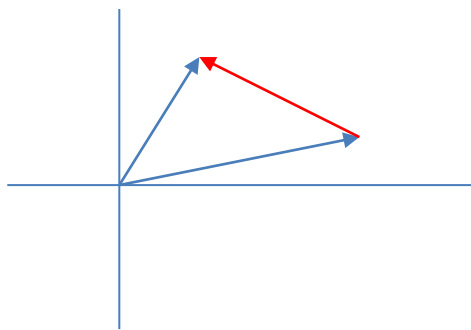


1.2次元ベクトルによる面の定義

2次元平面上に、 \vec{a}, \vec{b} があるとする。
すると、その平面上の任意のベクトル \vec{p} は
(ただし、 \vec{a}, \vec{b} は平行で無い)

$$\vec{p} = n\vec{a} + m\vec{b} \quad (\ast n, m \text{は任意の実数})$$



平行でなれば、
平面上のあらゆる **大きさ・角度・向き**
のベクトルを作成できる。

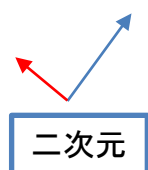
3.法線ベクトル

法線ベクトルとは、
あるベクトルに対して垂直なベクトルである。
内積が0になれば良いので、
あるベクトルを \vec{a} , 法線ベクトルを \vec{n} とすると、

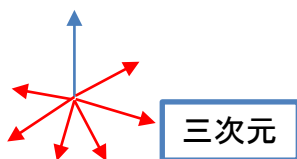
$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$$

が成り立つベクトルを求めれば、それが法線ベクトルである。

2次元ベクトルだと、法線ベクトルは1方向。
3次元ベクトルだと、無数の方向に存在する。



二次元



三次元

5.内積の活用法

これまで内積は主になす角を求める際に使用して
いましたが、内積にはもう一つ重要な性質があり
ます。それが、**投影**です。**射影**とも言います。

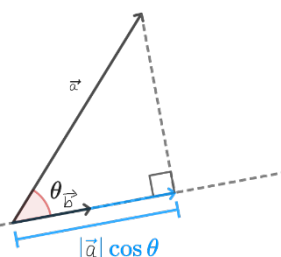
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

であるので、

$|\vec{b}|$ or $|\vec{a}|$ が1であれば

\vec{a} or \vec{b} を \vec{b} or \vec{a} 軸上に

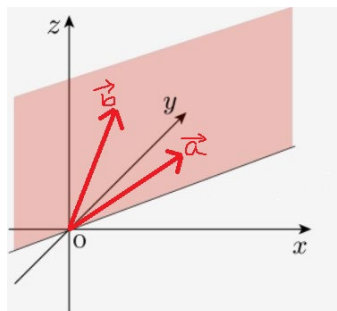
変換した長さが獲得できます。



2.3次元ベクトルによる面の定義

3次元平面上に、 \vec{a}, \vec{b} があるとする。
すると、その平面上の任意のベクトル \vec{p} は
(ただし、 \vec{a}, \vec{b} は平行で無い)

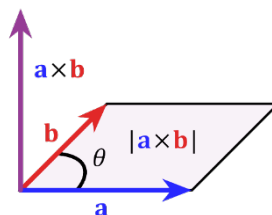
$$\vec{p} = n\vec{a} + m\vec{b} \quad (\ast n, m \text{は任意の実数})$$



3次元でも、平面上では二次元と同じなので
平面上のあらゆる **大きさ・角度・向き**
のベクトルを作成できる。

4.面法線

外積の定義より、
3次元ベクトルの外積を出すと、面の法線
ベクトルが求まる事が分かります。



外積で求まるベクトルは、
 \vec{a}, \vec{b} で作られる面の法線

計算上、正規化した外積を法線ベクトルと
して扱うのが普通なので、

$$\vec{n} = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

これを**面法線**と言う。

面法線はその面の正面方向として扱われる。

これが投影と呼ばれる物で、
影を落としたように見るのでそう呼ば
れます。

投影で得られるのは長さですので、
正規化した軸ベクトルを掛ければ、
投影(射影)ベクトルが求まります。

\vec{a} の投影ベクトルを \vec{h} とし、

\vec{b} を正規化したものを \vec{B} とすると

$$\vec{h} = \vec{B}(\vec{B} \cdot \vec{a})$$

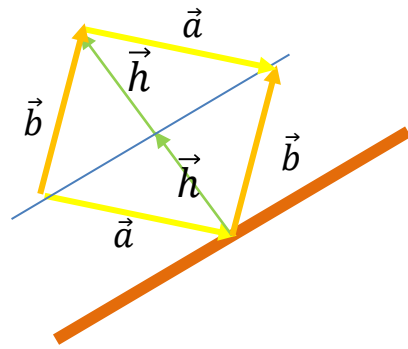
6.面法線と内積による反射の導出

ある面に対しての入射ベクトルを \vec{a}
反射ベクトルを \vec{b} ,面法線を \vec{n} とする。
 \vec{a} から \vec{n} への射影ベクトル \vec{h} は

$$\vec{h} = \vec{n} |\vec{a}| \cos \theta$$

反射は右図のようなベクトル経路を取る。
よって、

$$\vec{b} = 2 \vec{h} + \vec{a}$$



上記のような形で、
面法線と内積で反射ベクトルを求められる。

1

次の外積によって求められる法線ベクトルを答えよ(正規化しなくてよい)。

また、 \vec{a}, \vec{b} において \vec{b} 方向の射影ベクトル \vec{h} を求めよ。

なお、 $\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (-1, 2, -3), \vec{c} = (2, 4, 6)$ とする。

$$\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}$$

2

次の衝突状態の反射について考える。

入射ベクトル $\vec{a} = (1, 2, 3)$, 反射面上のベクトル $\vec{b} = (2, 3, 4), \vec{c} = (4, 3, 2)$ とする。

面の法線ベクトル: \vec{n} , \vec{a} から \vec{b} への射影ベクトル: \vec{h} , 反射ベクトル: \vec{l} を求めよ。

