BÖLÜM 3

ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

3.1. ELEKTRİKSEL POTANSİYEL VE POTANSİYEL FARKI

Bir **E** elektrostatik alanı içine bir q_0 yükü konulduğunda, bu deneme yükü üzerine etkiyen korunumlu elektriksel kuvvet $q_0\mathbf{E}$'dir. Sonsuz küçük bir d**s** yerdeğiştirmesi için, deneme yükü üzerine $q_0\mathbf{E}$ elektriksel kuvveti tarafından yapılan iş

$$dW = \mathbf{F}.d\mathbf{s} = q_0\mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

olur. Korunumlu kuvvet tarafından yapılan iş potansiyel enerjideki dU değişiminin negatifine eşittir:

$$dU = -\ q_0\mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

Deneme yükünün A ve B noktaları arasında yerdeğiştirmesi halinde potansiyel enerji değişimi

$$\Delta U = U_B - U_A = -\,q_0\int_A^B \mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

ile verilir. $q_0\mathbf{E}$ kuvveti korunumlu olduğundan, bu integral A ve B noktaları arasında alınan yola bağlı değildir.

A ve B noktaları arasındaki V_B-V_A potansiyel farkı, potansiyel enerji değişiminin q_0 deneme yüküne bölümü olarak tanımlanır:

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

Potansiyel enerji skaler bir büyüklük olduğundan elektriksel potansiyelde skalerdir. $V_B - V_A$ potansiyel farkı, kinetik enerjide bir değişme olmaksızın bir deneme yükünü bir dış etken tarafından A'dan B'ye götürmek için birim yük başına yapılması gereken işe eşittir.

Elektrik alanı oluşturan yüklerden sonsuz uzaklıktaki bir noktanın potansiyelini sıfır alırsak ($V_A = 0$) herhangi bir P noktasındaki potansiyel

$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

olur. Potansiyel farkı, birim yük başına enerji olduğundan SI'daki birimi Coulomb başına Joule olarak adlandırılan Volt (V)'dur.

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$$

Yani, 1 V'luk potansiyel farkı boyunca 1 C'luk yükü götürmek için yapılması gereken iş 1 J'dur. Ayrıca potansiyel farkı elektrik alanla uzaklık birimlerinin çarpımına eşittir.

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}}.\text{m}$$

1 V büyüklüğündeki potansiyel farkı boyunca hareket eden bir elektronun kazandığı enerji 1 elektronvolt olarak adlandırılır.

$$1 \text{ eV} = 1{,}6.10^{-19} \text{ C.V} = 1{,}6.10^{-19} \text{ J}$$

Örnek: Durgun halden harekete başlayacak bir elektronu ışık hızının %40'ına hızlandırmak için ne kadarlık bir potansiyel farkına ihtiyaç vardır?

$m_e = 9{,}11.10^{-31}$ kg $e = 1{,}6.10^{-19}$ C $c = 3.10^{8}$ m/s

Çözüm:

$v_0 = 0$ $v = 0{,}4.c = 1{,}2.10^{8}$ m/s

$$\Delta K = \Delta U$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

$$\frac{1}{2}9{,}11.10^{-31}.(1{,}2.10^{8})^2 = 1{,}6.10^{-19}\Delta V$$

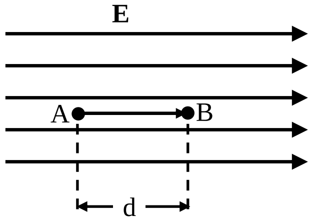
$$\Delta V = 4{,}1.10^{4} \text{ V}$$

3.2. DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANINDAKİ POTANSİYEL FARKLARI

Şekildeki gibi x ekseni boyunca yönelmiş düzgün bir elektrik alanında, elektrik alan çizgilerine paralel, d uzaklığı ile birbirinden ayrılmış olan A ve B gibi iki nokta arasındaki potansiyel fark

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.\mathbf{ds} = -\int_A^B E ds \cos 0$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B E ds$$



olur. E sabit olduğundan

$$\Delta V = V_B - V_A = -E\int_A^B ds = -Ed$$

Şekil 2. 1. E düzgün elektrik alanı içinde yüklü bir parçacığın A'dan B'ye hareketi.

elde edilir. Bu ifadedeki – işareti, B noktasının A noktasından daha düşük potansiyelde olmasından kaynaklanır ($V_B<V_A$).

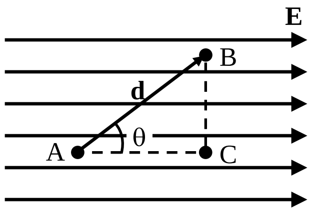
q_0 deneme yükü A'dan B'ye gittiğinden potansiyel enerjisindeki değişme

$$\Delta U = q_0\Delta V = -q_0 Ed$$

olur. Eğer q_0 pozitifse ΔU negatif olmaktadır. Bu, bir pozitif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kaybeder anlamındadır. Kaybettiği potansiyel enerji kadar q_0E elektriksel kuvvetinden kaynaklanan kinetik enerji kazanır.

Öte yandan, q_0 negatifse ΔU pozitif olur. Yani, potansiyel enerji kazanır. O halde, bir negatif yük E elektrik alanı içinde durgun halden serbest bırakılırsa elektrik alana zıt doğrultuda ivmelenir.

Şekildeki durumda, A ve B noktaları arasındaki yerdeğiştirme vektörü d ile gösterilirse potansiyel fark



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.\mathbf{ds} = -\mathbf{E}\int_A^B \mathbf{ds}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\mathbf{E}.\mathbf{d} = -Ed\cos\theta$$

Şekil 3.2. Elektrik alanında B noktası A noktasından daha düşük, B ve C noktaları aynı potansiyeldedir.

olur.

Potansiyel enerjideki değişim ise

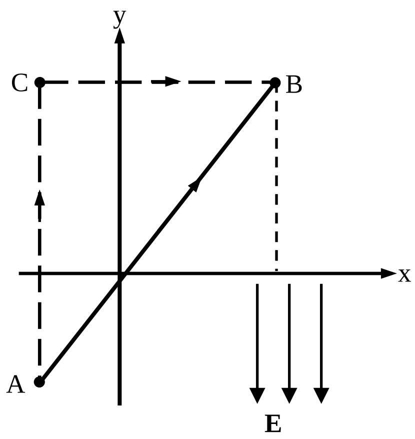
$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \mathbf{E}.\mathbf{d}$

ile verilir.

Sonuç olarak, düzgün bir elektrik alana dik olan düzlem üzerindeki tüm noktalarda potansiyel aynıdır. Bu durum, V_B-V_A'nın V_C-V_A'ya eşit olmasından kolayca görülür. O halde $V_B = V_C$'dir. Böyle aynı potansiyele sahip olan noktaların oluşturduğu herhangi bir yüzeye eş potansiyel yüzey denir.

Örnek: Şekildeki düzgün elektrik alan negatif y ekseni doğrultusunda ve 325 V/m şiddetindedir. A noktasının koordinatları (-0,2;-0,3) m ve B noktasının koordinatları (0,4;0,5) m'dir. Kesikli çizgileri kullanarak V_B-V_A potansiyelini hesaplayınız.

Çözüm:



$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.\mathbf{ds}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^C \mathbf{E}.\mathbf{ds} - \int_C^B \mathbf{E}.\mathbf{ds}$$

$$V_B - V_A = -\int_{-0,3}^{0,5} \mathrm{Edy}\cos 180 - \int_{-0,2}^{0,4} \mathrm{Edx}\cos 90$$

$$V_B - V_A = \int_{-0,3}^{0,5} \mathrm{Edy} = \mathrm{E.y}\Big|_{-0,3}^{0,5}$$

$$V_B - V_A = 325.0,8$$

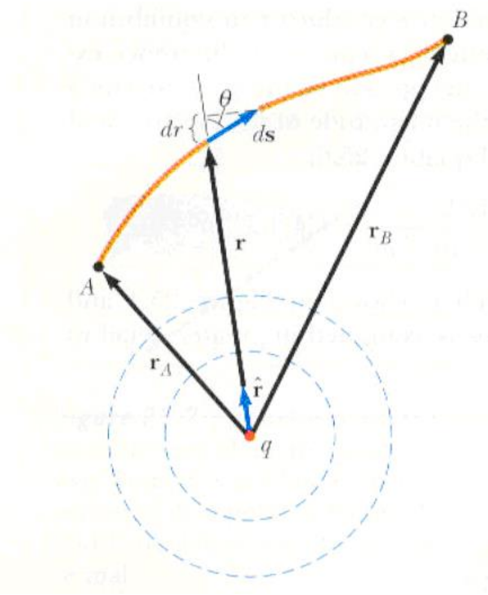
$$V_B - V_A = 260\ \mathrm{V}$$

3.3. ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ve NOKTASAL YÜKLERİN OLUŞTURDUĞU POTANSİYEL ENERJİ

Şekildeki gibi yalıtılmış pozitif bir noktasal q yükü, bulunduğu yerden dışarı doğru ışınsal olarak bir elektriksel alan meydana getirir. Yükten r uzaklıkta bir noktada elektriksel potansiyel farkını bulmak için

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.\mathbf{ds}$$

ile işe başlarız. Noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanı $\mathbf{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$ ile verilir.



Şekil 3.3. Bir q nokta yükünden kaynaklanan A ve B noktaları arasındaki potansiyel fark.

$$\mathbf{E}.\mathbf{ds} = \frac{kq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{ds}$$

$$\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{ds} = |\hat{r}|.|ds|.\cos\theta \qquad \cos\theta = \frac{dr}{ds} \qquad \Rightarrow \qquad dr = ds\cos\theta$$

$$\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{ds} = ds\cos\theta = dr$$

$$\mathbf{E}.\mathbf{ds} = \frac{kq}{r^2}dr$$

$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} k\frac{q}{r^2}dr = -kq\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = kq\left(\frac{1}{r}\Bigg|_{r_A}^{r_B}\right)$$

$$V_B - V_A = kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Görüldüğü gibi integral A ve B noktaları arasındaki yoldan bağımsızdır. Ayrıca A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkı yalnızca r_A ve r_B koordinatlarına bağlıdır. $r_A=\infty$'da referans potansiyelini sıfır seçersek, bir noktasal yükün kendinden herhangi bir r uzaklığında oluşturduğu potansiyeli $V = k\frac{q}{r}$ olarak buluruz. Buradan, r yarıçaplı bir küre yüzeyi üzerinde V potansiyelinin sabit olduğunu söyleyebiliriz.

İki veya daha fazla yükün bir P noktasında oluşturduğu toplam potansiyel, her bir yükün bu noktada oluşturduğu potansiyellerin toplamıdır:

$$V = k\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Bir P noktasında, q_1 yükü nedeniyle oluşan potansiyel V_1 ise, ikinci bir q_2 yükünü sonsuzdan P noktasına ivmelendirmeden getirmek için yapılması gereken iş q_2V_1 ile verilir. Parçacıklar arasındaki uzaklık r_{12} iken, bu iş sitemin potansiyel enerjisine eşittir.

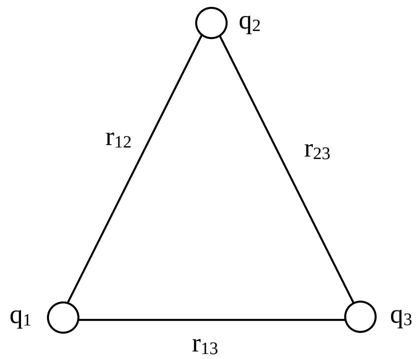
$$U = q_2 V_1 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Yükler aynı işaretli ise U pozitiftir. O halde iki yükten birini diğerinin yanına getirmek için sistem üzerinde pozitif bir iş yapılmalıdır. Aksine yükler zıt işaretli ise, kuvvet çekici U negatif olur. Yani farklı işaretli yükleri birbirine yaklaştırmak için negatif iş yapmak gerekir.

Sistemde ikiden fazla yük varsa toplam potansiyel enerji, her bir yük çifti için U'nun ayrı ayrı hesaplanması ve sonuçların cebirsel olarak toplanmasıyla bulunur. Örneğin üç yük için

$$U = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

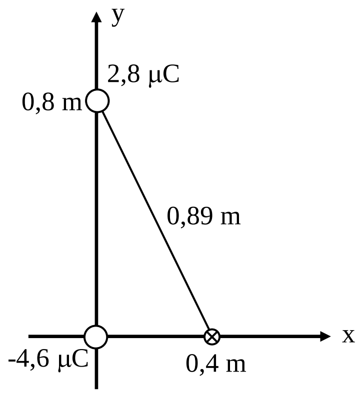
olur.



Şekil 3.4. Üç noktasal yük sisteminin potansiyel enerjisi

Örnek: 2,8 μC'luk bir yük, y ekseni üzerinde y = 0,8 m'de ve -4,6 μC'luk bir yükte orijinde bulunmaktadır. (0,4;0) m noktasında net elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

Çözüm:



$$V = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$$

$$V = 9.10^9\left(\frac{2{,}8.10^{-6}}{0{,}89} + \frac{-4{,}6.10^{-6}}{0{,}4}\right)$$

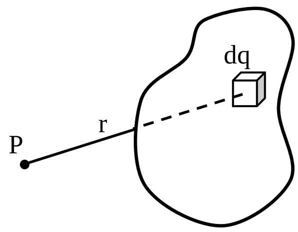
$$V = 9.10^9\left(3{,}15.10^{-6} - 11{,}5.10^{-6}\right)$$

$$V = -7{,}5.10^4\ \text{V}$$

3.4. SÜREKİ YÜK DAĞILIMININ OLUŞTURDUĞU ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Sürekli yük dağılımının oluşturduğu elektriksel potansiyel iki yolla bulunabilir:

1. Yük dağılımı biliniyorsa, çok küçük bir dq yük elemanının oluşturduğu potansiyel bir noktasal yük gibidir. Bunun bir P noktasında oluşturduğu dV potansiyeli



Şekil 3.5. Sürekli yük dağılımının bir P noktasında oluşturduğu elektriksel potansiyel.

$$dV = k\frac{dq}{r}$$

ile verilir. P noktasındaki toplam potansiyel ise, yük dağılımının bütün elemanlarının katkısının içermesi için integral alarak bulunur.

$$V = k\int \frac{dq}{r}$$

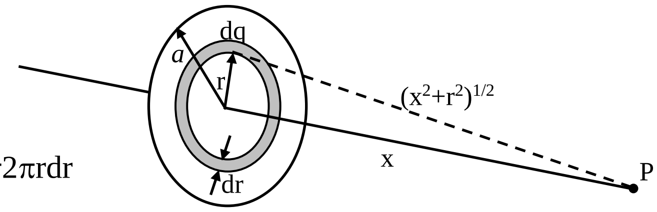
2. Yük dağılımı yüksek bir simetriye sahipse, önce verilen bir noktadaki E elektrik alanını Gauss yasası yardımıyla hesaplarız. Sonra bu elektrik alan değerini

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.\mathbf{ds}$$

ifadesinde yerine yazarak iki nokta arasındaki potansiyel farkı buluruz. Bundan sonra herhangi bir uygun noktada V'yi sıfır alırız.

Örnek (1.yol): Birim yüzeyindeki yük yoğunluğu σ, yarıçapı *a* olan düzgün yüklenmiş bir diskin ekseni boyunca elektriksel potansiyeli bulunuz.

Çözüm:



$$dV = k\frac{dq}{(x^2+r^2)^{1/2}}$$

$dA = 2\pi r dr$ $\qquad$ $dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$

$$V = \int_0^a k\frac{\sigma 2\pi r dr}{(x^2+r^2)^{1/2}}$$

$$V = k\sigma\pi\int_0^a \frac{2rdr}{(x^2+r^2)^{1/2}} \qquad x^2+r^2 = u \qquad 2rdr = du$$

$$V = k\sigma\pi\int_0^a \frac{du}{u^{1/2}}$$

$$V = k\sigma\pi\left(2u^{1/2}\Big|_0^a\right) = 2k\sigma\pi\left(\left(x^2+r^2\right)^{1/2}\Big|_0^a\right)$$

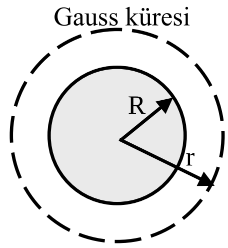
$$V = 2\pi k\sigma\left(\left(x^2+a^2\right)^{1/2} - x\right)$$

Örnek (2.yol): Düzgün dağılmış pozitif yük yoğunluğuna sahip toplam yükü Q olan R yarıçaplı izole edilmiş bir kürenin

a) r = ∞'da potansiyeli sıfır alarak dışındaki bir noktada, yani r>R'de

b) içindeki bir noktada, yani r<R'de elektriksel potansiyelini bulunuz.

Çözüm:

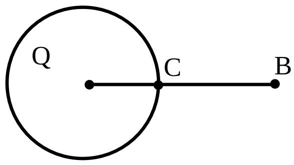


a) $\Phi_C = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{A} = \oint EdA = \dfrac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

Gauss yüzeyi olarak kürenin yüzeyini seçersek $\int dA = 4\pi r^2$ olur.

$$E\oint dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

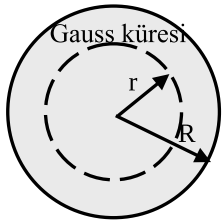
$$E = k\frac{Q}{r^2}$$



$$V_B = -\int_\infty^r E_r dr = -kQ\int_\infty^r \frac{dr}{r^2} = kQ\left(\frac{1}{r}\Big|_\infty^r\right)$$

$$V_B = k\frac{Q}{r} \qquad \text{(r>R için)}$$

$$V_C = k\frac{Q}{R} \qquad \text{(r=R için)}$$



b) $\Phi_C = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{A} = \oint EdA = \dfrac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$q_{iç} = \rho V' = \rho(\frac{4}{3}\pi r^3)$

$$E\oint dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad E.4\pi r^2 = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{3}\frac{\rho r}{\varepsilon_0} \qquad\qquad \rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$E = k\frac{Qr}{R^3}$$

$$V_D - V_C = -\int_R^r E_r dr = -\frac{kQ}{R^3}\int_R^r r dr = -\frac{kQ}{R^3}\left(\left.\frac{r^2}{2}\right|_R^r\right)$$

$$V_D - V_C = \frac{kQ}{2R^3}\left(R^2 - r^2\right)$$

$$V_D - V_C = \frac{kQ}{2R} - \frac{kQr^2}{2R^3}$$

$$V_C = k\frac{Q}{R}$$

$$V_D = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{2R} - \frac{kQr^2}{2R^3}$$

$$V_D = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad (r<R \text{ için})$$

3.5. ELEKTRİKSEL POTANSİYELDEN E'NİN ELDE EDİLMESİ

Aralarında d**s** uzaklığı ulunan iki nokta arasındaki potansiyel farkı

$$dV = -\mathbf{E}.d\mathbf{s}$$

ile verilir. Eğer elektrik alanın sadece E_x bileşeni varsa $\mathbf{E}.d\mathbf{s} = E_x dx$ olur.

$$dV = -E_x dx \qquad \Rightarrow \qquad E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Yani, elektrik alan bir koordinata göre potansiyelin türevinin negatifine eşittir.

Yük dağılımı küresel simetriye sahipse, yani yük yoğunluğu yalnızca çapsal r uzaklığına bağlı ise $\mathbf{E}.d\mathbf{s} = E_r dr$ olur.

$$dV = -E_r dr \qquad \Rightarrow \qquad E_r = -\frac{dV}{dr}$$

Bu durumda V, yalnızca r'nin fonksiyonudur. Bu da eşpotansiyel yüzeylerin elektrik alan çizgilerine dik olduğu fikri ile uyumludur.

Genel olarak elektriksel potansiyel V(x,y,z) şeklinde üç koordinatın fonksiyonu olduğundan E_x, E_y, E_z elektrik alan bileşenleri

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Olur. Vektörel olarak bu ifade

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

ile gösterilir.

Örnek: Uzayın belirli bir bölgesindeki elektriksel potansiyel $V = 3x^2y - 4xz - 5y^2$ V olarak veriliyor. Bütün uzaklıkları metre alarak (1,0,2) noktasındaki

a) elektriksel potansiyeli

b) elektrik alanın bileşenlerini bulunuz.

Çözüm:

a) $V = 3x^2y - 4xz - 5y^2$ V (1,0,2) m

$V = 3.1.0 - 4.1.2 - 5.0$ V

$V = -8$ V

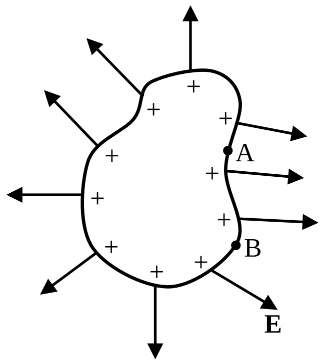
b) $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6xy + 4z = -6.1.0 + 4.2 = 8$ V/m

$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -3x^2 + 10y = -3.1 + 10.0 = -3$ V/m

$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 4x = 4.1 = 4$ V/m

3.6. YÜKLÜ BİR İLETKENİN POTANSİYELİ

Yüklü bir iletkenin yüzeyi üzerinde A ve B noktalarını birleştiren yol boyunca **E** her zaman d**s** yerdeğiştirmesine diktir. Dolayısıyla **E**.d**s** = 0 olur. O halde A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkı sıfırdır.



Şekil 3.6. Rasgele biçimde pozitif yüklü bir iletken

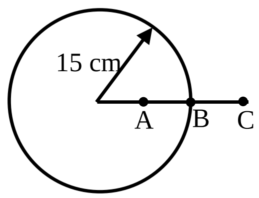
$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}.d\mathbf{s} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_B = V_A$$

Buna göre, denge durumunda yüklü bir iletkenin yüzeyinin her yerinde V potansiyeli sabittir. Yani, denge durumundaki herhangi bir yüklü iletkenin yüzeyi, eşpotansiyel yüzeydir. Ayrıca, iletkenin içindeki elektrik alan sıfır olduğundan iletkenin içindeki her yerde potansiyel sabit ve yüzeydeki değerine eşittir.

Örnek: Küresel bir iletkenin yarıçapı 15 cm ve üzerindeki yük 26 μC'dur. Bu iletkenin merkezinden

a) 10 cm, **b)** 20 cm,

c) 15 cm uzaklıklarda elektriksel potansiyeli ve elektrik alanını bulunuz.



Çözüm:

a) $V_A = k\dfrac{q}{r} = 9.10^9 \dfrac{26.10^{-6}}{0,15} = 1,56.10^6$ V

$E_A = 0$ V/m

b) $V_C = k\dfrac{q}{r} = 9.10^9 \dfrac{26.10^{-6}}{0,2} = 1,17.10^6$ V

$E_A = k\dfrac{q}{r^2} = 9.10^9 \dfrac{26.10^{-6}}{(0,2)^2} = 5,85.10^6$ V/m

c) $V_B = k\dfrac{q}{r} = 9.10^9 \dfrac{26.10^{-6}}{0,15} = 1,56.10^6$ V

$E_B = k\dfrac{q}{r^2} = 9.10^9 \dfrac{26.10^{-6}}{(0,15)^2} = 10,4.10^6$ V/m

Problemler

1. 4,2.10^5 m/s'lik bir ilk hızı olan elektronu durdurmak için ne kadarlık bir potansiyel farkı gerekir?

Çözüm:

$\Delta K = q\Delta V$

$-\frac{1}{2}mv_0^2 = q\Delta V \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\dfrac{mv_0^2}{2q}$

$$\Delta V = -\frac{9{,}11.10^{-31}.\left(4{,}2.10^5\right)^2}{2.1{,}6.10^{-19}}$$

$\Delta V = -0{,}502$

2. Bir proton düzgün bir elektrik alan bölgesinde hareket ediyor. Proton, elektrik alan yönüne paralel 2 cm'lik bir yerdeğiştirme yaptığında, 5.10^{-18} J'luk kinetik enerji artışına sahip oluyor. Elektrik alan şiddeti ne kadardır?

Çözüm:

$\Delta K = q\Delta V$

$\Delta K = qEd \quad \Rightarrow \quad E = \dfrac{\Delta K}{qd}$

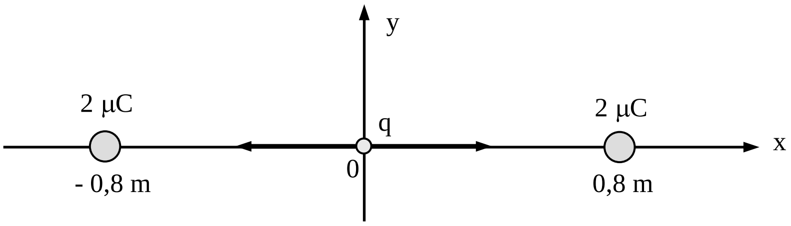
$$E = \frac{5.10^{-18}}{1{,}6.10^{-19}.0{,}02}$$

$E = 1{,}56.10^3$ N/C

3. Şekildeki gibi iki tane 2 μC'luk yük ve orijinde q = $1{,}28.10^{-18}$ C'luk pozitif bir deneme yükü veriliyor.

a) İki tane 2 μC'luk yükün q yükü üzerine uyguladığı net kuvvet nedir?

b) İki tane 2 μC'luk yükün orijinde oluşturduğu V potansiyeli ne kadardır?

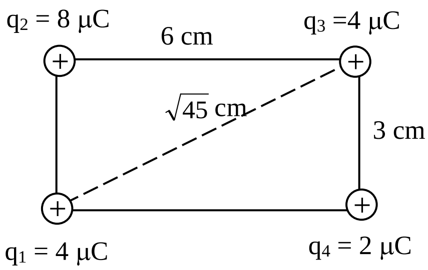


Çözüm:

a) Yükler eşit ve simetrik olduğundan ΣF = 0 olur.

b) $V = k\frac{q}{r} + k\frac{q}{r} = 2k\frac{q}{r} = 2.9.10^{9}\,\frac{2.10^{-6}}{0{,}8} = 4{,}5.10^{3}\ \text{V}$

4. Dört tane yük şekildeki gibi bir dikdörtgenin köşelerine yerleştirilmiştir. İki tane 4 μC'luk yükü yerlerinden ayırarak sonsuza götürmek için ne kadarlık bir enerji harcanır?



Çözüm:

4 μC'luk yükün birini sonsuza götürmek için ΔU_1:

$$\Delta U_1 = k\frac{q_1q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1q_3}{r_{13}} + k\frac{q_1q_4}{r_{14}}$$

$$\Delta U_1 = 9.10^{9}\left(\frac{4.8.10^{-12}}{0{,}03} + \frac{4.4.10^{-12}}{\sqrt{45}.10^{-2}} + \frac{4.2.10^{-12}}{0{,}06}\right)$$

ΔU_1 = 12,95 J

4 μC'luk yükün diğerini sonsuza götürmek için ΔU_2:

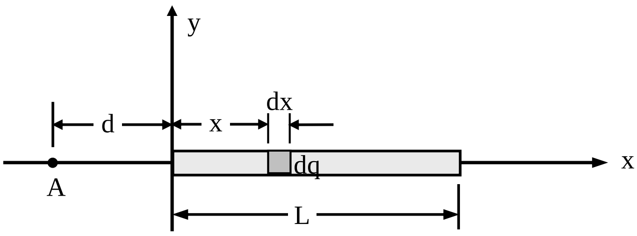
$$\Delta U_2 = k\frac{q_3q_4}{r_{34}} + k\frac{q_3q_2}{r_{32}}$$

$$\Delta U_2 = 9.10^{9}\left(\frac{4.2.10^{-12}}{0{,}03} + \frac{4.8.10^{-12}}{0{,}06}\right)$$

ΔU_2 = 7,2 J

$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$ = 20,15 J

5. Sol ucu orijinde olan x ekseni boyunca uzanmış L uzunluklu bir çubuğun üzerinde düzgün olmayan $\lambda = \alpha x$ yük yoğunluğu bulunmaktadır. Çubuğun sol ucundan d uzaklıktaki bir A noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.



Çözüm:

$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{\lambda dx}{r}$$

$$V = k\int_0^L \frac{\alpha x dx}{d+x}$$

$$V = k\alpha\int_0^L \frac{x dx}{d+x} \qquad d + x = u \quad \Rightarrow \quad x = u - d \quad \Rightarrow \quad dx = du$$

$$V = k\alpha\int_0^L \frac{u - d}{u} du = k\alpha\left(\int_0^L du - d\int_0^L \frac{du}{u}\right)$$

$$V = k\alpha\left(u\Big|_0^L - d\left(\ln u\Big|_0^L\right)\right)$$

$$V = k\alpha\left((d+x)\Big|_0^L - d\left(\ln(d+x)\Big|_0^L\right)\right)$$

$$V = k\alpha\left((d+L-d) - d(\ln(d+L) - \ln d)\right)$$

$$V = k\alpha\left(L - d\left(\ln\frac{d+L}{L}\right)\right)$$

6. R yarıçaplı düzgün yüklü yalıtkanın içindeki elektriksel potansiyel $V = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, dışındaki potansiyel $V = \frac{kQ}{r}$ ifadeleriyle veriliyor. Kürenin içinde ve dışında elektrik alan ifadelerini bulunuz.

Çözüm:

Kürenin içinde; $\quad V = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad E_r = -\frac{dV}{dr} = \frac{kQr}{R^3}$

Kürenin dışında; $\quad V = \frac{kQ}{r} \qquad E_r = -\frac{dV}{dr} = \frac{kQ}{r^2}$

7. Yarıçapı 0,25 m olan içi dolu bir kürenin merkezinden 0,5 uzaklıktaki potansiyel 1800 V ise, içi dolu kürenin σ (C/m^2) yüzeyce yük yoğunluğu hesaplayınız.

Çözüm:

$$V = k\frac{q}{r} \qquad \Rightarrow \qquad q = \frac{Vr}{k} = \frac{1800.0{,}5}{9.10^9} = 10^{-7}\ C$$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi d^2}$$

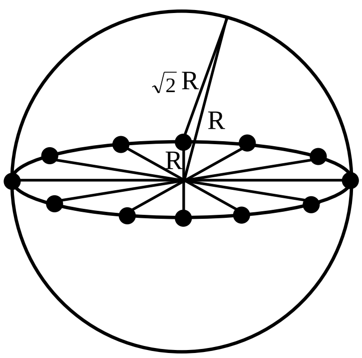
$$\sigma = \frac{10^{-7}}{4\pi(0{,}25)^2} \qquad \Rightarrow \qquad \sigma = \frac{4.10^{-7}}{\pi}\ C/m^2$$

8. Yarıçapı 1,2 m olan bir kürenin ekvatoru civarında 30°'lik aralıklarla eşit yükler (q = 2 μC) yerleştirilmiştir.

a) Kürenin merkezinde

b) Kürenin kuzey kutbunda elektriksel potansiyel ne kadardır?

Çözüm:



a) $$V = k\sum\frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k\frac{12q}{R}$$

$$V = 9.10^9\,\frac{12.2.10^{-6}}{1{,}2}$$

$$V = 180.10^3\ V$$

b) $$V = k\sum\frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k\frac{12q}{\sqrt{2}R}$$

$$V = 9.10^9\,\frac{12.2.10^{-6}}{\sqrt{2}.1{,}2}$$

$$V = 127.10^3\ V$$