

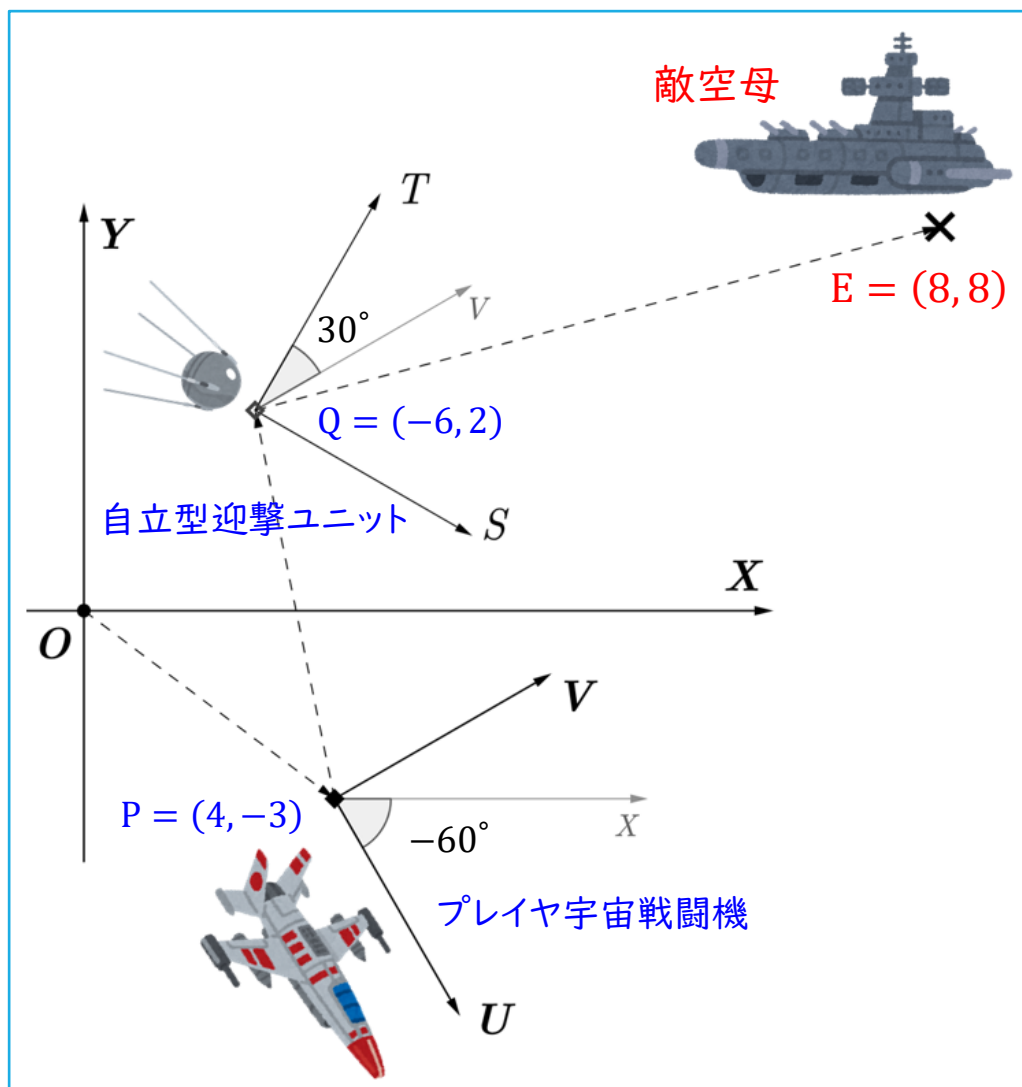
## 《 発展問題 》

### 【状況①】

プレイヤーの宇宙戦闘機がワールド座標系で  $P = (4, -3)$  の位置にあり、ローカル座標系UV を持っている。

### 【状況②】

宇宙戦闘機から射出された自立型迎撃ユニットが UV座標系で  $Q = (-6, 2)$  の位置にあり、ローカル座標系ST を持っている。また、自立型迎撃ユニットは高性能のレーダー機能を持っており、ST座標系で  $E = (8, 8)$  の位置に敵勢力の空母を探知した。



## 【ミッション①】 敵空母のワールド座標を求めよ。

敵空母の位置を作戦本部にワールド座標で報告しなければいけないが、システム不調により自動報告が起動しない。敵空母のワールド座標を同時座標系を使って算出し、作戦本部に報告せよ。ただし、状況①、②で得た座標や座標系情報は参照できるものとする。

## 【解】

$$\text{プレイヤー宇宙戦闘機のモデル } {}^{XY}\mathbf{M}_{UV} = \begin{pmatrix} \cos(-60^\circ) & -\sin(-60^\circ) & 4 \\ \sin(-60^\circ) & \cos(-60^\circ) & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 4 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{自立型迎撃ユニットのモデル } {}^{UV}\mathbf{M}_{ST} = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & -6 \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & -6 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とおけば、ワールド変換行列  ${}^{XY}\mathbf{M}_{ST}$  は

$$\begin{aligned} {}^{XY}\mathbf{M}_{ST} &= {}^{XY}\mathbf{M}_{UV} \cdot {}^{UV}\mathbf{M}_{ST} \\ &= \begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 4 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & -6 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 1+\sqrt{3} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & -2+3\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

よって、ST座標系における敵空母の位置ベクトル  ${}^{ST}\mathbf{en} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ 、

ワールド座標系における敵空母の位置ベクトル  ${}^{XY}\mathbf{en}$  とおけば

$$\begin{aligned} {}^{XY}\mathbf{en} &= {}^{XY}\mathbf{M}_{ST} \cdot {}^{ST}\mathbf{en} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 1+\sqrt{3} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & -2+3\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5+5\sqrt{3} \\ -6+7\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

∴ 敵空母のワールド座標は  $(5+5\sqrt{3}, -6+7\sqrt{3})$

【ミッション②】 敵空母のUV座標系における座標を求めよ。

敵空母のワールド座標を作戦本部に報告後、プレイヤーに敵空母を迎撃するよう命令が下った。迎撃ミサイルへの目標設定は宇宙戦闘機のローカル座標で自動的に設定されるシステムになっている。しかし、現在はシステム不調のため自動補足できない。ミッション①で求めた敵空母のワールド座標をプレイヤーのローカル座標に変換し、迎撃ミサイルのシステムに直接設定せよ。ただし、状況①、②で得た座標や座標系情報は参照できるものとする。

【解】

ミッション①より、ワールド座標系における敵空母の位置ベクトルは  ${}^{XY}\mathbf{en} = \begin{pmatrix} 5 + 5\sqrt{3} \\ -6 + 7\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$  である。

ここで、ワールド座標系からプレイヤー宇宙戦闘機のローカル座標系への変換行列  ${}^{UV}\mathbf{M}_{XY}$  は

$$\begin{aligned} {}^{UV}\mathbf{M}_{XY} &= ({}^{XY}\mathbf{M}_{UV})^{-1} \\ &= \frac{1}{\det {}^{XY}\mathbf{M}_{UV}} \cdot \widetilde{{}^{XY}\mathbf{M}_{UV}} \\ &= \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -(4+3\sqrt{3})/2 & (3-4\sqrt{3})/2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & -(4+3\sqrt{3})/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & (3-4\sqrt{3})/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

よって、プレイヤー宇宙戦闘機のローカル座標系における敵空母の位置ベクトルは  ${}^{UV}\mathbf{en}$  は

$$\begin{aligned} {}^{UV}\mathbf{en} &= {}^{UV}\mathbf{M}_{XY} \cdot {}^{XY}\mathbf{en} \\ &= \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & -(4+3\sqrt{3})/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & (3-4\sqrt{3})/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 + 5\sqrt{3} \\ -6 + 7\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -10 + 4\sqrt{3} \\ 6 + 4\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

∴ プレイヤー宇宙戦闘機のローカル座標系における敵空母の座標は  $(-10 + 4\sqrt{3}, 6 + 4\sqrt{3})$