Dari 8 orang pilih 4 perwakilan lagi, jadi ada C(8, 4) = 70 cara untuk membentuk perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga A termasuk di dalamnya, tetapi B tidak. d) mahasiswa bernama B selalu termasuk di dalamnya, tetapi A tidak; Sama seperti soal c di atas, ada C(8, 4) = 70 cara untuk membentuk perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga B termasuk di dalamnya, tetapi A tidak.

e) mahasiswa bernama A dan B termasuk di dalamnya;

Masukkan A dan B ke dalam perwakilan sehingga tersisa 8 orang. Dari 8 orang ini pilih tiga perwakilan lagi. Ada C(8,3) = 56 cara untuk membentuk perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian sehingga A dan B selalu termasuk di dalamnya.

f) setidaknya salah satu dari mahasiswa bernama A atau B termasuk di dalamnya.

Jumlah cara membentuk perwakilan sedemikian sehingga setidaknya salah satu dari A atau B termasuk di dalamnya

- = jumlah cara membentuk perwakilan sehingga A termasuk di dalamnya, B tidak
 - + jumlah cara membentuk perwakilan sehingga B termasuk di dalamnya, A tidak
 - + jumlah cara membentuk perwakilan sehingga A dan B termasuk di dalamnya

$$= 70 + 70 + 56 = 196$$

Cara kedua adalah dengan menggunakan prinsip inklusi-eksklusi:

X = jumlah cara membentuk perwakilan yang menyertakan A

Y = jumlah cara membentuk perwakilan yang menyertakan B

 $X \cap Y = \text{jumlah cara membentuk perwakilan yang menyertakan } A \text{ dan } B$,

maka

$$|X| = C(9, 4) = 126; |Y| = C(9, 4) = 126; |X \cap Y| = C(8, 3) = 56;$$

$$|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y| = 126 + 126 - 56 = 196$$

Latihan (Kuis 2022)

Suatu hari, terdapat dosen yang ingin mencari 5 mahasiswa untuk membantunya mengerjakan proyek. Ada 10 mahasiswa dan 10 mahasiswi yang tertarik untuk ikut. Jika disyaratkan bahwa paling sedikit 3 anggota proyek harus laki-laki, maka tentukan banyak cara dosen untuk memilih anggota proyek.

Jawaban:

Terdapat perwakilan 5 orang yang harus paling sedikit terdapat 3 laki-laki, maka kemungkinan-kemungkinannya sebagai berikut

```
3 laki-laki dan 2 perempuan C(10, 3) \times C(10, 2) = 10!/(7!\times3!)\times10!/(8!\times2!)=10\times3\times4\times45=5400
4 laki-laki dan 1 perempuan C(10, 4) \times C(10, 1) = 10 \times 3 \times 7 \times 10 = 2100
5 laki-laki dan 0 perempuan C(10, 5) \times C(10, 0) = 10!/(5!\times5!)\times1=(10\times9\times8\times7\times6)/(5\times4\times3\times2)=3\times2\times7\times6=252
```

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa cara seluruhnya adalah 5400 + 2100 + 252 = 7752 cara

Latihan:

- Kursi-kursi di sebuah bioskop disusun dalam baris-baris, satu baris berisi 10 buah kursi. Berapa banyak cara mendudukkan 6 orang penonton pada satu baris kursi:
 - (a) jika bioskop dalam keadaan terang
 - (b) jika bioskop dalam keadaan gelap

Petunjuk: dalam keadaan gelap, orang-orang di dalam bioskop tidak dapat dibedakan

<u>Jawaban</u>:

(a)
$$P(10, 6) = 10!/(10 - 6)! = 151200$$

(b)
$$C(10, 6) = 10!/(6!4!) = 210$$



- Ada 5 orang mahasiswa jurusan Matematika dan 7 orang mahasiswa jurusan Informatika. Berapa banyak cara membentuk sebuah panitia yang beranggotakan 4 orang jika:
 - (a) tidak ada batasan jurusan di dalam panitia tersebut
 - (b) semua anggota panitia harus dari jurusan Matematika
 - (c) semua anggota panitia harus dari jurusan Informatika
 - (d) semua anggota panitia harus dari jurusan yang sama
 - (e) 2 orang mahasiswa per jurusan harus mewakili.
- 3. Berapa banyak cara membentuk sebuah panitia yang beranggotakan 5 orang yang dipilih dari 7 orang pria dan 5 orang wanita, jika di dalam panitia tersebut paling sedikit beranggotakan 2 orang wanita?

Bersambung ke Bagian 2