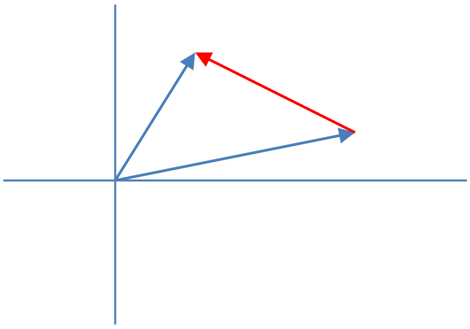
1.2次元ベクトルによる面の定義

2次元平面上に、$\vec{a}$,$\vec{b}$ があるとする。
すると、その平面上の任意のベクトル$\vec{p}$ は
(ただし、 $\vec{a}$,$\vec{b}$ は平行で無い)

$\vec{p} = n\vec{a}$ + m$\vec{b}$ (※n,mは任意の実数)

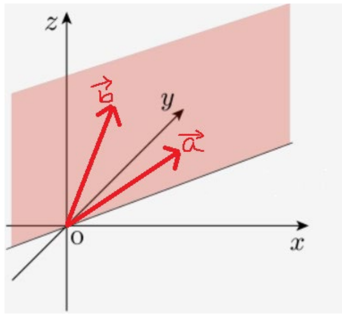


平行でなれば、
平面上のあらゆる　**大きさ・角度・向き**
のベクトルを作成できる。

2.3次元ベクトルによる面の定義

3次元平面上に、$\vec{a}$,$\vec{b}$ があるとする。
すると、その平面上の任意のベクトル$\vec{p}$ は
(ただし、 $\vec{a}$,$\vec{b}$ は平行で無い)

$\vec{p} = n\vec{a}$ + m$\vec{b}$ (※n,mは任意の実数)



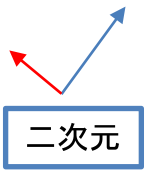
三次元でも、平面上では二次元と同じなので
平面上のあらゆる　**大きさ・角度・向き**
のベクトルを作成できる。

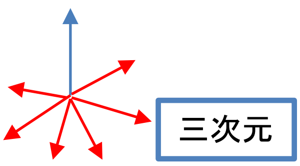
3.法線ベクトル

法線ベクトルとは、
あるベクトルに対して垂直なベクトルである。
内積が0になれば良いので、
あるベクトルを$\vec{a}$,法線ベクトルを$\vec{n}$とすると、

$\vec{a}$ ・$\vec{n}$=0

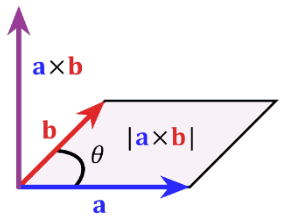
が成り立つベクトルを求めれば、それが法線ベクトルである。
2次元ベクトルだと、法線ベクトルは1方向。
3次元ベクトルだと、無数の方向に存在する。





4.面法線

外積の定義より、
３次元ベクトルの外積を出すと、面の法線ベクトルが求まる事が分かります。



外積で求まるベクトルは、
$\vec{a}$,$\vec{b}$で作られる面の法線

計算上、正規化した外積を法線ベクトルとして扱うのが普通なので、

$$\vec{n} = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

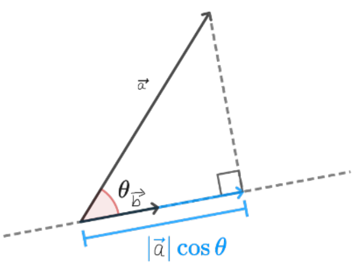
これを面法線と言う。
面法線はその面の正面方向として扱われる。

5.内積の活用法

これまで内積は主になす角を求める際に使用していましたが、内積にはもう一つ重要な性質があります。それが、**投影**です。**射影**とも言います。

$\vec{a}$ ・$\vec{b}$ = $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

であるので、
$|\vec{b}|$or $|\vec{a}|$が1であれば
$\vec{a}$ or $\vec{b}$を$\boldsymbol{b}$ or $\vec{c}$軸上に
変換した長さが獲得できます。



これが投影と呼ばれる物で、
影を落としたように見るのでそう呼ばれます。

投影で得られるのは長さですので、
正規化した軸ベクトルを掛ければ、
投影(射影)ベクトルが求まります。
$\vec{a}$の投影ベクトルを$\vec{h}$とし、
$\vec{b}$を正規化したものを$\vec{B}$とすると

$$\vec{h} = \vec{B}(\vec{B} \cdot \vec{a})$$

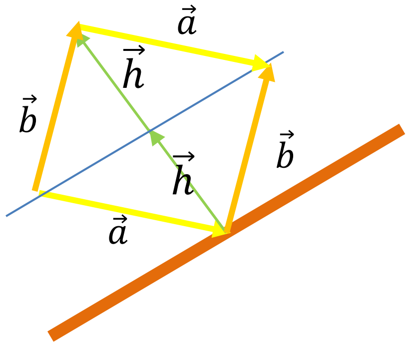
6.面法線と内積による反射の導出

ある面に対しての入射ベクトルを$\vec{a}$
反射ベクトルを$\vec{b}$,面法線を$\vec{n}$とする。
$\vec{a}$から$\vec{n}$への射影ベクトル$\vec{h}$は

$$\vec{h} = \vec{n}\,|\vec{a}|cos\theta$$

反射は右図のようなベクトル経路を取る。
よって、

$$\vec{b} = 2\,\vec{h} + \vec{a}$$



上記のような形で、
面法線と内積で反射ベクトルを求められる。

1

次の外積によって求められる法線ベクトルを答えよ(正規化しなくてよい)。
また、$\vec{a},\vec{b}$において$\vec{b}$方向の射影ベクトル$\vec{h}$を求めよ。
なお、$\vec{a} = (1,2,3), \vec{b} = (-1,2,-3), \vec{c} = (2,4,6)$とする。

$$\vec{a} \times \vec{b},\ \vec{b} \times \vec{c},\ \vec{c} \times \vec{a}$$

2

次の衝突状態の反射について考える。

入射ベクトル$\vec{a} = (1,2,3)$, 反射面上のベクトル $\vec{b} = (2,3,4), \vec{c} = (4,3,2)$とする。

面の法線ベクトル:$\vec{n}$,　$\vec{a}$から$\vec{b}$への射影ベクトル:$\vec{h}$,　反射ベクトル:$\vec{l}$　を求めよ。