ÜNİVERSİTELER İÇİN
FİZİK II

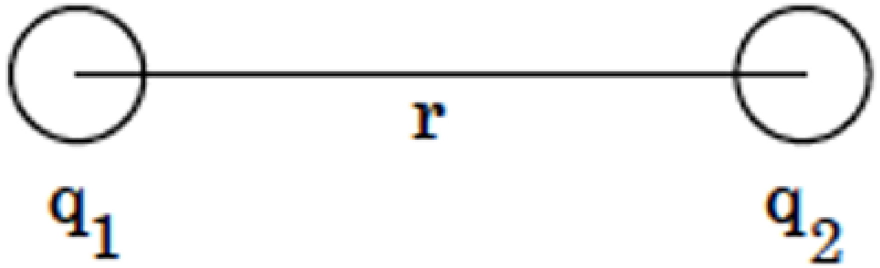
Prof. Dr. Sehban Kartal
EDİTÖR

nobel

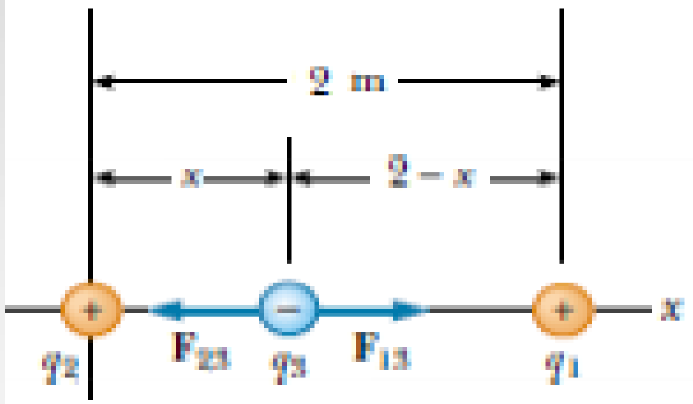
Bölüm 1 ÖRNEKLER

Bir hidrojen atomunu göz önüne aldığımızda hidrojen atomunun içindeki proton ve elektron arasında yaklaşık olarak $r = 5{,}3 \times 10^{-11} m$ kadarlık bir mesafe bulunmaktadır. Bu iki parçacık arasındaki elektrostatik kuvvetin büyüklüğünü belirleyiniz $\left(k_e = 8{,}99 \times 10^9\ N.\frac{m^2}{C^2}\right)$.

Aşağıdaki gibi iki noktasal yük, aralarında r mesafesi olacak şekilde x ekseni boyunca yerleştirilmiştir. $q_1 = +15{,}0\ \mu C$ Değerindeki yük $r = 2\ m$ noktasında, $q_2 = +6{,}0\ \mu C$ 'luk yük ise orijinde bulunmaktadır. Net kuvvetin sıfır olabilmesi için q_3 yükü x ekseni üzerinde nereye konmalıdır?



Örnek : Şekildeki gibi üç nokta yük, x-ekseni üzerine yerleştirilmiştir. $q_1 = 15\ \mu C$ 'luk yük $x = 2$ m noktasında, $q_2 = 6\mu C$ 'luk yük ise orijinde bulunmaktadır. q_3 nokta yükü x-eksini üzerinde hangi noktada olmalıdırki, üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olsun?



q_1 ve q_2 yükleri aynı işaretli olduğu için, işareti ne olursa olsun q_3 yükü bunların arasına konulmalıdır. Bu durumda:

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{(2-x)^2} \quad ; \quad F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$F_{13} = F_{23} \quad \rightarrow \quad \frac{|q_1|}{(2-x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \quad \rightarrow \quad 3x^2 - 8x + 8 = 0$$

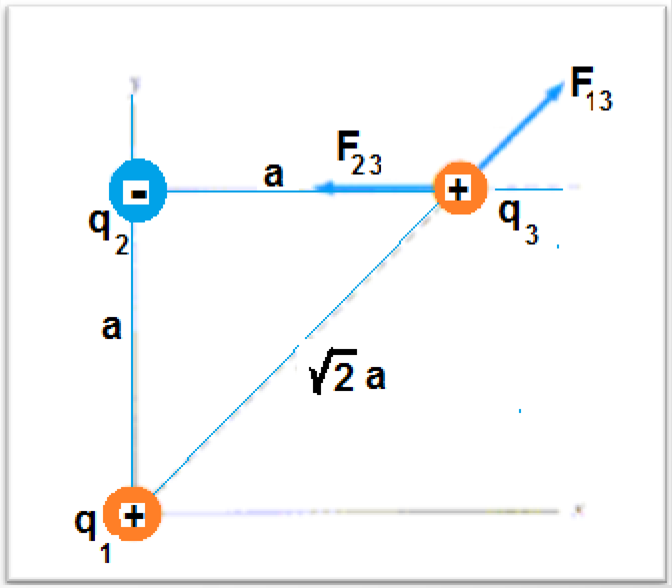
$$x = 0.775 \text{ m}$$

bulunur.

- **Örnek:** Şekildeki üçgenin köşelerine konulmuş üç nokta yük düşününüz. Burada $q_1 = q_3 = 5\ \mu C$, $q_2 = -2\ \mu C$ ve a=0,1 m ise q_3 üzerine etkiyen bileşke kuvveti, büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

$q_1 = q_3 = 5\ \mu\ C = 5.10^{-6}$ C, $q_2 = -2\ \mu\ C = 2.10^{-6}$ C

a = 0,1 m, k = 9.10^9 N.m^2/C^2



$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = 9.10^9\,\frac{2.10^{-6}.5.10^{-6}}{(0,1)^2} = 9\ \text{N}$$

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = 9.10^9\,\frac{5.10^{-6}.5.10^{-6}}{2(0,1)^2} = 11{,}25\ \text{N}$$

$\mathbf{F}_{13}=F_{13x}\mathbf{i} + F_{13y}\mathbf{j}$

$F_{13x} = F_{13}\cos 45 = 11{,}25.0{,}707 = 7{,}95$ N

$F_{13y} = F_{13}\sin 45 = 11{,}25.0{,}707 = 7{,}95$ N

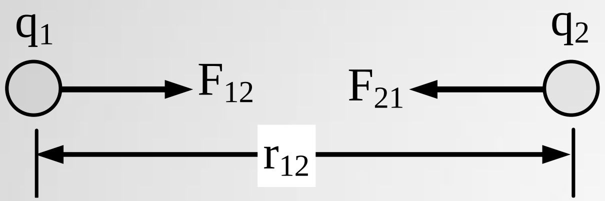
$F_{3x} = 7{,}95 - 9 = -1{,}05$ N

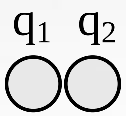
$F_{3y} = 7{,}95$ N

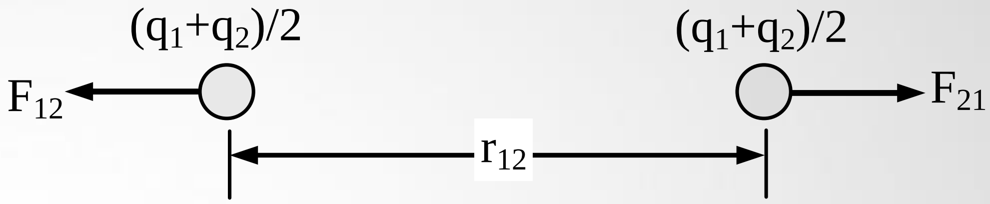
$\mathbf{F}_3 = -1{,}05\mathbf{i} + 7{,}95\mathbf{j}$ N $\theta = 97{,}5°$

ÖRNEK

Özdeş iki metal küre birbirlerini 0,09 N’luk bir kuvvetle çekmektedir. Küreler arasındaki uzaklık 2 m’dir. Küreler birbirlerine elektriksel olarak değdirilerek, net yük aralarında eşit olarak paylaştırılıyor. Birbirlerinden tekrar 2 m ayrıldıklarında birbirlerini 0,141 N’luk bir kuvvetle itmektedirler. Başlangıçta her bir küredeki yükü bulunuz.







$$F_{12} = F_{21} = 0{,}09\ \mathrm{N}$$

$$r_{12} = 2\ \mathrm{m}$$

$$F_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$-0{,}09 = 9.10^9\frac{q_1 q_2}{2^2}$$

$$q_1 q_2 = -4.10^{-11}$$

$$q_1 = -4.10^{-11} / q_2$$

$$F_{12} = F_{21} = 0{,}141\ \mathrm{N}$$

$$r_{12} = 2\ \mathrm{m}$$

$$F_{21} = k\frac{(q_1+q_2)^2}{r_{12}^2}$$

$$0{,}141 = 9.10^9\frac{\left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)^2}{2^2}$$

$$q_1 + q_2 = 5.10^{-6}$$

$$(-4.10^{-11} / q_2) + q_2 = 5.10^{-6}$$

$$q_2^2 - 5.10^{-6} q_2 - 4.10^{-11} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 185.10^{-12}$$

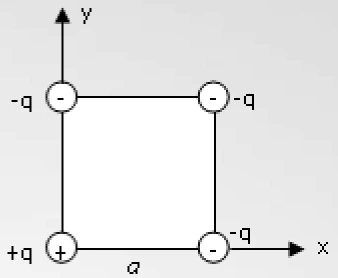
$$\sqrt{\Delta} = 13{,}6.10^{-6}$$

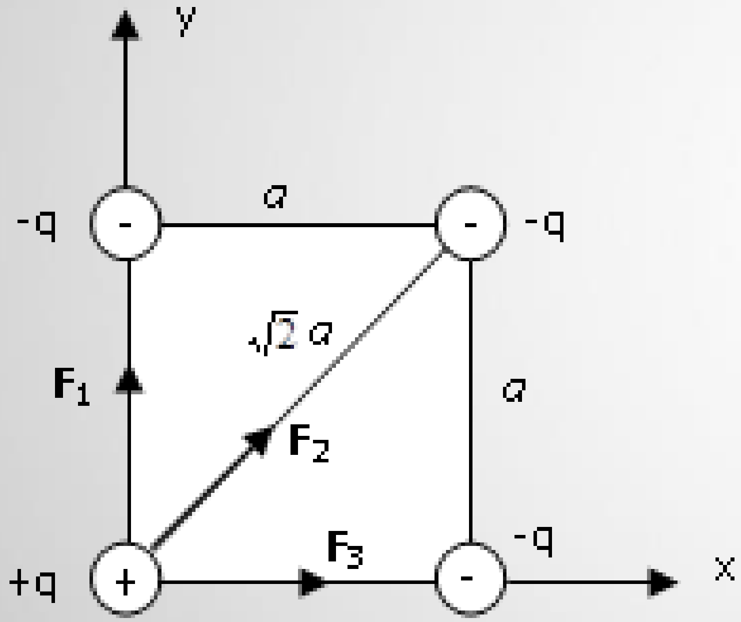
$$q_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$q_2 = 9{,}3.10^{-6}\ \mathrm{C}$ $\qquad$ $q_2 = -4{,}3.10^{-6}\ \mathrm{C}$

$q_1 = -4{,}3.10^{-6}\ \mathrm{C}$ $\qquad$ $q_2 = 9{,}3.10^{-6}\ \mathrm{C}$

2. Şekildeki gibi dört nokta yük *a* kenar uzunluklu bir karenin köşelerinde bulunmaktadır. +q yüküne etkiyen bileşke kuvveti bulunuz.





$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\mathbf{r}$$

$$\mathbf{F}_1 = k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_3 = k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_2 = F_2\cos 45\,\mathbf{i} + F_2\sin 45\,\mathbf{j}$$

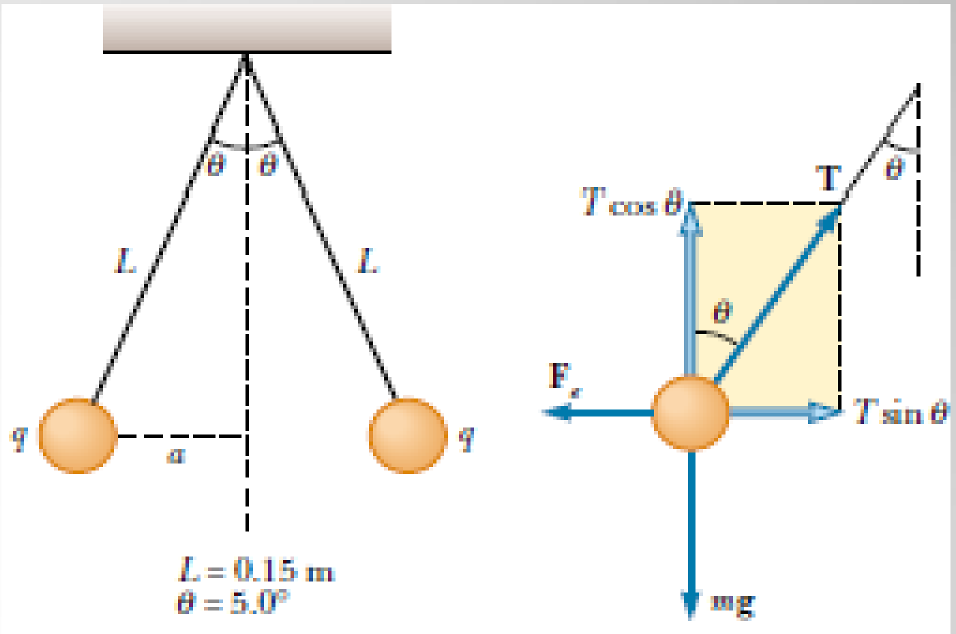
$$F_2 = k\frac{q^2}{2a^2}$$

$$\mathbf{F}_2 = k\frac{q^2}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + k\frac{q^2}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_2 = 0{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i} + 0{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 1{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i} + 1{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j}$$

Örnek : Aynı noktadan asılmış, kütleleri 3.10^{-2} kg olan yüklü iki özdeş küre şekildeki gibi dengededirler. İplerin boyu 15 cm ve $\theta = 5^{o}$ olduğuna göre, kürelerin yükü nedir?



Denge durumunda yükler arasındaki uzaklık:

$a = L\sin\theta$ olacaktır. Küreler dengede olduğuna göre:

$$T\sin\theta = k\frac{q^2}{(2a)^2} \quad ; \quad T\cos\theta = mg$$

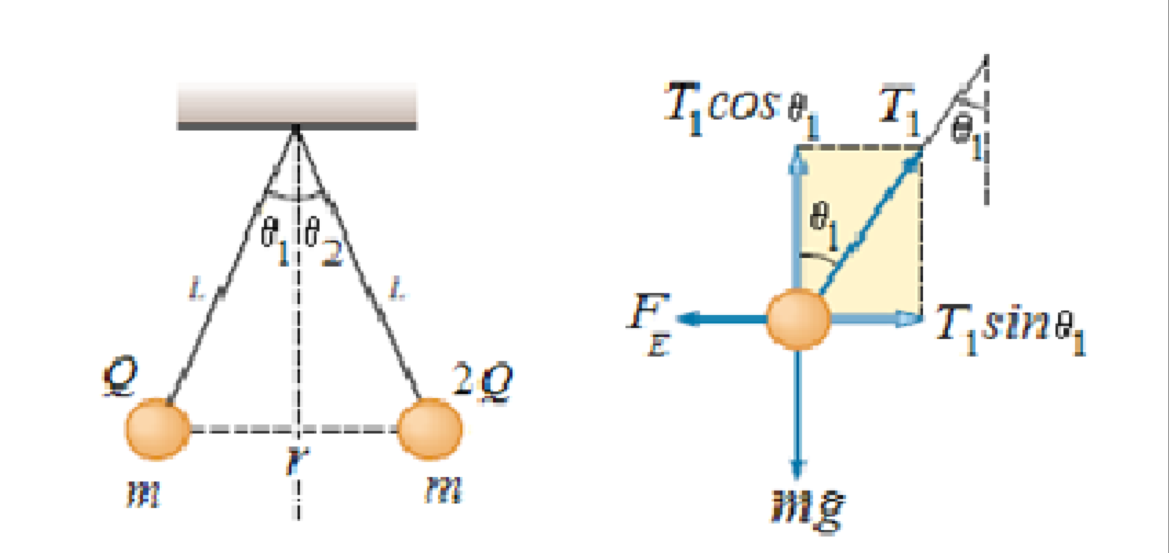
$$\tan\theta = \frac{k\dfrac{q^2}{(2a)^2}}{mg} \rightarrow q^2 = \frac{mg\tan\theta(2a)^2}{k} = 19.54\times10^{-16}$$

$$\mathrm{q} = 4.42\times10^{-8}\ \mathrm{C}$$

bulunur.

Örnek : Kütleleri m, yükleri de $q_1 = Q$ ve $q_2 = 2Q$ Olan iki parçacık L uzunluğundaki iplerle aynı noktadan düşey olarak asılı halde dengededirler.

Yükleri asılı oldukları noktaya bağlayan iplerin düşeyle yaptıkları θ_1 ve θ_2 açıları çok küçüktür. Bu iki açı arasındaki ilişkiyi ve yükler arasındaki mesafeyi bulunuz.



q_1 yükü için $\left.\begin{array}{l} T_1 \sin\theta_1 = F_E \\ T_1 \cos\theta_1 = mg \end{array}\right\}$

q_2 yükü için $\left.\begin{array}{l} T_2 \sin\theta_2 = F_E \\ T_2 \cos\theta_2 = mg \end{array}\right\}$

$$\rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} \tan\theta_1 = \dfrac{F_E}{mg} \\ \tan\theta_2 = \dfrac{F_E}{mg} \end{array}\right\} \rightarrow \quad \theta_1 = \theta_2$$

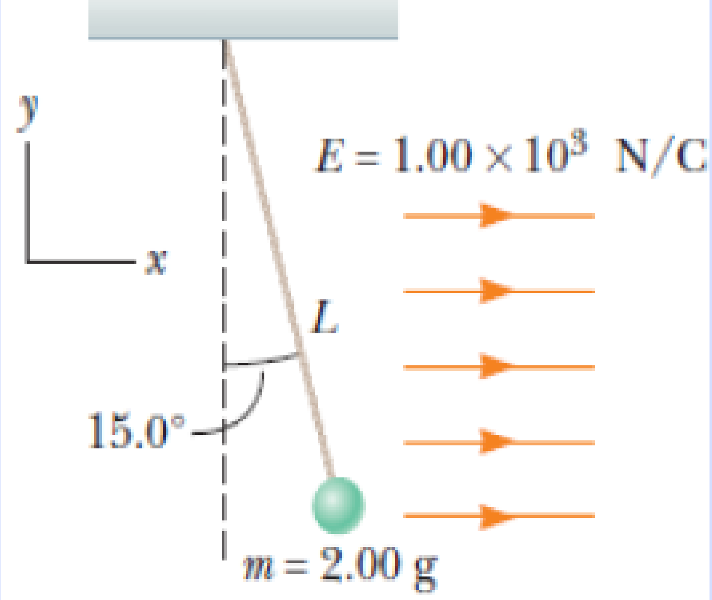
$$\left.\begin{array}{l} r_1 = L\sin\theta_1 \\ r_2 = L\sin\theta_2 \end{array}\right\} \rightarrow \quad r = 2L\sin\theta_1 \cong 2L\tan\theta_1 \quad \rightarrow \quad \tan\theta_1 = \frac{r}{2L}$$

$$F_E = mg\tan\theta_1 \quad \rightarrow \quad k\frac{2Q^2}{r^2} = mg\frac{r}{2L} \quad \rightarrow \quad r = \left(\frac{4kQ^2L}{mg}\right)^{1/3}$$

bulunur.

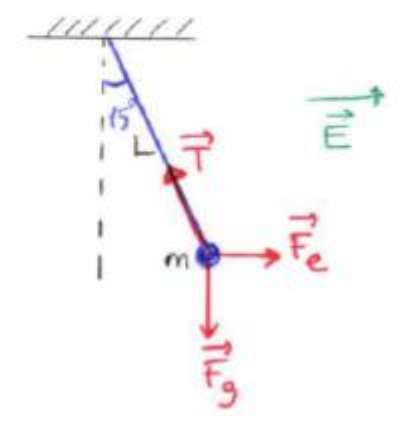
Bölüm 2 PROBLEMLER

Problem 1: **2g** kütleli bir plastik top küre **Şekil**'de görüldüğü gibi **20 cm** uzunluğunda ince bir ipe asılmıştır. Düzgün bir elektrik alan **+x** doğrultusunda uygulanıyor. İp dikey olarak **15º** lik açı yaptığında top dengeye gelmektedir. Plastik top üzerindeki net yükü hesaplayınız.



Serbest cisim diyagramından,

$$\sum \vec{F}_y = 0 \qquad T\cos 15° - F_g = 0$$



$$T = \frac{mg}{\cos 15°} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}{\cos 15} = 2{,}03 \cdot 10^{-2}\,N$$

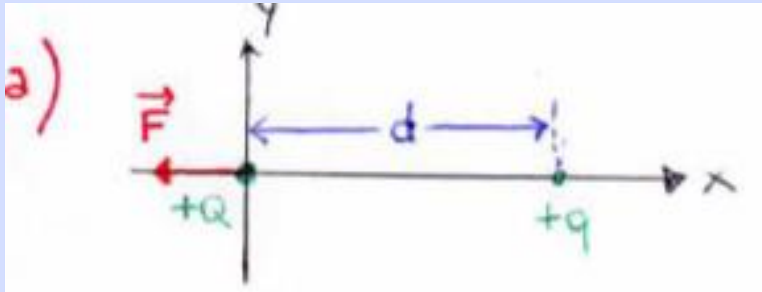
$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow T\sin 15° - qE = 0$$

$$q = \frac{T\sin 15}{E} = \frac{2{,}03 \cdot 10^{-3} \sin 15}{1 \cdot 10^{3}} = 5{,}25 \cdot 10^{-6}\,C$$

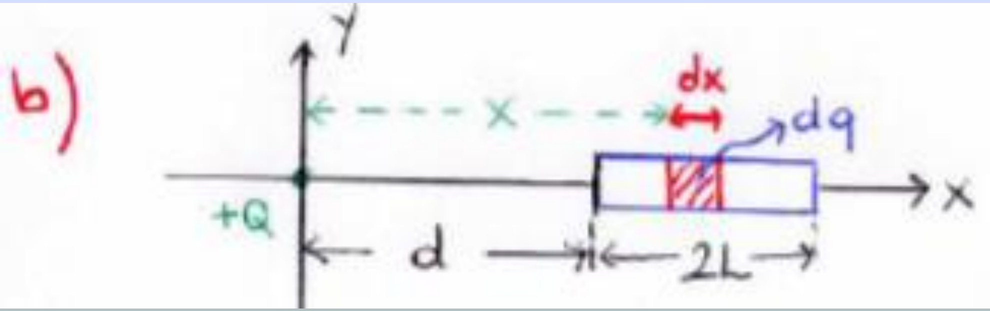
$$q = 5{,}25\,\mu C$$

Problem 2: a) **Şekil (a)**’daki noktasal **+q** yükünün, kendisinden **d** kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan **+Q** yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.

b) **Şekil (b)**’deki **2L** uzunluğunda düzgün yüklü ince bir çubuğun, bir ucundan **d** kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan **+Q** yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.



$$E = k\frac{q}{d^2} \qquad F = QE = k\frac{qQ}{d^2}$$



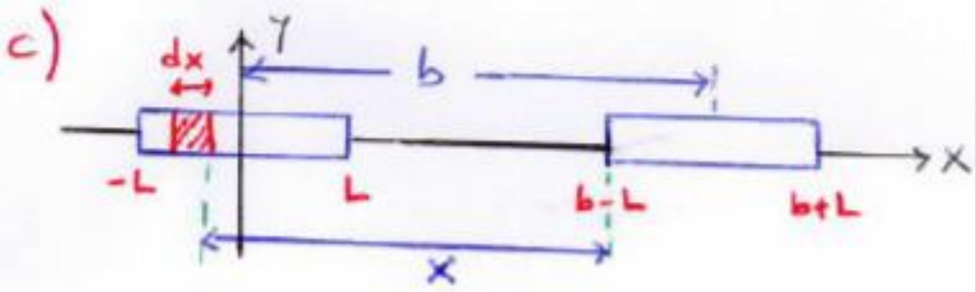
$$E = \int_d^{d+2L} dE = \int_d^{d+2L} k\frac{dq}{x^2} \qquad dq = \lambda\, dx \qquad \lambda = \frac{q}{2L}$$

$$E = k\lambda \int_d^{d+2L} \frac{dx}{x^2} = k\lambda \left| -\frac{1}{x} \right|_d^{d+2L}$$

$$E = k\frac{q}{2L}\left(-\frac{1}{d+2L} + \frac{1}{d}\right) = \frac{kq}{d(d+2L)}$$

$$F = QE = \frac{kqQ}{d(d+2L)}$$

c) Özdeş, **2L** uzunluğunda ve düzgün yüklü iki çubuk, **x-**ekseni boyunca merkezleri arasındaki uzaklık **b>L** olacak biçimde **Şekil (c)**’deki gibi yerleştirilmiştir. Sağdaki çubuğun soldaki çubuğa uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.



$$dF = k\frac{q\,dq}{x(x+2L)} \qquad dq = \lambda\,dx = \frac{q}{2L}dx$$

$$F = \int_{b-2L}^{b} dF = \frac{kq^2}{2L}\int_{b-2L}^{b}\frac{dx}{x(x+2L)}$$

BİLGİ: $\int \frac{dx}{x(x+a)} = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{x}{x+a}\right) + c$

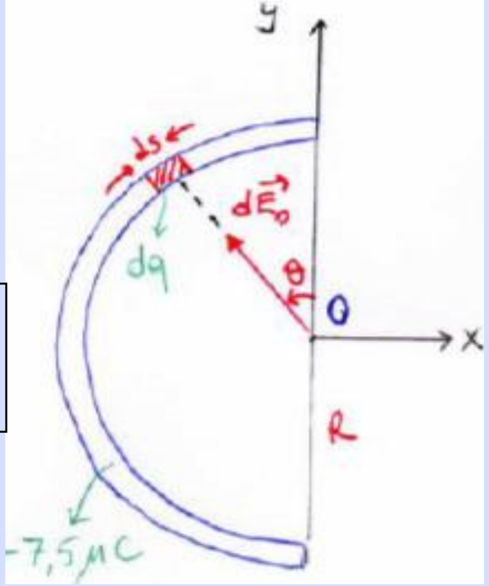
$$F = \frac{kq^2}{2L}\left[\frac{1}{2L}\ln\left(\frac{x}{x+2L}\right)\right]_{b-2L}^{b}$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2}\left[\ln\left(\frac{b}{b+2L}\right) - \ln\left(\frac{b-2L}{b-2L+2L}\right)\right]$$

$$= \frac{kq^2}{4L^2}\ln\left(\frac{b}{b+2L}\cdot\frac{b}{b-2L}\right)$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2}\ln\left(\frac{b^2}{b^2-4L^2}\right)$$

Problem 3: 14 cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk **Şekil**'deki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü -7,5 µC ise yarım dairenin merkezindeki **O** noktasında oluşturduğu elektrik alanı bulunuz. Bu noktaya yerleştirilen +3 µC'lik yüke etkiyen elektriksel kuvveti bulunuz,



$$\int d\vec{E} = \int k\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Simetriden dolayı "$\int dE_{0y}(\hat{j}) = 0$" olur.

$$\int d\vec{E}_0 = \int d\vec{E}_{0x}(-\hat{\imath}) + \int d\vec{E}_{0y}(\hat{j})$$

$$E_0 = E_{0x} = \int dE_{0x} = \int dE_0 \sin\theta$$

$$E_0 = \int \frac{k\,dq}{R^2}\sin\theta = \int \frac{k\lambda R\,d\theta}{R^2}\sin\theta$$

$$E_0 = \frac{k\lambda}{R}\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{R}\left(-\cos\theta\Big|_0^{\pi}\right)$$

$$E_0 = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$E_0 = \frac{2kq\pi}{L^2} = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7{,}5\cdot 10^{-6}\cdot \pi}{0{,}14^2}$$

$$E_0 = 2{,}16\cdot 10^7\,(N/C) = 21{,}6\ (MN/C)$$

$$dq = \lambda ds = \lambda R d\theta$$

$$L = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

$$\lambda = \frac{q}{L}$$

Yalıtkan çubuk negatif yüklü $\Rightarrow$ $\vec{E}_0 = -21{,}6\,\hat{\imath}\ (MN/C)$

+3µC'lik yüke etkiyen elektriksel kuvvet;

$$\vec{F}_{+3\mu C} = q\cdot\vec{E}_0 = 3\cdot 10^{-6}\cdot 21{,}6\cdot 10^{6}(-\hat{\imath}) = -64{,}8\,\hat{\imath}\ (N)$$

Problem 4: Bir proton **640 N/C** değerindeki düzgün bir elektrik alanda durgun halden hızlanıyor. Bir süre sonra hızı **1,2 x 10₆ m/s** oluyor.

(a) Protonun ivmesini bulunuz.

(b) Protonun bu hıza ulaşması için ne kadar süre geçmiştir.

(c) Bu sürede ne kadar yol almıştır?

(d) Bu süre sonunda kinetik enerjisi ne kadardır?

a) $F_e = m \cdot a \Rightarrow a = \dfrac{qE}{m} = \dfrac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 640}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 6{,}14 \cdot 10^{10}\ m/s^2$

b) $v_s = \cancel{v_i}^{\,0} + a t \Rightarrow t = \dfrac{v_s}{a} = \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{6}}{6{,}14 \cdot 10^{10}} = 1{,}95 \cdot 10^{-5}\ s$

c) $x_s - \cancel{x_i}^{\,0} = \dfrac{1}{2}(\cancel{v_i}^{\,0} + v_s)\, t \Rightarrow x_s = \dfrac{1}{2}(1{,}2 \cdot 10^{6})(1{,}95 \cdot 10^{-5})$

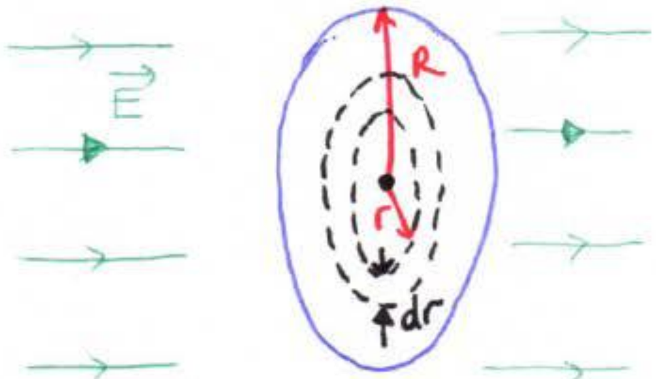
$x_s = 11{,}7\ m$

d) $K = \dfrac{1}{2} m v^2 = \dfrac{1}{2}\, 1{,}67 \cdot 10^{-27} (1{,}2 \cdot 10^{6})^2$

$K = 1{,}2 \cdot 10^{-15}\ J$

Bölüm 3 PROBLEMLER

1. Yönü sabit olan bir elektrik alan, yarıçapı **R** olan bir daire düzlemine diktir. Dairenin merkezinden **r** kadar uzaklıkta elektrik alanın şiddeti $E_0[1-r/R]$ ile veriliyor. **R** yarıçaplı daireden geçen elektrik akısını bulunuz.



$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\,dA = E_0\left(1-\frac{r}{R}\right)2\pi r\,dr$$

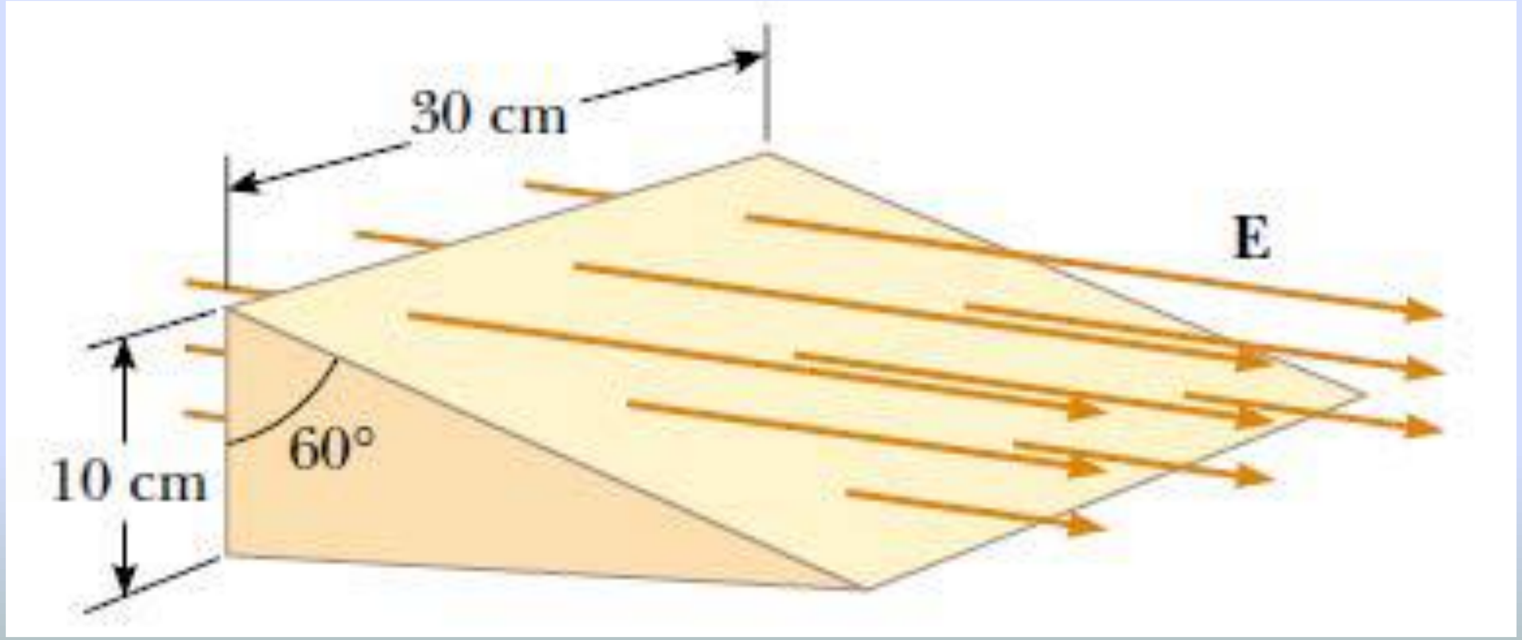
$$\Phi = \int E\,dA = \int E_0\left(1-\frac{r}{R}\right)2\pi r\,dr$$

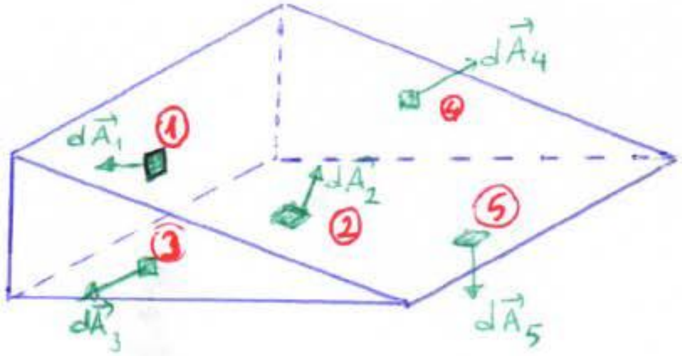
$$\Phi = E_0\,2\pi\int_0^R\left(1-\frac{r}{R}\right)r\,dr$$

$$\Phi = E_0\,2\pi\left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{3R}\right)\Bigg|_0^R$$

$$\Phi = \pi E_0\,\frac{R^2}{3}$$

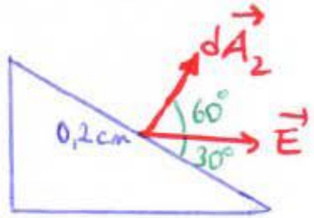
Şekil 1’deki kapalı üçgen kutu **$E=7{,}80\times10^{4}$ (N/C)** büyüklüğündeki yatay elektrik alanında
bulunmaktadır. Kutunun
a) düşey yüzeyinden,
b) eğik yüzeyinden,
c) tüm yüzeylerinden, geçen elektrik akısını hesaplayınız.





a) $\Phi_1 = E A_1 \cos\theta_1 = 7{,}8\cdot10^4\,(0{,}1\cdot0{,}3)\cos 180^\circ = -2{,}34\ Nm^2/C$

b)



$\Phi_2 = E A_2 \cos 60^\circ = 7{,}8\cdot10^4\,(0{,}2\cdot0{,}3)\cos 60^\circ$

$\Phi_2 = 2{,}34\ Nm^2/C$

c) Kutunun taban (5), ön (3) ve arka (4) yüzeylerinden geçen akı değerleri sıfırdır. Çünkü bu yüzeylerde, elektrik alan vektörü yüzey vektörüne diktir.

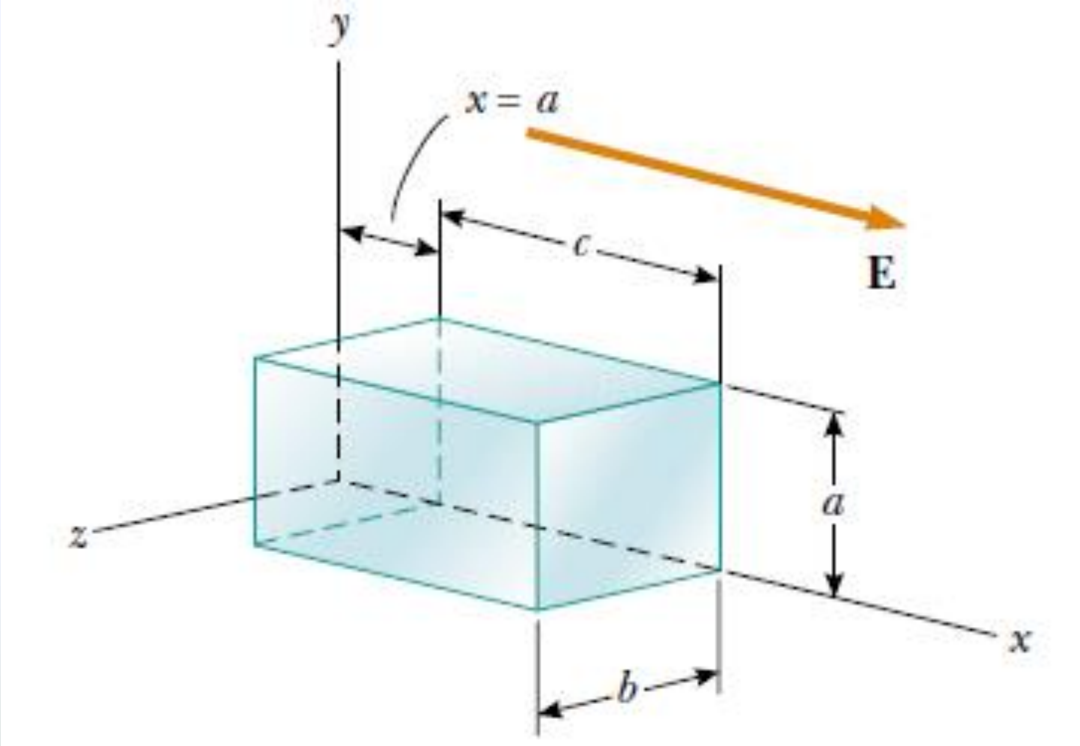
$\Phi_{net} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5$

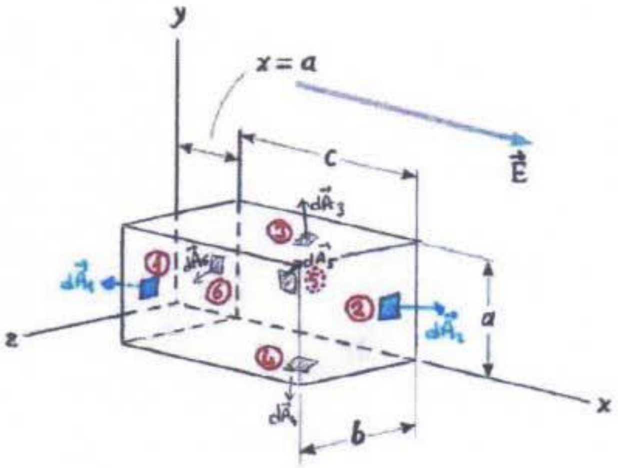
$\Phi_{net} = -2{,}34 + 2{,}34 = 0\ Nm^2/C$ olur.

3.Boyutları **a=0,2 m**,**b=0,3**m ve**c=0,3 m**olankapalı bir yüzey**Şekil2**’deki gibi yerleştirilmiştir.Bölgedeki elektrikalanı düzgünolmayıp,**x**metre ile verilmek üzere;$E=(1+x^2)$(N/C)ileverilmiştir.

a)Kapalıyüzeydengeçennetelektrik akısını,

b)Kapalı yüzeyiçindekalannetyükmiktarınıhesaplayınız.





a) $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$

$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6$

$\Phi_3 = \int_3 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_3 E\,dA \cos 90^\circ = 0$

Benzer şekilde;

$\Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = 0$

$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2$

$\vec{E}_1 = (1+x^2)\,\hat{\imath}\,\Big|_{x=a} = (1+a^2)\,\hat{\imath} \quad (N/C)$

$\vec{E}_2 = (1+x^2)\,\hat{\imath}\,\Big|_{x=a+c} = \left[1+(a+c)^2\right]\hat{\imath} \quad (N/C)$

$\Phi_E = \int_1 \vec{E}_1 \cdot d\vec{A}_1 + \int_2 \vec{E}_2 \cdot d\vec{A}_2$

$\Phi_E = \int_1 (1+a^2)\,\hat{\imath} \cdot dA_1(-\hat{\imath}) + \int_2 \left[1+(a+c)^2\right]\hat{\imath} \cdot dA_2\,\hat{\imath}$

$$\Phi_E = -(1+a^2)\int_1 dA_1 + \left[1+(a+c)^2\right]\int_2 dA_2$$

$$\Phi_E = -(1+a^2)\,ab + \left[1+(a+c)^2\right]ab$$

$$\Phi_E = -ab - a^3b + ab + a^3b + 2a^3bc + abc = abc\,(2a+c)$$

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}2\ m \\ b &= 0{,}3\ m \\ c &= 0{,}3\ m \end{aligned}\right\} \quad \Phi_E = 12{,}6\cdot 10^{-3}\ Nm^2/C$$

b) $\Phi_E = \dfrac{q_{net}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{net} = \epsilon_0\,\Phi_E \qquad \epsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

$$q_{net} = 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 12{,}6\cdot 10^{-3}$$

$$q_{net} = 1{,}12\cdot 10^{-13}\ C$$

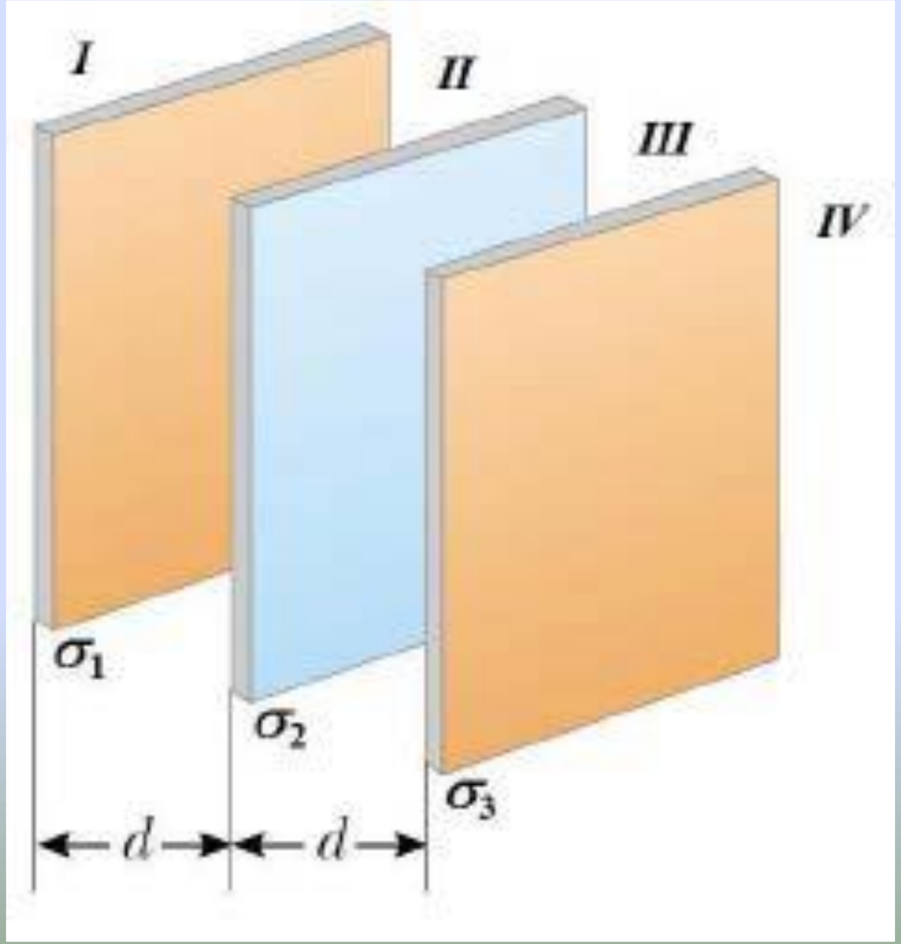
4- Çok geniş üç yalıtkan levha birbirlerinden eşit aralıklarla **Şekil 3**'deki gibi yerleştirilmiştir. Levhalar , σ_1=+5(μC/m^2), σ_1=-10(μC/m^2), σ_1=+15(μC/m^2), yük yoğunluklarına sahiptir. Elektrik alan vektörünü;

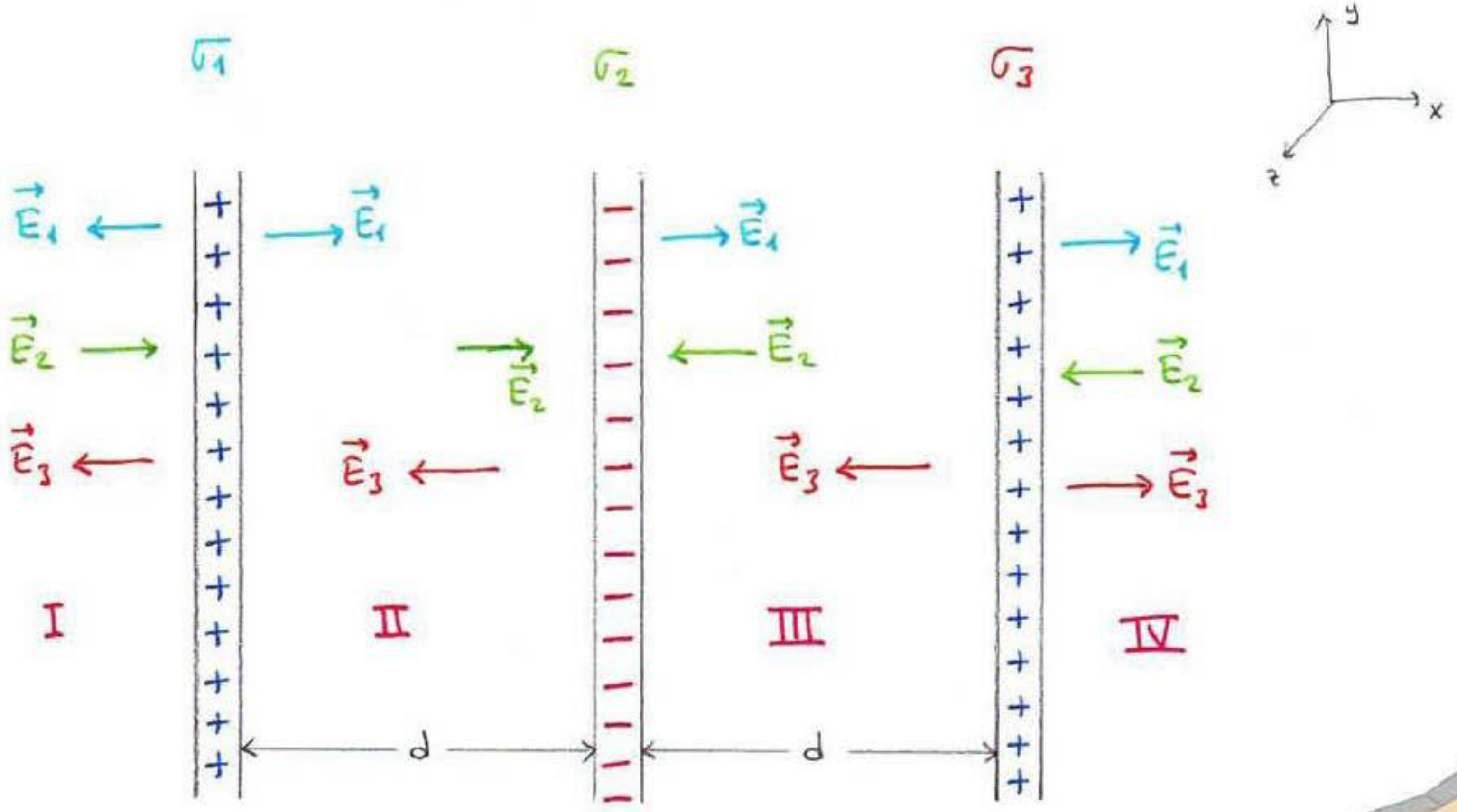
a) I bölgesinde,

b) II bölgesinde,

c) III bölgesinde,

d) IV bölgesinde bulunuz.

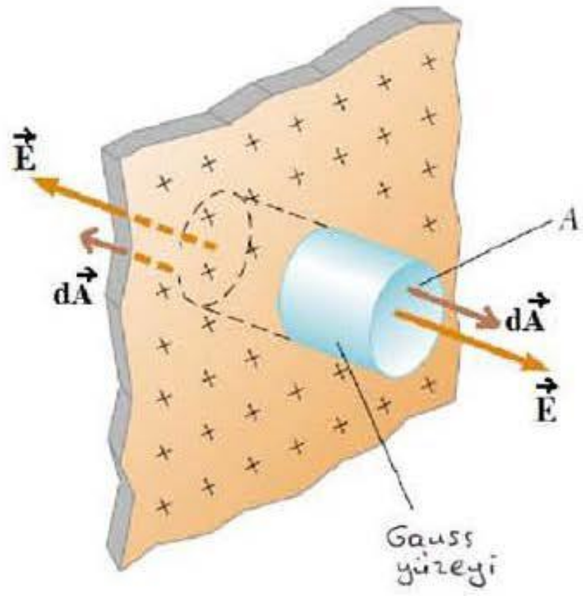




$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \qquad E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \qquad E_3 = \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{5.10^{-6}}{2.8{,}85.10^{-12}} \qquad E_2 = \frac{10.10^{-6}}{2.8{,}85.10^{-12}} \qquad E_3 = \frac{15.10^{-6}}{2.8{,}85.10^{-12}}$$

$$E_1 = 2{,}82.10^{5}\ (N/C) \qquad E_2 = 5{,}65.10^{5}\ (N/C) \qquad E_3 = 8{,}47.10^{5}\ (N/C)$$



I bölgesinde; $\vec{E}_I = E_1(-\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_I = (-2{,}82 + 5{,}65 - 8{,}47).10^5\,\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_I = 5{,}64.10^5\,(-\hat{i})(N/C)}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

II bölgesinde; $\vec{E}_{II} = E_1(\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_{II} = (2{,}82 + 5{,}65 - 8{,}47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{II} = 0}$$

III bölgesinde; $\vec{E}_{III} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_{III} = (2{,}82 - 5{,}65 - 8{,}47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{III} = 11{,}30 \cdot 10^5 (-\hat{i}) \ (N/C)}$$

IV bölgesinde; $\vec{E}_{IV} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(\hat{i})$

$$\vec{E}_{IV} = (2{,}82 - 5{,}65 + 8{,}47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{IV} = 5{,}64 \cdot 10^5 (\hat{i}) \ (N/C)}$$

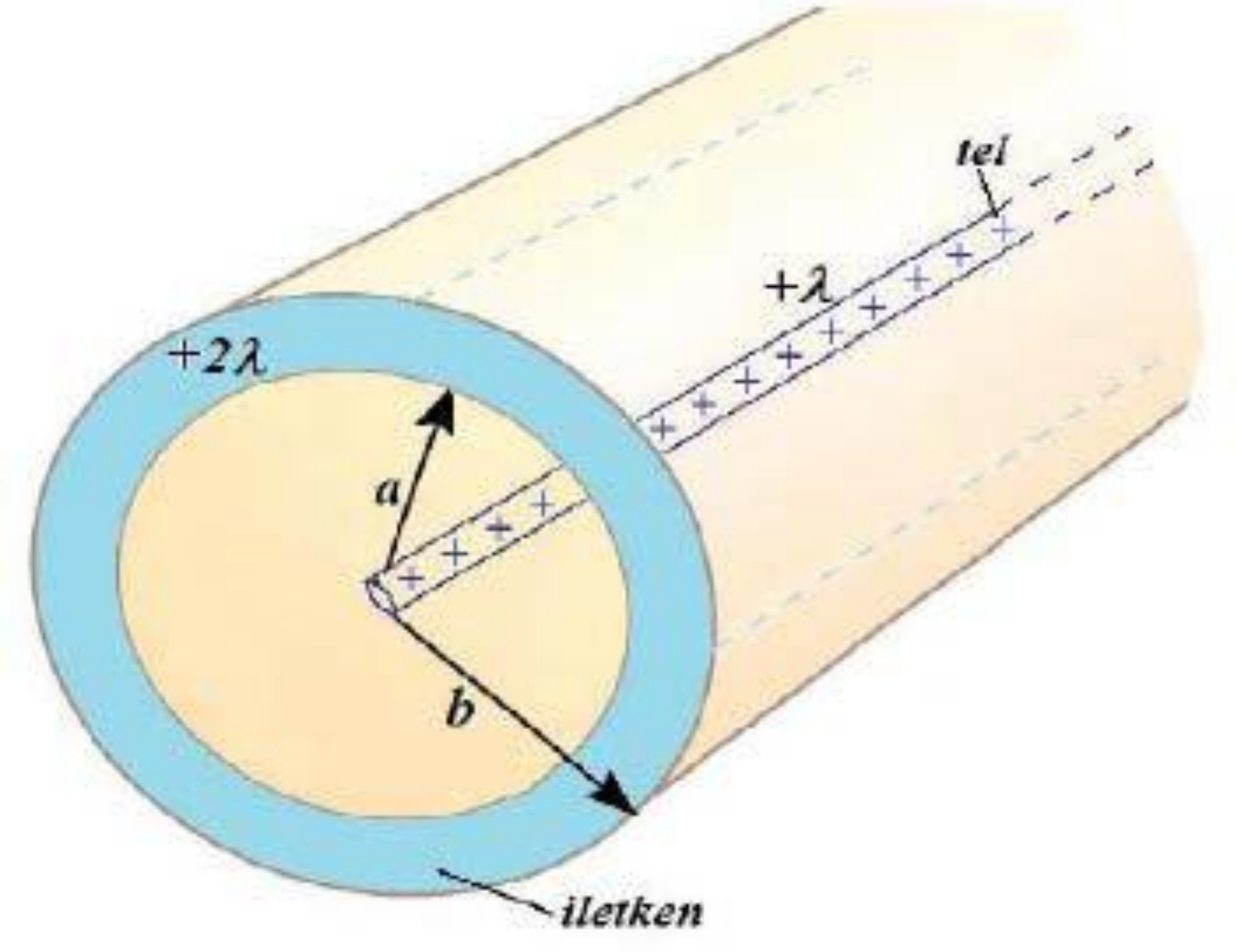
5- Birim uzunluk başına yükü **+λ** olan uzun bir tel, iç yarıçapı **a** ve dış yarıçapı **b** olan silindirik bir kabuğun ekseni boyunca **Şekil 4**'deki gibi yerleştirilmiştir. Silindirik kabuk iletken olup birim uzunluk başına yükü **+2λ**'dır. Elektrostatik dengede;

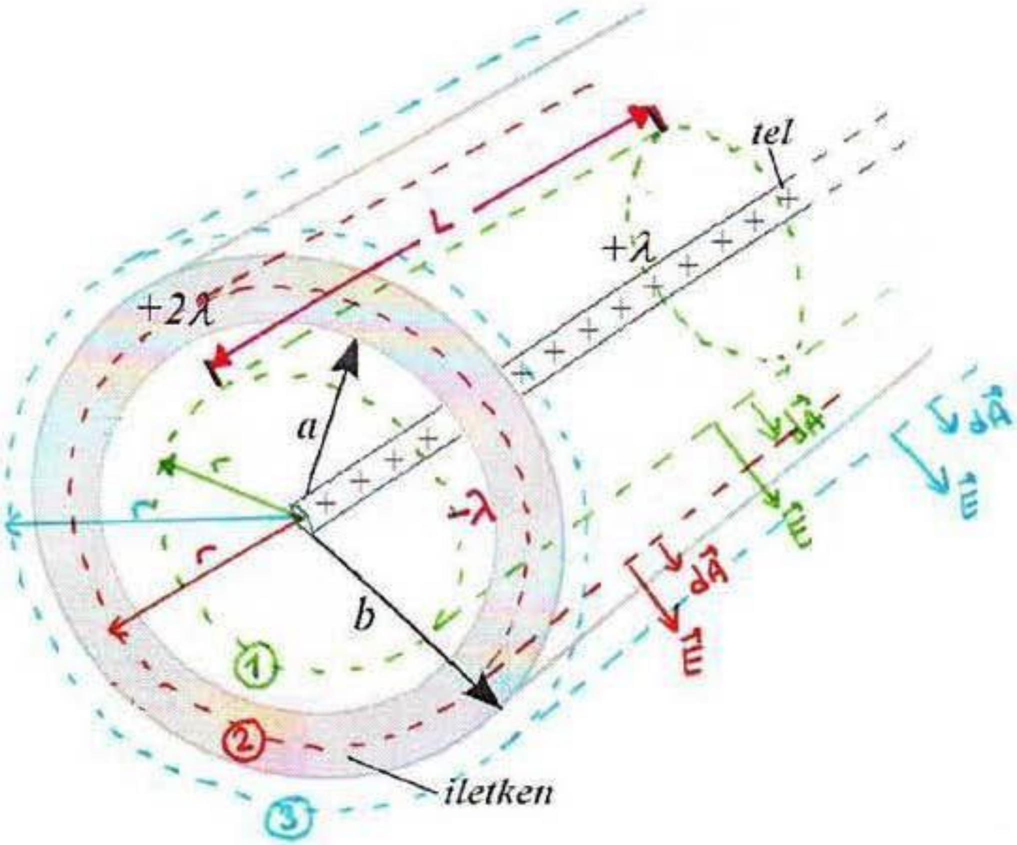
a) r<a 'da,

b) a<r<b 'de,

c) r>b 'de elektrik alanın şiddetini hesaplayınız.

d) Silindirik kabuğun yük dağılımını bulunuz





$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

a) $q_{iç} = \lambda L$

$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

$$\boxed{E = 2k\frac{\lambda}{r}}$$ $r<a$

b) İletken içinde $E=0$

$$\boxed{E=0}$$ $a<r<b$

c) $E(2\pi r L) = \dfrac{\lambda L + 2\lambda L}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\,\frac{3\lambda}{r}$$

$$\boxed{E = 6k\,\frac{\lambda}{r}} \quad r > b$$

d) $q_{iç} = -\lambda L$

(Telin, silindirik kabuğun iç yüzeyini indüklemesinden dolayı)

$$q_{silindir} = q_{iç} + q_{dış}$$

$$\lambda_{silindir} \cdot L = -\lambda L + q_{dış}$$

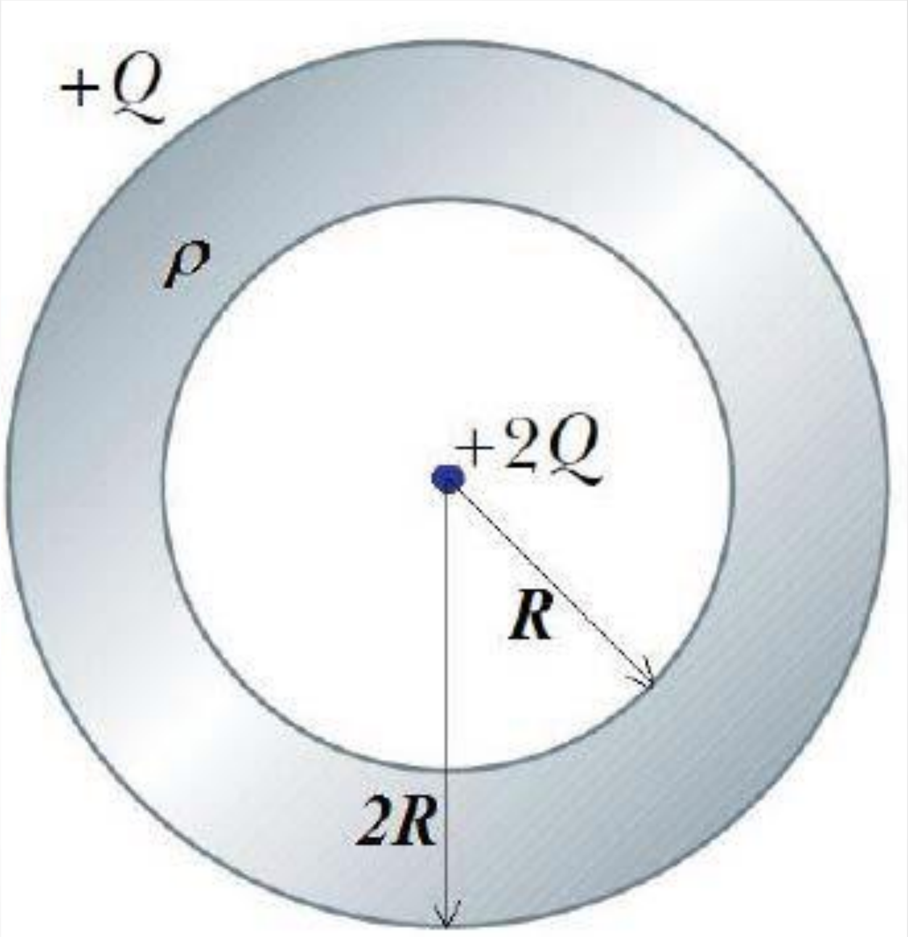
$$2\lambda L + \lambda L = q_{dış}$$

$$\boxed{q_{dış} = 3\lambda L}$$

6. Hacimsel yük yoğunluğu ρ ve toplam yükü +Q olan içi boş yalıtkan bir kürenin merkezinde +2Q yüklü noktasal bir yük vardır.

a) $R<r<2R$ ve $r>2R$ bölgelerinde elektrik alan şiddetini *k, Q, r ve R* cinsinden bulunuz.

b) Aynı bölgeler için elektrik alan şiddetini, kürenin iletken olması halinde bulunuz.



a) $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{q_{iç}}{\epsilon_0}$

$R < r < 2R$ için (① bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{2Q + q_{küre}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right] \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}\left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right]$$

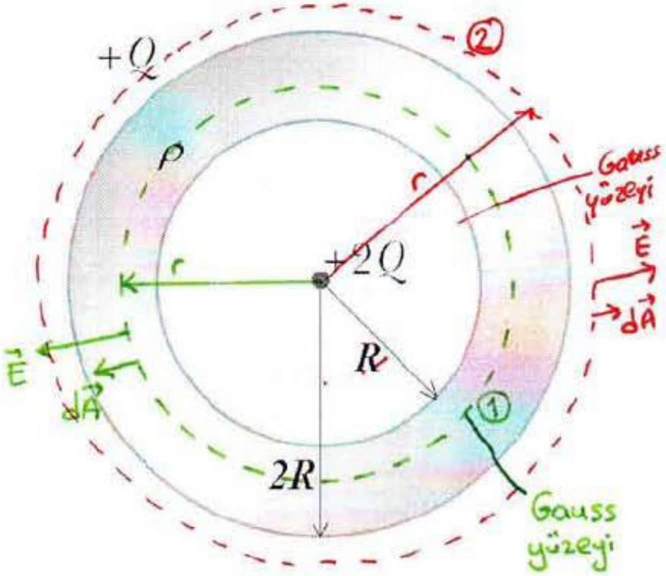
$$E = k\left(\frac{2Q}{r^2} + \frac{Qr}{7R^3} - \frac{Q}{7r^2}\right)$$

$$\boxed{E = \frac{kQ}{7}\left(\frac{13}{r^2} + \frac{r}{R^3}\right)}$$

$r > 2R$ için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{r^2} \quad , \quad \boxed{E = 3k\frac{Q}{r^2}}$$



$$q_{küre} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3) \cdot Q}{\frac{4}{3}\pi(7R^3)}$$

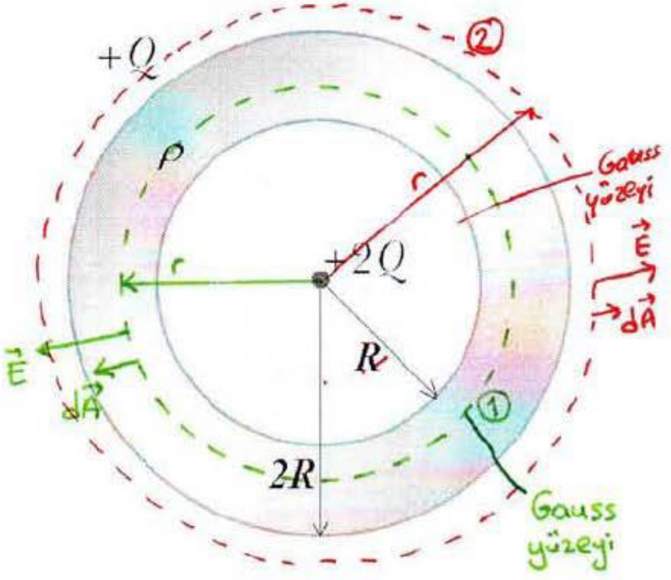
$$q_{küre} = \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)$$

$\frac{4}{3}\pi\left[(2R)^3 - R^3\right]$ hacimli küresel kabukta Q yükü bulunursa

$\frac{4}{3}\pi\left[r^3 - R^3\right]$ " $q_{küre}$ yükü bulunur.

nobel

a) $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$



R < r < 2R için (① bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{2Q + q_{küre}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right]\cdot\frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right]$$

$$E = k\left(\frac{2Q}{r^2} + \frac{Qr}{7R^3} - \frac{Q}{7r^2}\right)$$

$$\boxed{E = \frac{kQ}{7}\left(\frac{13}{r^2} + \frac{r}{R^3}\right)}$$

r > 2R için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{3Q}{r^2} \quad , \quad \boxed{E = 3k\frac{Q}{r^2}}$$

$$q_{küre} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3).Q}{\frac{4}{3}\pi(7R^3)}$$

$$q_{küre} = \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)$$

$\frac{4}{3}\pi\left[(2R)^3 - R^3\right]$ hacimli küresel kabukta Q yükü bulunursa

$\frac{4}{3}\pi\left[r^3 - R^3\right]$ " $q_{küre}$ yükü bulunur.

b) $R < r < 2R$ için (① bölgesinde)

İletken içinde $E = 0$; $q_{iç} = (q_{iç})_{yüzey} + 2Q$

$q_{iç} = -2Q + 2Q = 0$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = 0$$

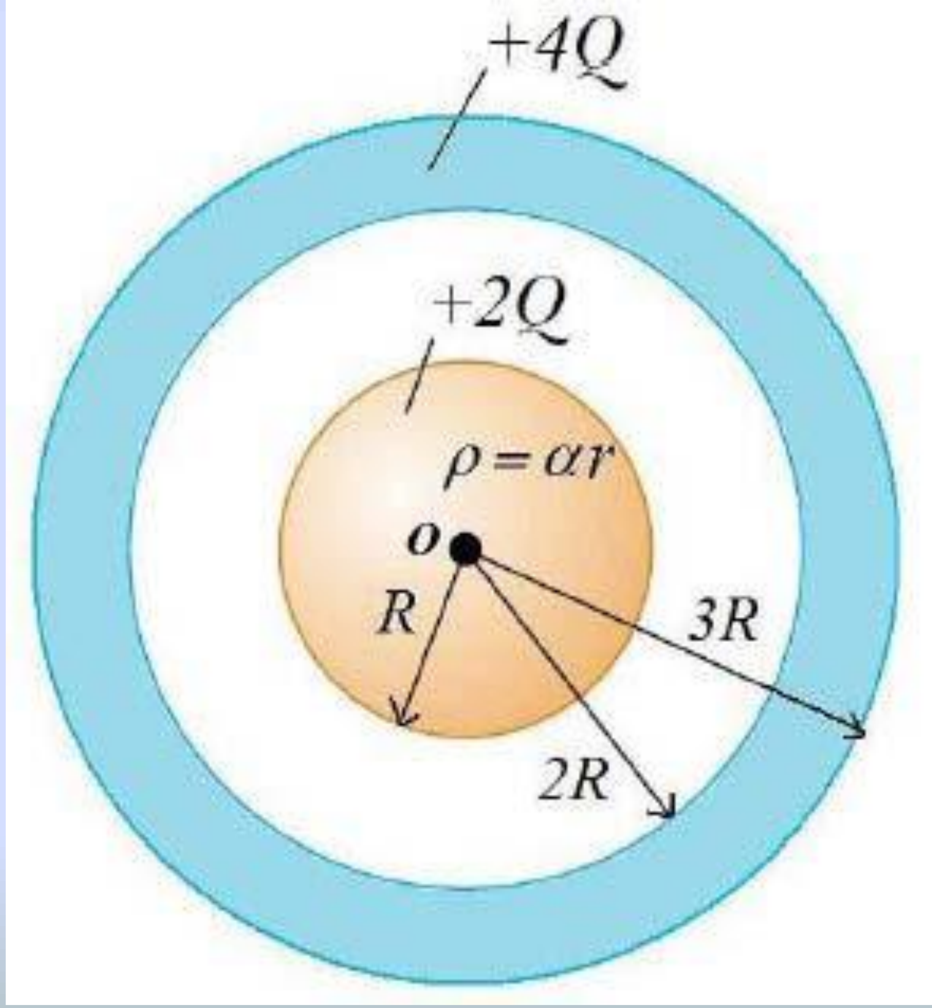
$$\boxed{E = 0}$$

$r > 2R$ için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = 3k\frac{Q}{r^2}}$$

7. İç yarıçapı **2R**, dış yarıçapı **3R** olan iletken küresel bir kabuğun toplam yükü **+4Q**'dır. Küresel kabukla aynı merkezli, yarıçapı **R** olan yalıtkan bir kürenin toplam yükü **+2Q**'dır. Yalıtkan kürenin yük yoğunluğu düzgün olmayıp $\rho = \alpha . r$ bağıntısına göre değişmektedir. Burada α, pozitif bir sabit ve r ise orijinden olan radyal uzaklıktır.



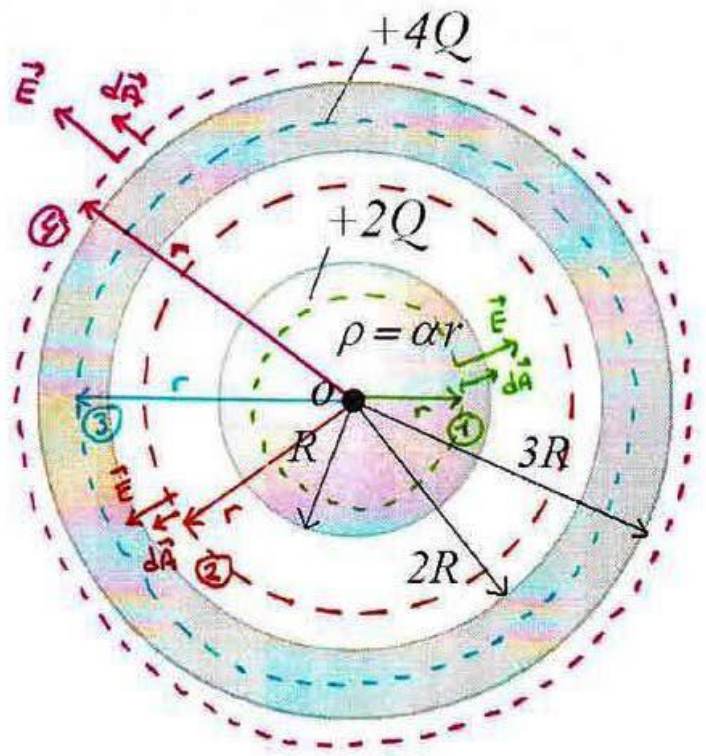
a) α sabitini Q ve R cinsinden bulunuz.

b) r<R

c) R<r<2R

d) 2R<r< 3R

e) r>3R bölgelerindeki elektrik alan şiddetini k, Q, r ve R cinsinden bulunuz.



a) $dQ = \rho\, dV$ $\qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\int_0^{2Q} dQ = \int_0^R (\alpha r) 4\pi r^2 dr \qquad dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q\Big]_0^{2Q} = 4\pi\alpha \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$2Q = \pi\alpha R^4$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2Q}{\pi R^4}}$$

b) $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$ $\qquad q_{iç} = \int_V \rho\, dV$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0}\int_0^r (\alpha r)\, 4\pi r^2 dr$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi\alpha \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{4\pi}{r^2}\,\frac{2Q}{\pi R^4}\cdot\frac{r^4}{4} \quad , \quad \boxed{E = 2k\,\frac{Qr^2}{R^4}} \quad r<R$$

c) $E(4\pi r^2) = \dfrac{2Q}{\epsilon_0}$

$E = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2Q}{r^2}$, $\boxed{E = 2k\dfrac{Q}{r^2}}$ $R < r < 2R$

d) $E(4\pi r^2) = \dfrac{2Q - 2Q}{\epsilon_0}$

$q_{iç} = 2Q + (q_{iç})_{yüzey}$

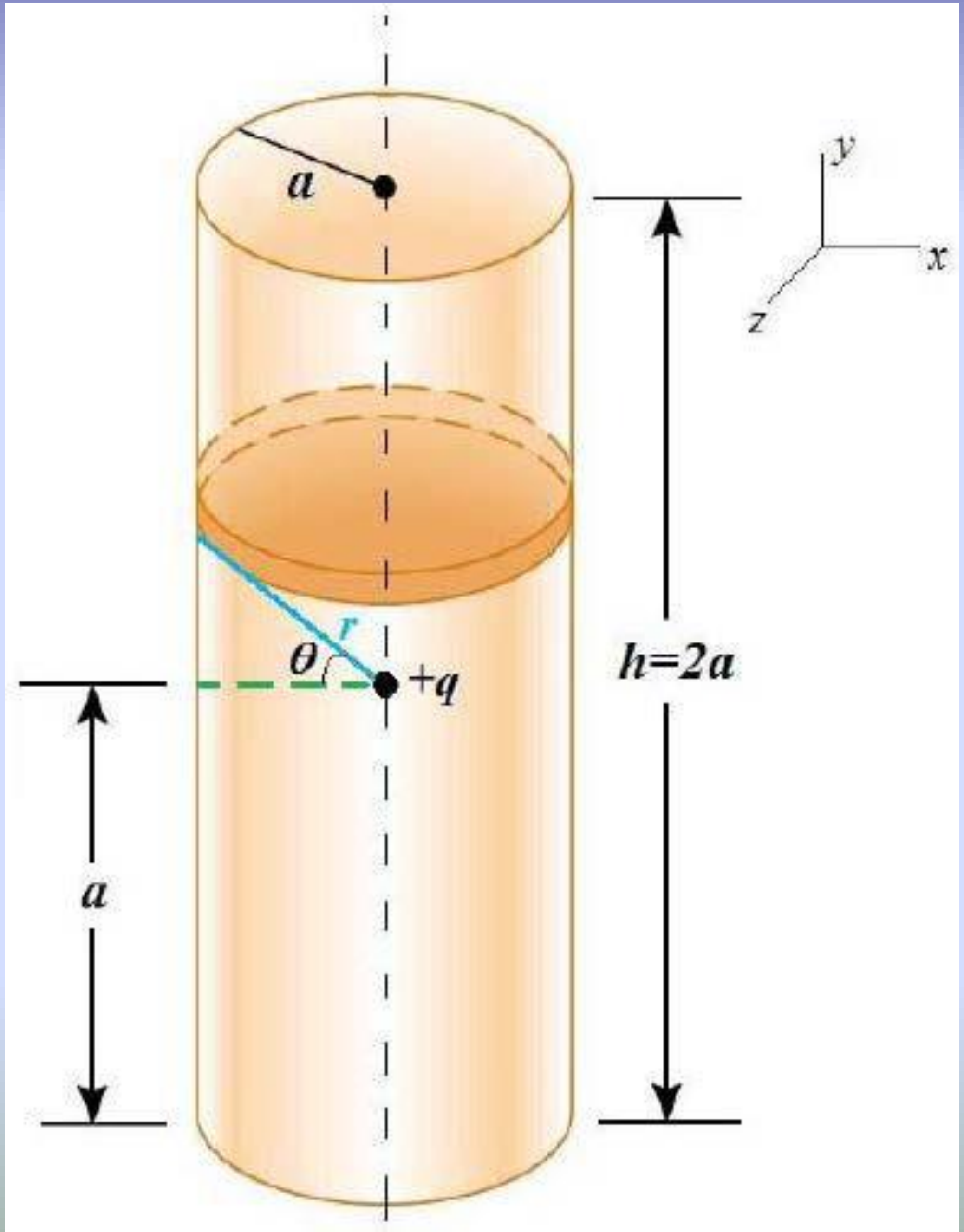
$\searrow -2Q$

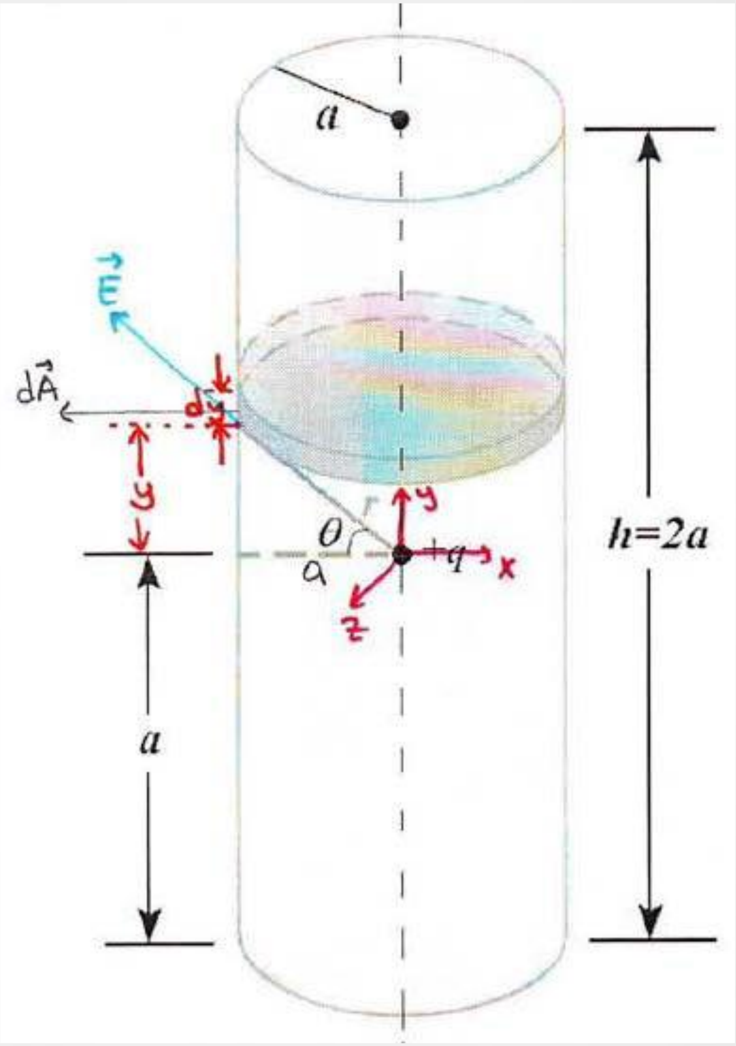
$\boxed{E = 0}$ $2R < r < 3R$

e) $E(4\pi r^2) = \dfrac{4Q + 2Q}{\epsilon_0}$

$\boxed{E = 6k\dfrac{Q}{r^2}}$ $r > 3R$

Şekil 7’deki gibi yarıçapı a ve yüksekliği 2h olan bir silindirin merkezinde bir *q* nokta yükü bulunmaktadır. Silindirin yanal yüzeyinden geçen elektrik akısının $\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{q}{\varepsilon_0}$ bağıntısı ile verildiğini gösteriniz.




a
$\vec{E}$
$d\vec{A}$
dy
y
r
y
θ
+q
x
a
z
h=2a
a

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \qquad \vec{E} = k\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA \cdot \cos\theta$$

$$dA = 2\pi a\, dy$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$tg\theta = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a \cdot tg\theta$$

$$dy = a \sec^2\theta\, d\theta$$

$$\Phi_E = \int k\,\frac{q}{r^2}\, dA\cos\theta = \int k\,\frac{q}{r^2}\, 2\pi a\, dy\, \frac{a}{r}$$

$$\Phi_E = 2\pi a^2 k q \int_{-a}^{a} \frac{dy}{r^3} = 2\pi a^2 k q \int_{-a}^{a} \frac{dy}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^3}$$

$$\Phi_E = 2\pi a^2 k q \int \frac{\cos^3\theta \; a \sec^2\theta \, d\theta}{a^3}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos\theta \, d\theta$$

integral sınırları:

$y = -a \; ; \; y = a\,tg\theta$

$-a = a\,tg\theta$

$tg\theta = -1$

$\theta = -\pi/4$

$y = a \; ; \; y = a\,tg\theta$

$a = a\,tg\theta$

$tg\theta = 1$

$\theta = \pi/4$

$$\Phi_E = 2\pi k q \sin\theta \Big]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \left[\sin\frac{\pi}{4} - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right]$$

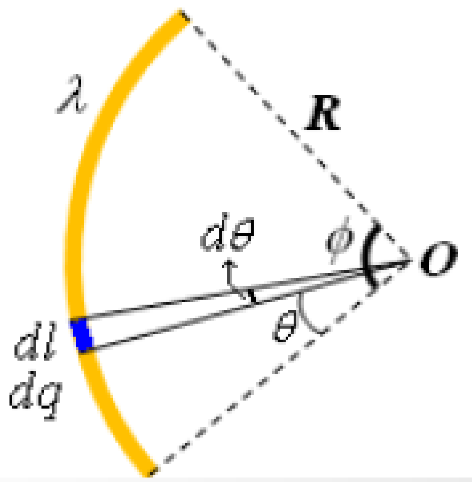
$$\Phi_E = 2\pi k q \sqrt{2}$$

$$\Phi_E = 2\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \sqrt{2}$$

$$\boxed{\Phi_E = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{q}{\epsilon_0}}$$

Bölüm 4 Potansiyel Problemler

Örnek : Homojen yüklü ince bir çubuk, R yarıçaplı çemberin bir parçası olacak şekilde bükülüyor. Şekilde verildiği gibi, yayı gören açı ϕ' dir. Yayın çizgisel yük yoğunluğu λ ise, çemberin merkezindeki (O noktası) elektrik potansiyeli nedir?



Yay üzerinde seçilen dl elemanının yükü $dq = \lambda dl$ dir.

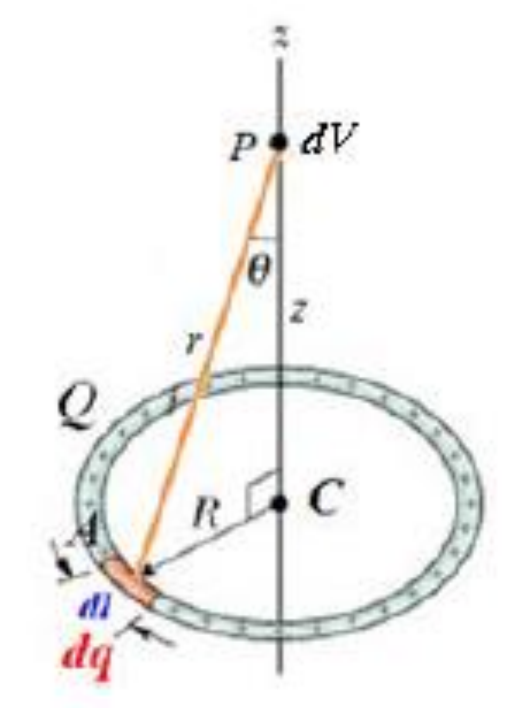
O noktasındaki toplam elektrik potansiyeli:

$$dV = k\frac{dq}{r} = k\lambda\frac{dl}{R} = k\lambda\frac{Rd\theta}{R} = k\lambda d\theta \quad \rightarrow \quad V = k\lambda\int_0^{\phi} d\theta = k\lambda\phi$$

$\phi = \pi$ (yarım çember) $\rightarrow$ $V = k\lambda\pi = \dfrac{\lambda}{4\varepsilon_0}$

$\phi = 2\pi$ (tam çember) $\rightarrow$ $V = k\lambda 2\pi = \dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0}$

Örnek : Q yükü R yarıçaplı bir çember üzerine düzgün olarak dağılmıştır. Çemberin merkezinden dik olarak geçen z-ekseni üzerinde ve merkezden z kadar uzaktaki P noktasında elektrik potansiyelini bulunuz.



Çember üzerinde seçilen dl elemanının yükü

$dq = \lambda dl = (Q / 2\pi R)dl$ ile verilir.

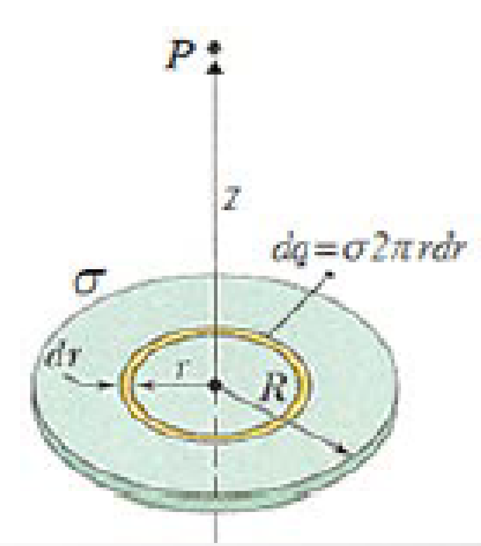
P noktasındaki toplam elektrik potansiyeli:

$$dV = k\frac{dq}{r} = k\left(\frac{Q}{2\pi R}\right)\frac{dl}{r} \rightarrow \quad V = k\left(\frac{Q}{2\pi R}\right)\frac{1}{r}\oint dl = k\frac{Q}{r}$$

$$\oint dl = 2\pi R$$

$$V = k\frac{Q}{\sqrt{z^2 + R^2}} \quad ; \begin{cases} z = 0 \rightarrow V = k\dfrac{Q}{R} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{(Q / 2\pi R)}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0} \\ z \rightarrow \infty \rightarrow V = k\dfrac{Q}{z} \text{ (nokta yükün potansiyeli)} \end{cases}$$

Örnek : Yarıçapı R olan ince bir disk düzgün σ yüzey yük yoğunluğuna sahiptir. Diskin merkezinden dik olarak geçen eksen üzerinde ve merkezden z kadar uzaktaki bir P noktasında elektrik potansiyelini bulunuz.



Toplam yükü Q olan bir çemberin potansiyeli : $V = k\dfrac{Q}{\sqrt{z^2+r^2}}$

Seçilen çemberin toplam yükü dq, potansiyeli dV dir.

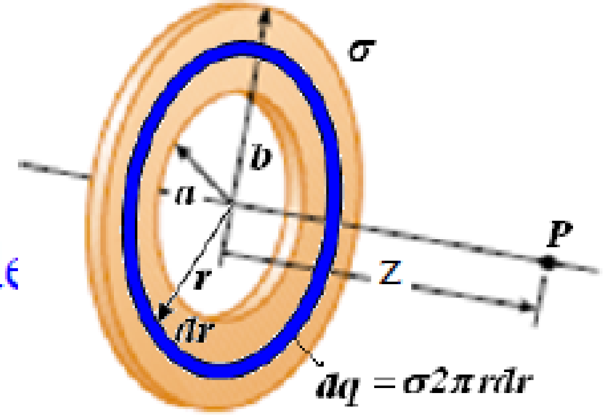
$$dV = k\frac{dq}{\sqrt{z^2+r^2}} = k\frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

$$V = \int_0^R dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{rdr}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+r^2}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+R^2} - z\right]$$

Örnek : İç yarıçapı a ve dış yarıçapı b olan ince bir disk düzgün σ yüzey yük yoğunluğuna sahiptir. Diskin merkezinden dik olarak geçen eksen üzerinde ve merkezden z kadar uzaktaki bir P noktasında elektrik potansiyelini bulunuz.



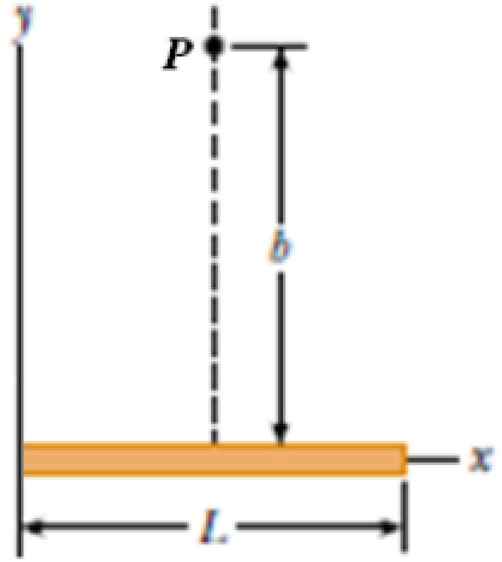
Toplam yükü Q olan bir çemberin potansiyeli : $V = k\dfrac{Q}{\sqrt{z^2+r^2}}$

Seçilen çemberin toplam yükü dq, potansiyeli dV dir.

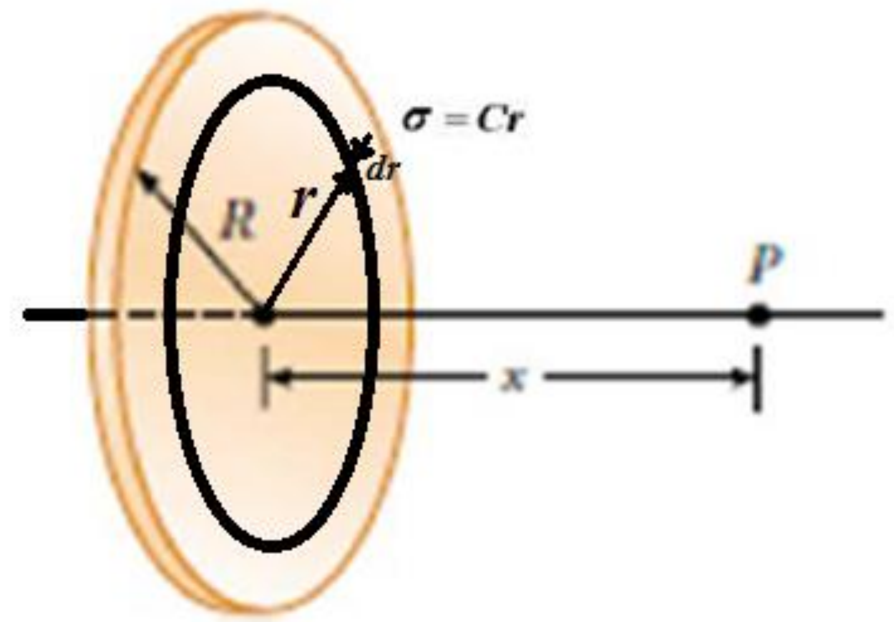
$$dV = k\frac{dq}{\sqrt{z^2+r^2}} = k\frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{z^2+r^2}} \Rightarrow V = \int_a^b dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_a^b \frac{rdr}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+r^2}\right]_a^b = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+b^2}-\sqrt{z^2+a^2}\right]$$

ÖDEV : Şekilde L uzunluğunda ve $\lambda = \alpha x$ yük yoğunluğuna sahip ince bir çubuk verilmiştir. Burada α pozitif bir sabit ve x çubuğun sol ucundan olan uzaklıktır. Çubuğun ortasından dik doğrultuda b kadar uzaklıkta bir P noktasındaki elektrik potansiyeli bulunuz.

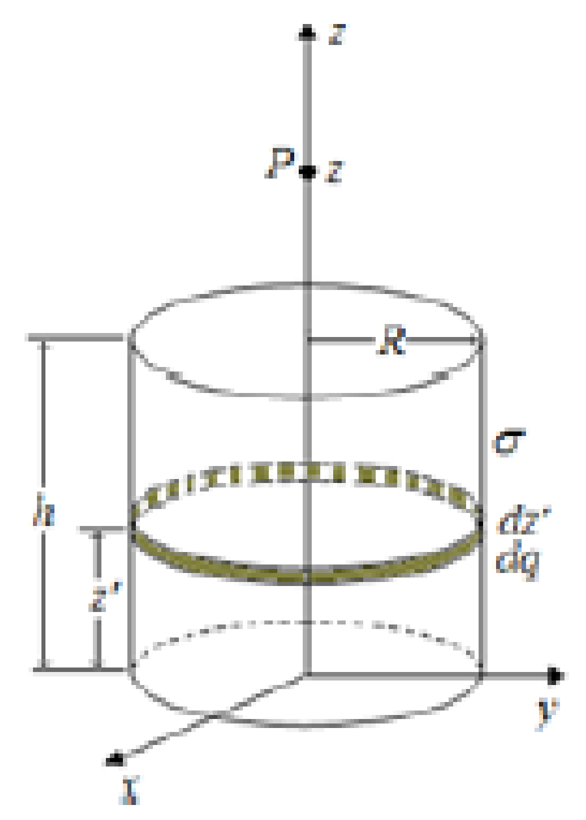


ÖDEV : Yarıçapı R olan ince bir disk $\sigma = Cr$ ile değişen yüzey yük yoğunluğuna sahiptir. C pozitif bir sabit ve r disk merkezinden olan uzaklıktır. Diskin merkezinden dik olarak geçen eksen üzerinde ve merkezden x kadar uzaktaki bi[r] P noktasında elektrik potansiyelini bulunuz.



nobel

Örnek : Yarıçapı R ve yüksekliği h olan ince silindirik bir kabuk, xy-düzlemine tabanı orijinde olacak şekilde yerleştirilmiştir. Silindir düzgün σ yük yoğunluğuna sahip olduğuna göre, ekseni üzerindeki herhangi bir noktadaki (P) elektrik potansiyelini bulunuz.



Toplam yükü Q olan bir çemberin potansiyeli : $V = k\dfrac{Q}{\sqrt{z^2+r^2}}$

Seçilen çemberin toplam yükü dq, potansiyeli dV dir.

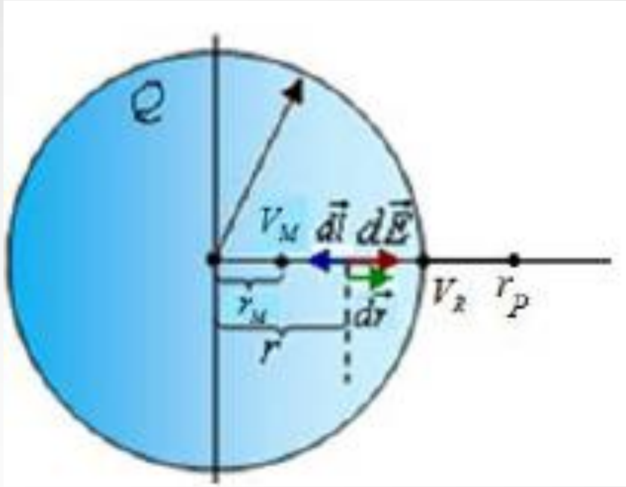
$$dV = k\frac{dq}{\sqrt{(z-z')^2+R^2}} = k\frac{\sigma 2\pi R dz'}{\sqrt{(z-z')^2+R^2}} \Rightarrow V = \int_0^h dV = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\int_0^h \frac{dz'}{\sqrt{(z-z')^2+R^2}}$$

$$V = -\ln\left[2\left(\sqrt{(z-z')^2+R^2}+z-z'\right)\right]_0^h = \ln\left[\frac{\sqrt{z^2+R^2}+z}{\sqrt{(z-h)^2+R^2}+z-h}\right]$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{(a-x)^2+b^2}} = -\ln\left[2\left(\sqrt{(a-x)^2+b^2}+a-x\right)\right]$$

alınmıştır

Örnek : Yarıçapı R olan bir küre düzgün ρ hacimsel yük yoğunluğuna sahiptir. Sonsuzun potansiyelini sıfır kabul ederek, küre dışında ve küre içinde elektrik potansiyelini bulunuz.



$$V_P - V_\infty = -\int_\infty^{r_P} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_\infty^{r_P} E\,dl\cos(180) \quad ; \ [dl = -dr]$$

$$V_P - V_\infty = -\int_\infty^{r_P} E(-dr) = \int_\infty^{r_P} E\,dr = kQ\int_\infty^{r_P} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_P = kQ\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^{r_P} = k\frac{Q}{r_P} \qquad \boxed{V(r) = k\frac{Q}{r} \ ; \ r > R}$$

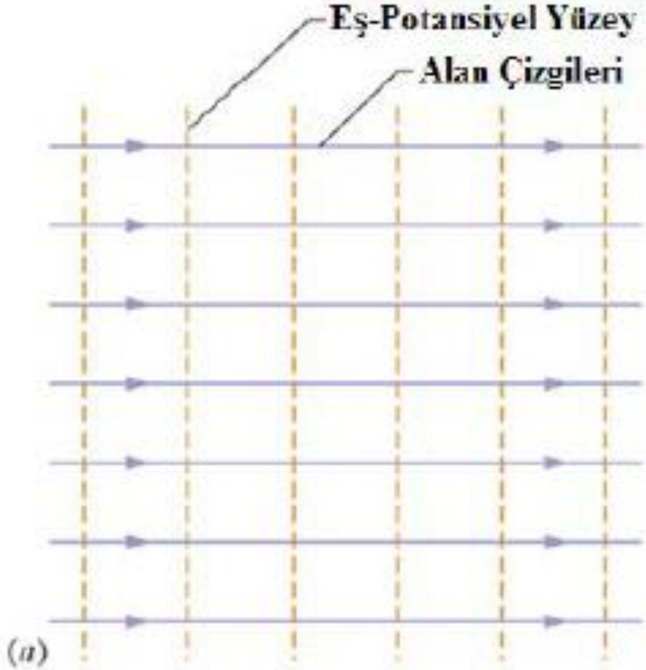
$$V_M - V_R = -\int_R^{r_M} E\,dr = -\int_R^{r_M}\left(k\frac{Qr}{R^3}\right)dr = -\frac{kQ}{R^3}\int_R^{r_M} r\,dr = -\frac{kQ}{2R^3}\left(r_M^2 - R^2\right)$$

$$V_M = \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{2R^3}\left(r_M^2 - R^2\right) \rightarrow V(r) = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad ; \ r < R$$

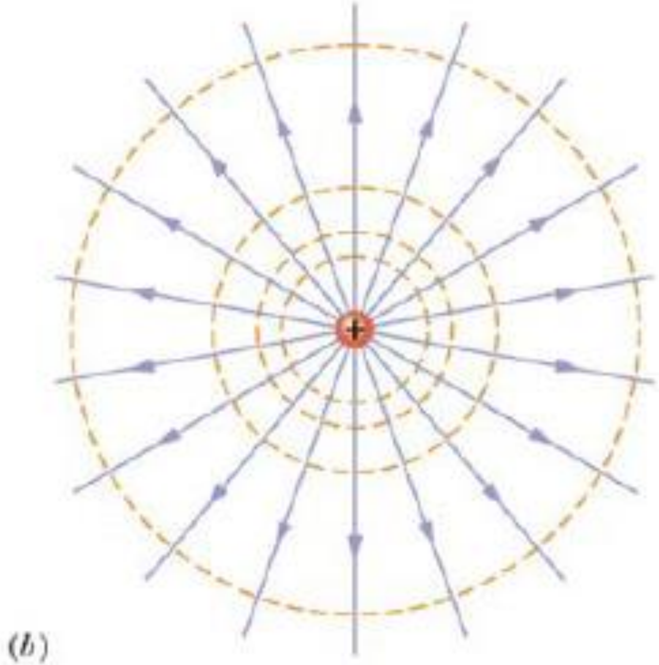
nobel

Eş - Potansiyel Yüzeyler ve Elektrik alan Çizgileri :

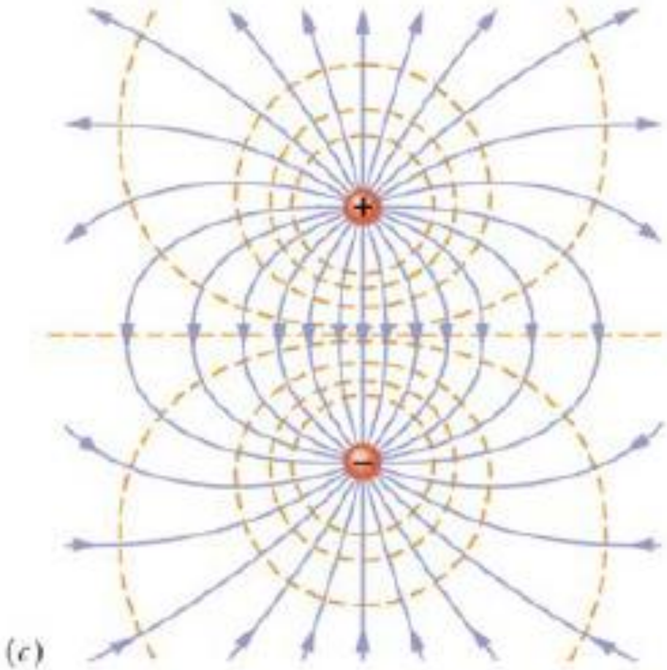
Düzgün Elektrik Alan



İzole Nokta Yük



Elektrik Dipol



q Nokta Yükü için Eş - Potansiyel Yüzeyler :

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \text{sabit} \quad \rightarrow \quad r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 V} = \text{sabit}$$

q nokta yükünü merkez alan r yarıçaplı küresel yüzeyler, eş-potansiyel yüzeylerdir.

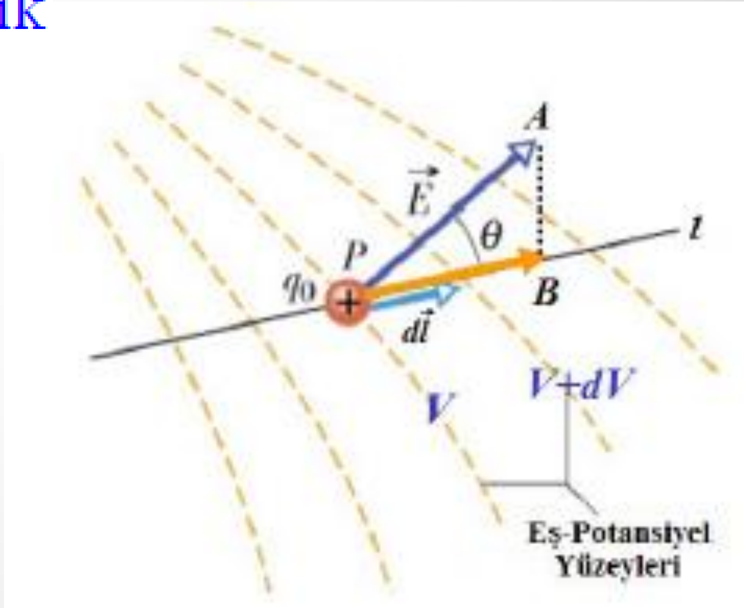
$$W = -q_0 dV \qquad \text{(Eş-1)}$$

$$W = Fdl\cos\theta = Eq_0 dl\cos\theta \qquad \text{(Eş-2)}$$

$$Eq_0 dl\cos\theta = -q_0 dV \rightarrow E\cos\theta = -\frac{dV}{dl}$$

bulunur. PAB dik üçgeninden $E\cos\theta$ teriminin, $\vec{E}$ elektrik alanının l doğrultusundaki bileşeni olduğu görülür.

Böylece, $E_l = -\dfrac{\partial V}{\partial l}$ sonucuna ulaşılır.



$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad ; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Örnek : Uzayın belli bir bölgesindeki elektrik potansiyeli, $V(x,y,z)=5x-3x^2y+2yz^2$ (V) ile veriliyor. Bölgedeki elektrik alan bileşenlerini bulunuz. $(1,\ 0,\ -2)$ noktasındaki elektrik alan şiddetini hesaplayınız.

$$E_l=-\frac{dV}{dl}\rightarrow \left.\begin{aligned} E_x&=-\frac{d}{dx}(5x-3x^2y+2yz^2)=-5+6xy\\ E_y&=-\frac{d}{dy}(5x-3x^2y+2yz^2)=3x^2-2z^2\\ E_z&=-\frac{d}{dz}(5x-3x^2y+2yz^2)=-4yz \end{aligned}\right\}$$

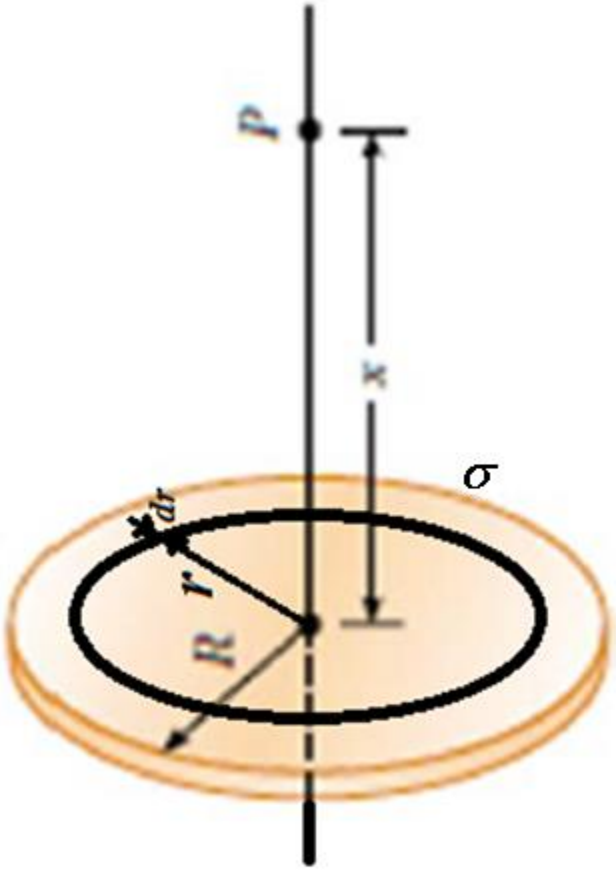
$$(1,\ 0,\ -2)\rightarrow E_x=-5\ \text{V/m}\ ;\ E_y=3-2*4=-5\ \text{V/m}\ ;\ E_z=0$$

$$E=\sqrt{(-5)^2+(-5)^2+(0)^2}=25\sqrt{2}\ \text{V/m}$$

Örnek : Yarıçapı R olan ve düzgün σ yüzey yük yoğunluğuna sahip bir diskin, merkezinden dik olarak geçen z - ekseni üzerinde oluşturduğu potansiyel

$$V(z)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+R^2}-z\right]$$

ile verilmektedir. Diskin bu eksen üzerinde oluşturduğu elektrik alanını bulunuz.



$$E_z=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

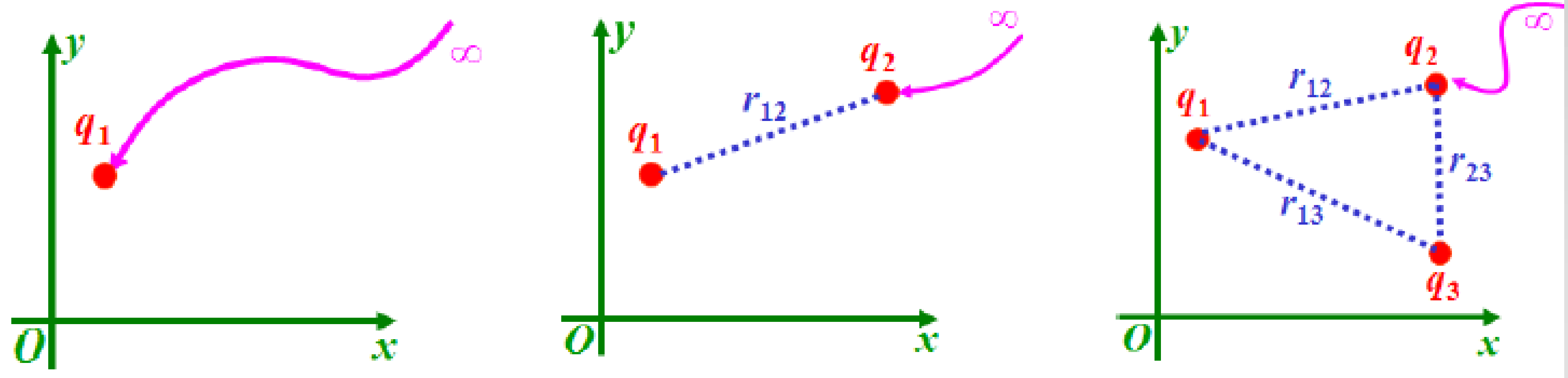
$$E_l=-\frac{dV}{dl}\rightarrow$$

$$E_z=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{d}{dz}\left[\sqrt{z^2+R^2}-z\right]$$

$$E_z=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\left(z^2+R^2\right)^{-1/2}2z-1\right]$$

$$E_z=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

Nokta Yük Sisteminin Potansiyel Enerjisi (U):



q_1 in getirilmesi : $W_1 = q_1(\Delta V) = 0$

q_2 nin getirilmesi : $W_2 = q_2(V_{12} - 0) = \dfrac{q_2 q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$

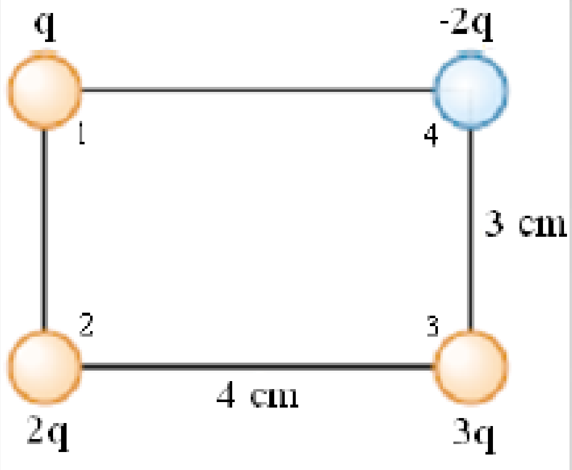
q_3 ün getirilmesi : $W_3 = q_3(V_{13} + V_{23} - 0) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q_1 q_3}{r_{13}} + \dfrac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$

$W = W_1 + W_2 + W_3 \rightarrow$ $W = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + \dfrac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}} + \dfrac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}}$

n tane nokta yükten oluşan bir sistemin elektrik potansiyel enerjisini matematiksel olarak,

$$\boxed{U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}}}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$



Örnek : Şekildeki dört noktasal yükü biraraya getirmek için gerekli işi hesaplayınız. ($q = 5.0\ \mu C$ alınız).

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_1 q_4}{r_{14}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}} + k\frac{q_2 q_4}{r_{24}} + k\frac{q_3 q_4}{r_{34}}$$

$$U = \frac{kq^2}{10^{-2}}\left[\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{4}{5} - \frac{6}{3}\right] = \frac{kq^2}{10^{-2}}\left[-\frac{4}{3} + 1 - \frac{1}{5}\right]$$

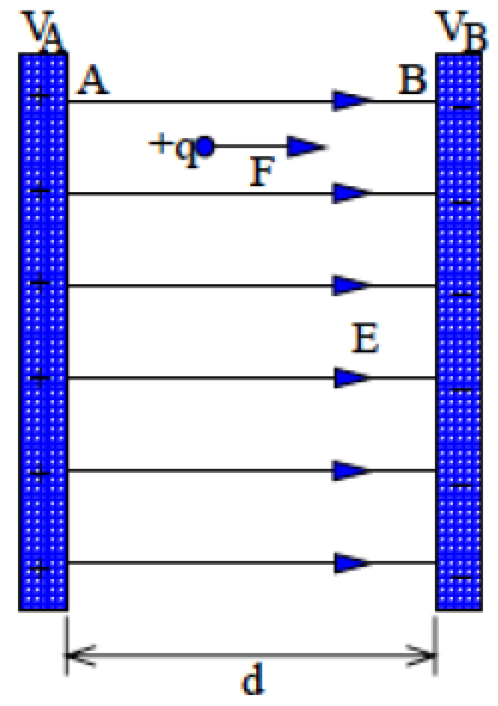
$$U = \frac{\left(9\times10^{9}\right)\left(5\times10^{-6}\right)^2}{10^{-2}}\left[1 - \frac{23}{15}\right] = 22.5\left(-\frac{8}{15}\right) = -12\ \mathrm{J}$$

4.2. ELEKTRİK ALAN VE POTANSİYEL

4.2.6. Yüklü Paralel Levhalar Arasında Potansiyel

Zıt yüklü iki paralel levha arasındaki elektrik alan düzgün ve plakalara diktir.

$$V = \vec{E}.\vec{d} = E.d$$

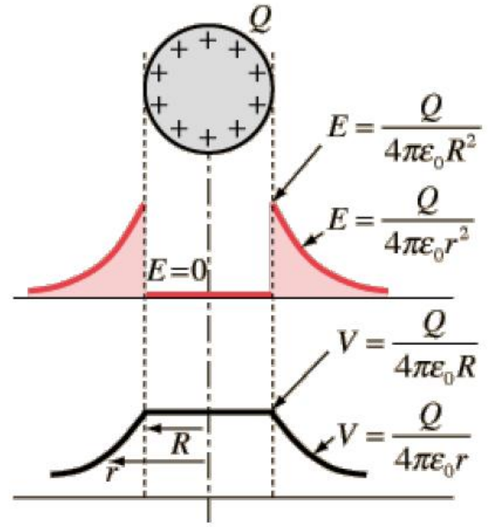


Şekil 4.9. Yüklü paralel levhalar arası potansiyel

4.2. ELEKTRİK ALAN VE POTANSİYEL

4.2.7. Yüklü İletken Kürenin Potansiyeli

Yüklü bir kürenin elektrik alanını incelemek için Gauss yasasının kullanımı; küre içinde elektrik alanın sıfır olduğunu ve küre dışında elektrik alanın noktasal bir yükün elektrik alanı ile bulunabildiğini göstermektedir. Bu nedenle potansiyel de noktasal bir yükün potansiyeli ile aynıdır.



Şekil 4.10. Yüklü iletken kürenin potansiyeli

$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_{iç} = \frac{kQ}{R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

4.3. ELEKTRİKSEL POTANSİYEL ENERJİ

Elektrik alan içinde v hızı ile hareket eden ve m kütlesine sahip bulunduğu noktaların potansiyelleri sırasıyla V_1 ve V_2 olan bir q yükünün toplam enerjisi;

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \sum \frac{Q}{r}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + qV_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + qV_2$$

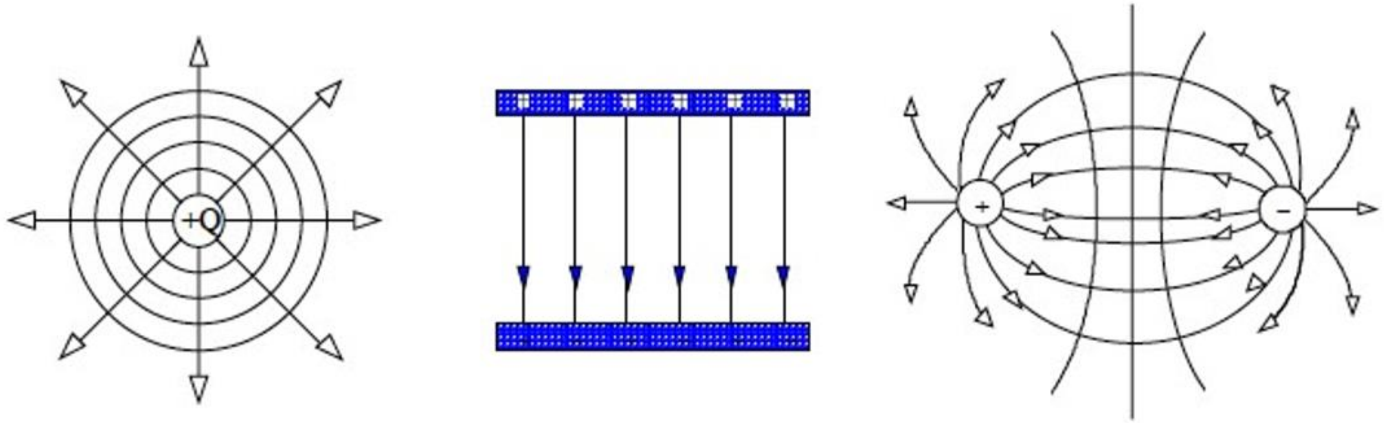
$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W = -\Delta U \text{ olduğundan}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = q(V_1 - V_2) = q\Delta V$$

$$\Delta U = -q.E.d$$

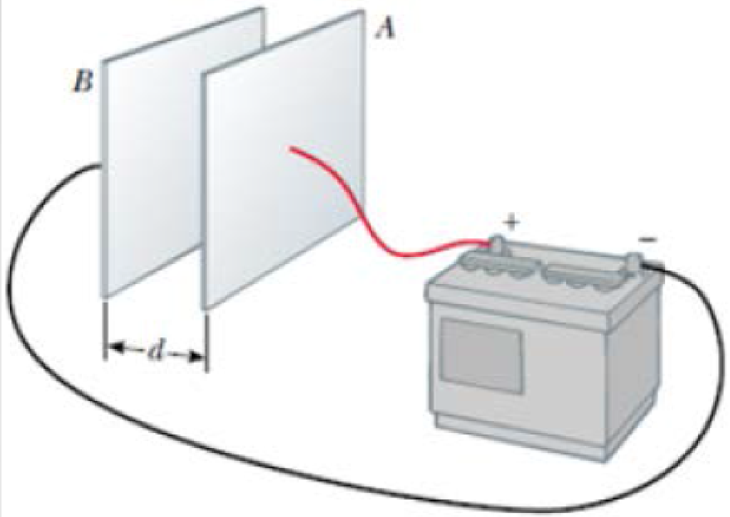
4.4. EŞ POTANSİYEL YÜZEYLER

Şekil 4.11'de bir pozitif yükün, paralel yüklü levhanın ve bir pozitif ve bir negatif yükten oluşan bir sistemin eş potansiyel yüzeyleri görülmektedir. Şekillerde görülen ok işaretli çizgiler elektrik alan çizgileri, oksuz eğrisel çizgiler ise eş potansiyel yüzey çizgilerini göstermektedir. Eş potansiyel yüzey kavramı uygulamaları kolaylaştırmak amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir.

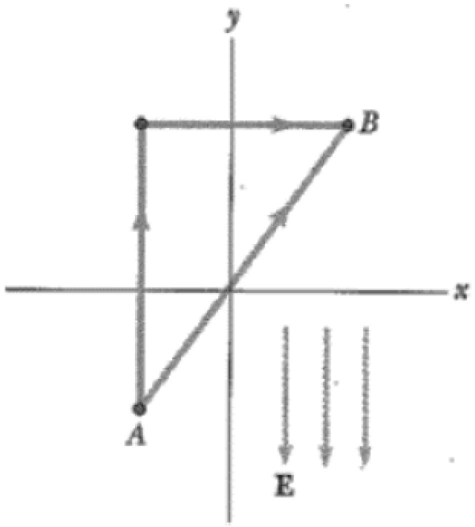


Şekil 4.11. Eş potansiyel yüzeyler

ÖRNEKLER



10 V'luk bir batarya iki paralel plaka arasında şekilde görüldüğü gibi bağlanmıştır. Plakalar arasındaki uzaklık $d = 5\ mm$ ve Elektrik alanın düzgün olduğu varsayılırsa plakalar arasındaki elektrik alan nedir?



Şekildeki gibi –y ekseni doğrultusunda düzgün bir elektrik alan 400 V/m şiddetinde olsun. Bu şekildeki A noktasının koordinatları $(-20; -30)\ cm$ ve B noktasının koordinatları $(-40; -50)\ cm$ 'dir. $V_B - V_A$ potansiyel farkını hesaplayınız.