クォータニオン(四元数)とは？

○3つの虚数(i, j, k)※と実数を用いて4次元の表現ができる複素数のこと。
クォータニオンで4次元の座標を表し、その内３つの座標をそれぞれ
x, y, z座標にあてはめる事で3次元の表現ができる。
→虚数に特殊な関係性を持たせることで回転の表現が可能になる！

※i, j, k以外で表す事も多い。

実数	→w座標 (ふだん別次元に隠してある)
iの係数	→x座標
jの係数	→y座標
kの係数	→z座標

$1 + 2i + 3j + 4k$

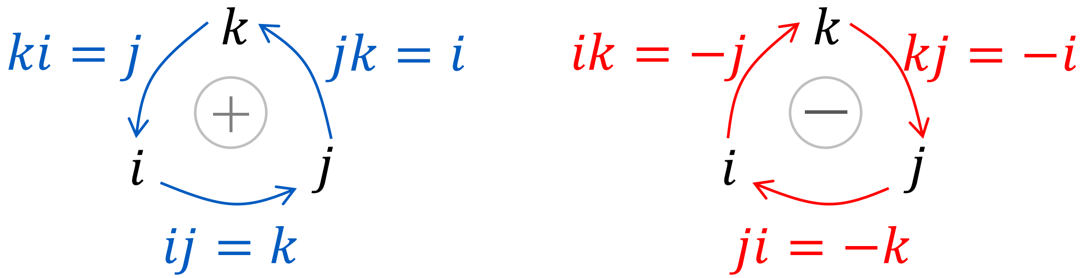
$\begin{array}{cccc} w & x & y & z \\ (1, & 2, & 3, & 4) \end{array}$

＜虚数i, j, kの性質＞

※虚数：本来存在しない性質をもつ数。 ⇔ 対義語：実数(1、-2、0.1、√5…等)
実数と虚数の和を複素数と呼ぶ。

$$i^2 = -1 \qquad j^2 = -1 \qquad k^2 = -1$$

かける順番を入れ替えると
結果が異なる！！



(例)点$(\overset{w}{1},\ \overset{x}{2},\ \overset{y}{3},\ \overset{z}{4})$を、$x$軸($i$)を回転軸として180° 回転

$(1\times\cos 90° + i\times\sin 90°)\times(1+2i+3j+4k)\times(1\times\cos 90° - i\times\sin 90°)$

$= i\times(1+2i+3j+4k)\times(-i)$

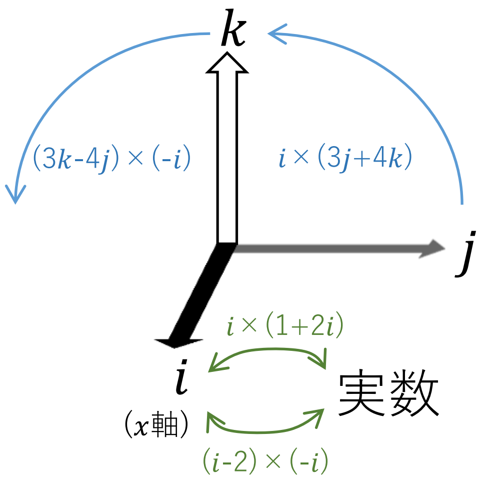
←「$i\times(\cdots$」を計算

$=(i-2+3k-4j)\times(-i)$

←「$\cdots)\times(-i)$」を計算

$=(1+2i-3j-4k)$

90° の回転が2回起こり、
点(1, 2, −3, −4)まで回転した！



【任意の角度θの回転】**結果どうしたらいい？**

回転したい角度をθ、回転軸の虚数を★としたとき

$$\left(\cos\frac{\theta}{2} + ★\times\sin\frac{\theta}{2}\right)\times(\text{クォータニオン})\times\left(\cos\frac{\theta}{2} - ★\times\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

この処理を行う事によって、★以外の成分のみθ回転できる！

※回転の向きが逆だったら、角度をマイナスにしよう。