

برای محاسبه معادله شارژ خازن که یک معادله دیفرانسیل درجه اول است از الگوریتم اویلر استفاده کردیم:

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V \rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{Q}{RC} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{اویلر}} Q_{n+1} = Q_n + \frac{dQ_n}{dt} h = Q_n + \left(\frac{V}{R} - \frac{Q_n}{RC} \right) h$$

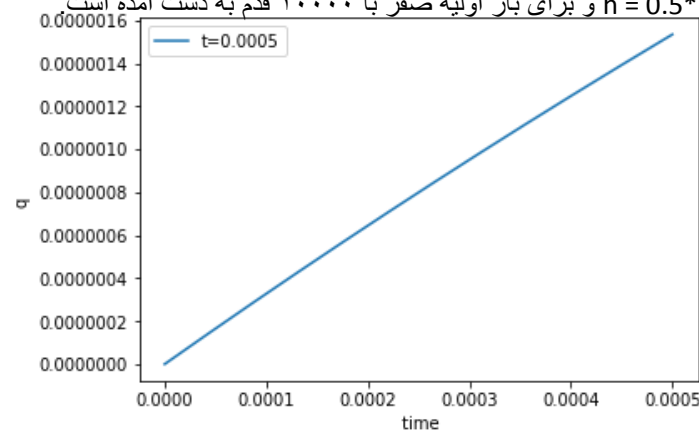
$$\otimes (1) \rightarrow \int_0^Q \frac{dQ}{\frac{V}{R} - \frac{Q}{RC}} = \int_0^t dt \rightarrow (RC) \ln \left(\frac{\frac{V}{R} - \frac{Q}{RC}}{\frac{V}{R} - \frac{Q_0}{RC}} \right) = t$$

$$\rightarrow \frac{V}{R} - \frac{Q}{RC} = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow Q_f = VC - VC e^{-\frac{t}{RC}}$$

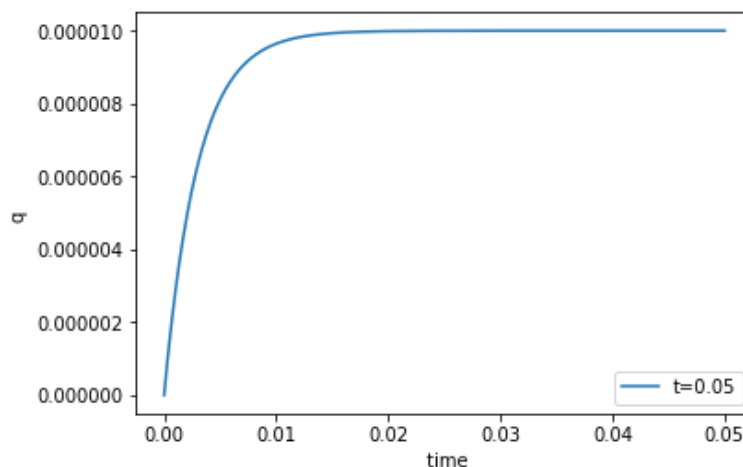
$$t = 0.5 \text{ ms} \rightarrow Q_f = 10^{-5} \left(1 - e^{-\frac{0.5}{3}} \right) = 0.153 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$t = 0.5 \text{ ns} \rightarrow Q_f = 0.166 \times 10^{-9} \text{ C}$$

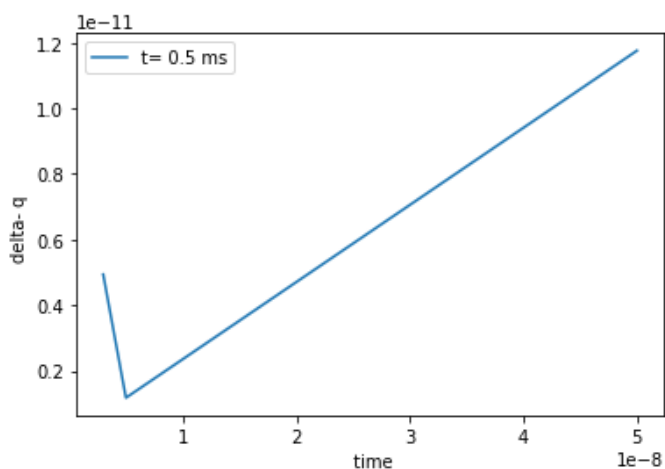
و نمودار زیر برای $h = 0.5 \times 10^{-7}$ و برای بار اولیه صفر با ۱۰۰۰۰ قدم به دست آمده است



برای مشاهده دقیق تر رفتار کلی نمودار را تا زمان 0.05 رسم کردم:




با توجه به نمودار میزان خطا از مقدار واقعی بر حسب h های مختلف به نمودار زیر رسیدیم که نشان میدهد برای h های کوچا الگوریتم بد رفتار میکند و خطا زیادی میدهد.



برای بررسی پایداری الگوریتم زیر برای شارژ و دشارژ خازن با استفاده از دو مقدار اولیه اوپلر به نتیجه زیر رسیدیم :

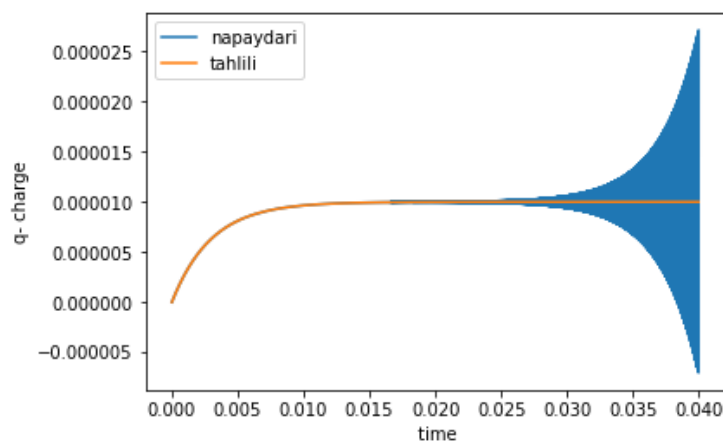
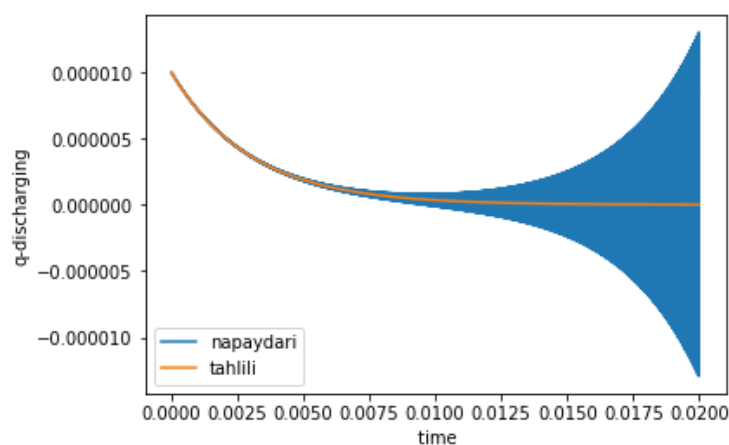
$$y_{n+1} = y_{n-1} + 2hy'_n$$



$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \rightarrow \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}$$

$$\rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dQ}{Q} = \int_0^t \frac{dt}{RC} \rightarrow \boxed{q = q_0 e^{-t/RC}}$$

حل معادلات برای دشارژ:



این نمودار ها نشان دهنده آن است که الگوریتم برای زمان های بزرگ پایدار نیست و خطا شروع به رشد میکند