ベクトル③　～外積～

**■ベクトルの外積***（cross product、　vector product）*

２つのベクトル　　の外積はつぎのように定義される。

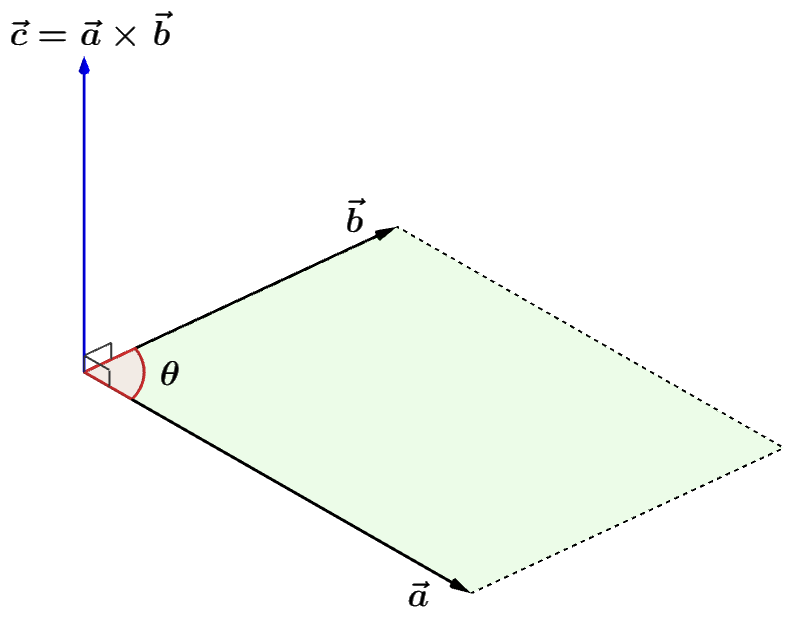
ベクトル と の外積を としたときの成分表示は

となる。また、次のような性質がある。

性質①　　外積 は と にそれぞれ直交するベクトルである

性質②　　外積 の向きは、右手系では右ねじの進む方向、左手系では左ねじの進む方向となる

性質③　　外積 の大きさ（長さ）は、 と が作る平行四辺形の面積に等しい



**右手系の例**

とにそれぞれ直交

の向きは右ネジが進む方向

※左手系の場合は左ネジ

の大きさ（長さ）は **と が**

**作る平行四辺形の面積の値に等しい**

ゲームにおける外積の用途

・カメラやキャラクタの姿勢制御

・当たり判定の計算

・２次元の領域判定

・ジオメトリシェーダにおけるポリゴン頂点の法線計算

練習問題

1. の外積 を求めてください。
2. の外積 を求めてください。

グループワーク：　プリント１ページにある外積の性質①を証明せよ

ヒント：直交するベクトル同士の内積は？ …　内積：

２つのベクトル　　と表す。  
定義より

**（ア）**

直交するベクトルの内積は　　　　　　　　　　　　　であるから

**（イ）**

**（ア）**

**（イ）**

**（ア）**

**（イ）**

（以下、計算）

**（ア）**

**（イ）**

（以下、計算）

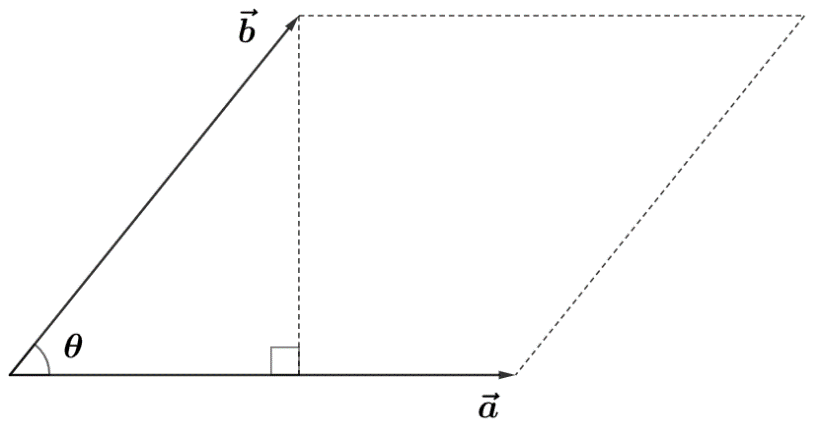
**（ア）**

証明以上。

グループワーク：　プリント１ページにある外積の性質③を証明せよ

ヒント：　平行四辺形の面積の公式。　三角関数、内積の定義

２つのベクトル　　が成す角θの平行四辺形を考える。



**（ウ）**

ベクトル 、**の**大きさ（長さ）をそれぞれ 、 とすると、

その平行四辺形の面積**S**は「底辺ｘ高さ」の公式より

**（ウ）**

両辺を２乗すると

**ヒント：** を に変形

また、内積の定義より

**（エ）**

**（オ）**

**（カ）**

となる。

の右辺を 成分表示で計算すると

また、外積の定義より

**（ケ）**

**（ク）**

**（キ）**

**、** とおけば

**（ケ）**

**（ク）**

**（キ）**

**（ス）**

**（シ）**

**（サ）**

**（コ）**

に代入すると

となり、すなわち

**（ス）**

よってから

　　証明以上。