1.ベクトルの内積

ベクトルには**内積と呼ばれる計算がある。**
これは、

$\vec{a}$ ・ $\vec{b}$

という風に書く。
内積の定義は $\vec{a}(1,2), \vec{b}(2,3)$ならば、

$\vec{a}$ ・ $\vec{b}$ = 1*2 +2*3 = 8

となり、これは何を表しているかというと、

$\vec{a}$ ・ $\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

を表している。
(※θは$\vec{a}, \vec{b}$のなす角)

2.内積により何が分かるか？

成分同士の計算で、なす角が求められる。
というのが内積のポイントである。

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$\vec{a}$方向に**進む物体と、**$\vec{\mathbf{b}}$方向に進む物体が**あった**
とき、 $\vec{a}$または$\vec{b}$を**どれだけ回転させれば同じ方向を向くか**、という事が分かる。

また、もし**内積の計算結果が0ならば、**
三角比の性質より、
それはθが90°,もしくは270°のときだけです。

それは即ち、 $\vec{\boldsymbol{a}}$と$\vec{\boldsymbol{b}}$**が垂直である**ことを表します。

３.ベクトルの物理への拡張

物理において速度は向きと量がある数値である。
それは数学上ではベクトルと同じものと言える。
(というより、速度を表すためにベクトルが誕生)

二次元空間において、
1秒間にx方向に1, y方向に2進む物体があるとする。

その物体の速度$\vec{v}$は**ベクトル成分**として

$\vec{v} = (1,2)$[/s]

と表せる。

これは向きと量を持つベクトルである。

４.ベクトルの成分と座標

二次元空間において、
物体の位置もxとyの二要素で表せるので
座標として表せる。

物体の位置を$\vec{p}$とすると、
pの位置がx=3,y=4であったならば、

$p = (3,4)$

と表せる。

見た目が似ているが、これはベクトルでは無い。
座標である。向きがない。
→のある無しで判定する。

5.ベクトルの成分から座標へ

3で示したように、数学上の概念的な話でなければベクトルは通常**何らかの単位時間ごとにどれだけ移動**する。というのを表した物である。
(単位時間は1秒でも,1/60秒でも何でも良い)

そこで、物体の運動を考えたとき、ベクトル成分から物体の座標を計算で出すことができる。
例えば、

ある物体の移動後の位置を: p
移動前の位置を: p0
速度を: $\vec{v}$ 時間を: t

とすると、

$$p = \vec{v}t + p0$$

でt秒後の物体の位置が出せる。

・基本問題

速度$\vec{v} = (1,2)[/s]$,初期位置p0 = (2,3)
経過時間 t = 3[/s] とする。
t秒後の座標p(x座標,y座標)を求めよ。

1

次の問いに答えよ。

(1) 等式 $2(\vec{a}+2\vec{x})-4\vec{a}=5(\vec{x}-3\vec{b})$を満たすベクトル $\vec{x}$ を, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

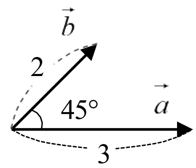
(2) 等式 $\vec{x}+\vec{y}=\vec{a}$, $3\vec{x}+2\vec{y}=\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$, $\vec{y}$ を, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いてそれぞれ表せ。

2

$\vec{a}=(2,\ -4)$, $\vec{b}=(5,\ -3)$のとき, $-3\vec{a}+2\vec{b}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

3

次の内積を求めよ。



(1) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 45°
　のときの，内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$

(2) $\vec{a}=(2,\ -4)$, $\vec{b}=(5,\ 3)$のときの，内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$

4

次の問いに答えよ。

(1) 2 つのベクトル$\vec{a}=(3,\ 7)$, $\vec{b}=(-5,\ -2)$のなす角 θ を求めよ。

(2) $\vec{a}=(2,\ -4)$, $\vec{b}=(5+x,\ 3+x)$が垂直であるとき，x の値を求めよ。

5

$|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $|\vec{a}+2\vec{b}|=7$ のとき, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。ただし，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

6

球Aと球Bの中心の座標を
A(Xa,Ya),B(Xb,Yb)とする。
半径をrとする。

ＡとＢの最短距離をdとすると、

d = ____________________

となり、

d < ____________________

のとき、AとBは衝突している。

これをベクトルで考えると、

$\overrightarrow{AB}$ = ____________________

であり、この大きさが距離なので、

$|\overrightarrow{AB}|$ < ____________________

のとき、AとBは衝突している。