12/08/2022

SAÜ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. c_1 ve c_2 keyfi sabitler olmak üzere $y = c_1 x + \frac{c_2}{x}$ eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi elde ediniz. Elde ettiğiniz denklemin mertebe, derece ve lineerliğini belirtiniz.

2. $xy' = x^4 (y-x)^2 + y$ denklemi için önce $y = ax \left(a \in R\right)$ şeklinde bir özel çözüm araştırınız. Daha sonra bu özel çözüm yardımıyla genel çözümünü bulunuz

3. $y = xp + \sqrt{a^2 p^2 + b^2}$ $\left(p = y', a \text{ ve } b \text{ sabitler.}\right)$ denkleminin genel çözümünü ve varsa aykırı çözümünü bulunuz.

4. Karakteristik denkleminin kökleri $3 \mp 5i, 3 \mp 5i, -\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 0, 4, 4, 4$ olan sabit katsayılı lineer homojen denkleme ilişkin,

a) Lineer bağımsız çözümler için temel çözümler kümesini yazınız.

b) Denklemin genel çözümünü yazınız.

SÜRE: 70 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİM.

1) $y = c_1 x + c_2 x^{-1}$

5 $y' = c_1 - c_2 x^{-2}$

5 $y'' = 2c_2 x^{-3}$

$c_2 = \frac{1}{2} x^3 y''$ 5

$c_1 = y' + \frac{1}{2} x y''$

$\Rightarrow$ 5 $\boxed{x^2 y'' + x y' - y = 0}$

2. mrt, 1. drc linear 5

2) $x y' = x^4 (y-x)^2 + y$

$y = ax$ ile $a=1$

5 $y_1 = x$ $\Rightarrow$ 3 $y = x + \frac{1}{u}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x u' + u = -x^4}$ linear

5

$\lambda = x$ $\boxed{u = -\frac{1}{5} x^4 + \frac{c_1}{x}}$ 7

$$\boxed{y = x + \frac{1}{-\frac{x^4}{5} + \frac{c_1}{x}}}$$ 5

3) $y = xp + \sqrt{a^2p^2+b^2}$ Clairaut

x'e göre türev alınırsa 2

$$p = p + x\frac{dp}{dx} + \frac{a^2p}{\sqrt{a^2p^2+b^2}}\frac{dp}{dx} \quad 5$$

$$\frac{dp}{dx}\left(x + \frac{a^2p}{\sqrt{a^2p^2+b^2}}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \quad 3$$

$$\Rightarrow \boxed{y = cx + \sqrt{a^2c^2+b^2}}$$ Genel Çözüm 5

$$5 \quad \left.\begin{array}{l} x + \dfrac{a^2p}{\sqrt{a^2p^2+b^2}} \\ y = xp + \sqrt{a^2p^2+b^2} \end{array}\right\} \quad \boxed{y = \frac{b}{a}\frac{a^2+x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}}$$ Aykırı Çözüm

5

4) $T.Ç.K = \{e^{3x}\cos 5x, e^{3x}\sin 5x, xe^{3x}\cos 5x, xe^{3x}\sin 5x,$ 5

$e^{-\sqrt{3}x}, xe^{-\sqrt{3}x}, 1, e^{4x}, xe^{4x}, x^2e^{4x}\}$ 4

$$y = \overbrace{e^{3x}\cos 5x\,(c_1 + c_2x)}^{5} + \overbrace{e^{3x}\sin 5x\,(c_3 + c_4x)}^{5} + \overbrace{e^{-\sqrt{3}x}(c_5 + c_6x)}^{4}$$

$$+ \underbrace{c_7}_{1} + \underbrace{e^{4x}(c_8 + c_9x + c_{10}x^2)}_{5}$$