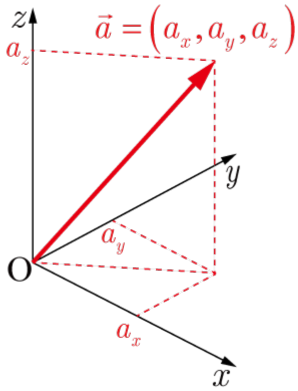
1.空間(３次元)ベクトル

これまでは2次元のベクトルについて考えてきましたが、ベクトルは実際には三次元で使用される事が主になります。
例えば、三次元ベクトル$\vec{a}$を例示すると

$$\vec{a} = (ax, ay, az)$$

となり、
z方向の成分も持つベクトルとなります。



2.３次元ベクトルの計算

$\vec{a} = (ax, ay, az), \vec{b} = (bx, by, bz)$とする。
正規化された単位ベクトルを$\vec{n}$とする。

$$\vec{a} + \vec{b} = (ax + bx, ay + by, az + bz)$$
$$\vec{a} - \vec{b} = (ax - bx, ay - by, az - bz)$$
$$k\,\vec{a} = (k * ax, k * ay, k * az)$$
$$\vec{a}/k = (k * ax, k * ay, k * az)$$
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$
$$\vec{n} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \mathrm{ax} * \mathrm{bx} + \mathrm{ay} * \mathrm{by} + \mathrm{az} * \mathrm{bz}$$

三次元に拡張されただけで、二次元と基本的に同じです。
これ以外でも殆どのベクトルの計算は、
二次元ベクトルの計算に z 成分を追加しただけになります。

手計算での公式の確認などは基本的に二次元でやりましょう。ここでは、３次元によって新たに出現した概念などを扱っていきます。

3.外積

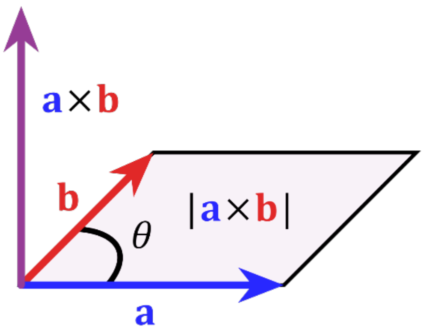
三次元ベクトルには外積という概念が存在します。
$\vec{a} = (ax, ay, az), \vec{b} = (bx, by, bz)$とすると、

外積 = $\vec{a} \times \vec{b}$
　　= **(ay*bz – az*by, az*bx –ax*bz, ax*by – ay*bx)**

これにより何が求まるかというと、

$\vec{a}$と$\vec{b}$の両方に対して垂直なベクトルが求まります。

$\boldsymbol{\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}}$ **かつ** $\boldsymbol{\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{b}}$



また、外積の大きさは
上図のような$\vec{a}$と$\vec{b}$で描かれる**平行四辺形の面積と等しい**という性質があります。
なので、次の性質が成り立ちます。

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| sin\theta$$

・基本問題

$\vec{a}$(1,2,3), $\vec{b}$(3,2,1) とする。

$\vec{a} + \vec{b} =$

$\vec{a} - \vec{b} =$

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$

$|\vec{a}|=$

$\vec{a}$の単位ベクトル=

$\vec{a} \times \vec{b}=$

$\vec{a}, \vec{b}$のなす角をθとした際の

cosθ =

sinθ =

$\vec{a}, \vec{b}$で描かれる平行四辺形の面積

$|\vec{a} \times \vec{b}|=$

1

球Aと球Bの中心の座標を
A(Xa,Ya,Za),B(Xb,Yb,Zb)とする。
半径をrとする。

ＡとＢの最短距離をdとすると、

d = ________________

となり、

d < ________________

のとき、AとBは衝突している。

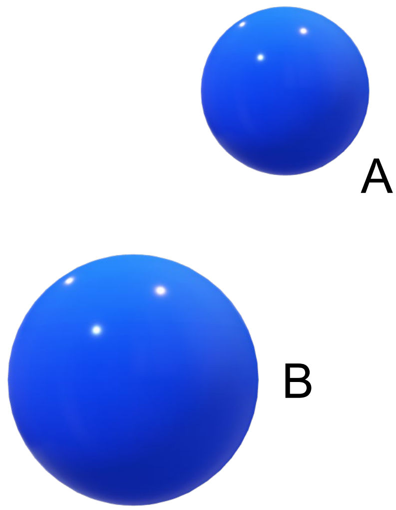
これをベクトルで考えると、

$\overrightarrow{AB}$ =________________

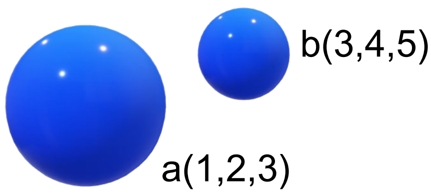
であり、この大きさが距離なので、

| $\overrightarrow{AB}$ | < ________________

のとき、AとBは衝突している。

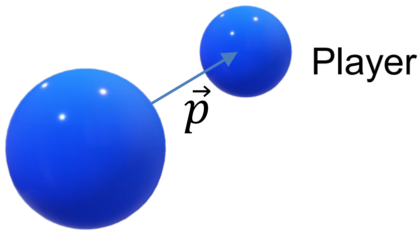


2
右の点について考える。
1. aからbに向かうベクトルを求めよ。

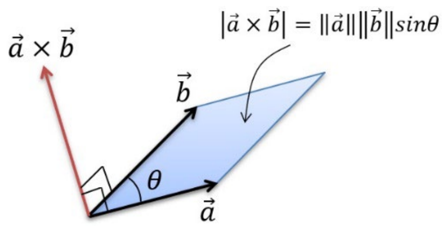


2. $\overrightarrow{ab}$を正規化したものを$\vec{n}$とする。aがその際に$t[/s]$でbたどり着くための速度ベクトルを求めよ。
解答には$|\overrightarrow{ab}|$を使用して良い。

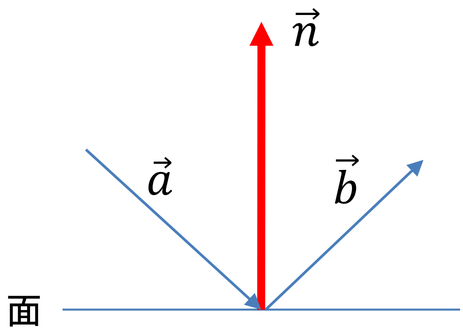
3
あるオブジェクトが、常にプレイヤーを正面にとらえて欲しい。
P(px, py, pz), O(ox, oy, oz) とすると、
右図の$\vec{p}$の式を求めよ。



4
ある面の中に交差するベクトル$\vec{a}, \vec{b}$がある。
$\vec{a}$=(1, 2, 3), $\vec{b}$=(3, 2, 1)
とすると、その面に垂直なベクトルを一つ求めよ。



5
ある面に垂直なベクトルを求めることで、
その面で反射した際の反射ベクトルを求める事が出来る。
垂直なベクトルを$\vec{n}$=(0, 1, 0) とする。
入射ベクトルを$\vec{a} = (1,1,1)$とする。
反射ベクトル$\vec{b}$を求めよ。



面に沿って
真横から見た図