تکلیف تئوری دوم

مهسا امینی ۹۸۱۷۸۲۳

سوال یک:

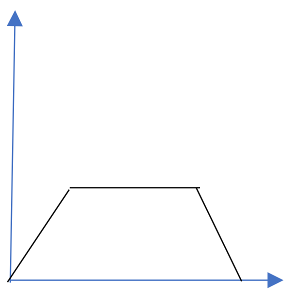
یک مجموعه ی فازی باید ویژگی های زیر را داشته باشد:

Coverage

Semantic soundness

باید این دو شرط را برای هر دو مجموعه بررسی کنیم.

مجموعه ی یک به شکل زیر خواهد بود:



که شرط اول یعنی coverage را برقرار نیست پس این مجموعه فازی نیست.

مجموعه ی دوم هر دو شرط را ارضا میکند پس فازی هست.

سوال دو:

Max-min composition

Max product composition

$$\max-\min \rightarrow \begin{bmatrix} \max(\min(0.7,0.8),\min(0.6,0.1)) & \max(\min(0.7,0.5),\min(0.6,0.6)) & \max(\min(0.7,0.4),\min(0.6,0.7)) \\ \max(\min(0.8,0.8),\min(0.3,0.1)) & \max(\min(0.8,0.5),\min(0.3,0.6)) & \max(\min(0.8,0.4),\min(0.3,0.7)) \end{bmatrix}$$

$$\max-\min \rightarrow \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\max-\mathit{product} = \begin{bmatrix} \max(0.56,0.06) & \max(0.35,0.36) & \max(0.28,0.42) \\ \max(0.64,0.03) & \max(0.4,0.18) & \max(0.32,0.21) \end{bmatrix}$$

$$\max-\mathit{product} = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.36 & 0.42 \\ 0.64 & 0.4 & 0.32 \end{bmatrix}$$

سوال سه

توابع t norm دارای خاصیت های زیرهستند:

$$1)T(a,b)=T(b,a)$$
$$2)T(a,T(b,c))=T(T(a,b),c)$$
$$3)if \quad b\le c \quad then \quad T(a,b)\le T(a,c)$$
$$4)T(a,1)=a, \quad T(a,0)=0$$

بررسی خاصیت اول:

$$T(b,a)=\begin{cases}\min(b,a) & if\,(b+a)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$$T(a,b)=\begin{cases}\min(a,b) & if\,(a+b)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

که این دو برابر هستند پس خاصیت یک برقرار است.

بررسی خاصیت دو:

$$T(b,c)=\begin{cases}\min(b,c) & if\,(b+c)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$if\,(b+c)>1$

$$T(a,T(b,c))=T(a,\min(b,c))=\begin{cases}\min(a,\min(b,c))=\min(a,b,c) & if\,(a+\min(b,c))>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$o.w$

$$T(a,T(b,c))=T(a,0)=0$$

$$T(a,b)=\begin{cases}\min(a,b) & if\,(a+b)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$if\,(a+b)>1$

$$T(T(a,b),c)=T(\min(a,b),c)=\begin{cases}\min(\min(a,b),c)=\min(a,b,c) & if\,(\min(a,b)+c)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$o.w$

$T(T(a,b),c)=T(0,c)=0$

$T(T(a,b),c)=T(a,T(b,c))=\min(a,b,c)$

حال باید مقادیر مختلف a و b و c را چک کنیم که در مجموع شش حالت میشود:

$a<b<c$

$T(a,T(b,c))\rightarrow b+c>1 \quad , \quad a+b>1$

$T(T(a,b),c)\rightarrow a+c>1 \quad , \quad a+b>1$

چون $a<b$ اگر $a+c>1$ در این صورت $b+c>1$ نیز برقرار است پس میتوان $b+c>1$ را با $a+c>1$ جایگزین کرد. پس شرط ها یکی میشوند.

پس در نهایت $T(T(a,b),c)$ معادل است با $T(a,T(b,c))$

برای ۵ تای دیگر نیز به همین روش عمل میکنیم.

بررسی خاصیت سه:

$if \quad b\le c \quad then \quad a+b\le a+c$

$$a+b=T_1\begin{cases}\min(a,b) & (a+b)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

$$a+c=T_2\begin{cases}\min(a,c) & (a+c)>1\\ 0 & ow\end{cases}$$

طبق فرض $b \le c$ سه حالت داریم:

$1) a \le b \le c$
$2) b \le a \le c$
$3) b \le c \le a$

بررسی حالت اول:

$$T_1 = \begin{cases} a & (a+b) > 1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} a & (a+c) > 1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_1 = T_2$$

بررسی حالت دوم:

$$T_1 = \begin{cases} b & (a+b) > 1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} a & (a+c) > 1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_1 \le T_2$$

بررسی حالت سوم:

$$T_1 = \begin{cases} b & (a+b) > 1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} c & (a+c)>1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

$$T_1 \le T_2$$

بررسی خاصیت چهار:

$$T(a,1) = \begin{cases} \min(a,1) & (a+1)>1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

اگر $a>0$ باشد در این صورت شرط $(a+1)>1$ برقرار است و مقدار $\min(a,1)$ نیز برابر a میشود اگر $a=0$ باشد در این صورت مقدار باز هم برابر صفر که میشود که $a=0$

پس در کل داریم:

$$T(a,1)=a$$

$$T(a,0) = \begin{cases} \min(a,0) & (a+0)>1 \\ 0 & ow \end{cases}$$

که واضح است همواره وارد حالت دوم میشود پس:

$$T(a,0)=0$$

سوال چهار

الف)

$$\begin{array}{llll} f\ A & then & B \\ if\ \bar{A} & then & C \\ if\ \bar{C} & then & B \\ if\ C & then & A \end{array}$$

$$R=\max\left[\min(A(x),B(y)),\min(\bar{A}(x),C(y)),\min(\bar{C}(x),B(y)),\min(C(x),A(y))\right]$$

$$R_{11}=\max\left[\min(0.6,0.2),\min(0.4,0.2),\min(0.8,0.2),\min(0.2,0.6)\right]=0.2$$

$$R_{12}=\max\left[\min(0.6,0.5),\min(0.4,0.9),\min(0.8,0.5),\min(0.2,0.8)\right]=0.5$$

$$R_{13}=\max\left[\min(0.6,0.7),\min(0.4,0.4),\min(0.8,0.7),\min(0.2,0.4)\right]=0.7$$

$$R_{14}=\max\left[\min(0.6,0.9),\min(0.4,0.1),\min(0.8,0.9),\min(0.2,0.2)\right]=0.8$$

$$R_{21}=\max\left[\min(0.8,0.2),\min(0.2,0.2),\min(0.1,0.2),\min(0.9,0.6)\right]=0.6$$

$$R_{22}=\max\left[\min(0.8,0.5),\min(0.2,0.9),\min(0.1,0.5),\min(0.9,0.8)\right]=0.8$$

$$R_{23}=\max\left[\min(0.8,0.7),\min(0.2,0.4),\min(0.1,0.7),\min(0.9,0.7)\right]=0.7$$

$$R_{24}=\max\left[\min(0.8,0.9),\min(0.2,0.1),\min(0.1,0.9),\min(0.9,0.2)\right]=0.8$$

$$R_{31}=\max\left[\min(0.4,0.2),\min(0.6,0.2),\min(0.6,0.2),\min(0.4,0.6)\right]=0.4$$

$$R_{32}=\max\left[\min(0.4,0.5),\min(0.6,0.9),\min(0.6,0.5),\min(0.4,0.8)\right]=0.6$$

$$R_{33}=\max\left[\min(0.4,0.7),\min(0.6,0.4),\min(0.6,0.7),\min(0.4,0.4)\right]=0.6$$

$$R_{34}=\max\left[\min(0.4,0.9),\min(0.6,0.1),\min(0.6,0.9),\min(0.4,0.2)\right]=0.4$$

$$R_{41}=\max\left[\min(0.2,0.2),\min(0.8,0.2),\min(0.9,0.2),\min(0.1,0.6)\right]=0.2$$

$$R_{42}=\max\left[\min(0.2,0.5),\min(0.8,0.9),\min(0.9,0.7),\min(0.1,0.4)\right]=0.8$$

$$R_{43}=\max\left[\min(0.2,0.7),\min(0.8,0.4),\min(0.9,0.7),\min(0.1,0.4)\right]=0.7$$

$$R_{44}=\max\left[\min(0.2,0.9),\min(0.8,0.1),\min(0.9,0.9),\min(0.1,0.2)\right]=0.9$$

$$R=\begin{bmatrix}0.2 & 0.5 & 0.7 & 0.8\\ 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.8\\ 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.2 & 0.8 & 0.7 & 0.9\end{bmatrix}$$

ب)

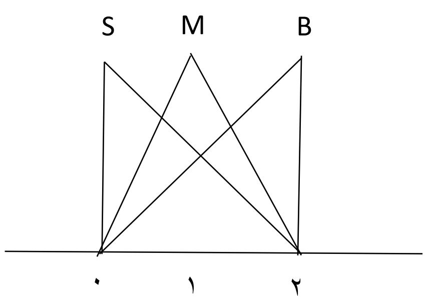
$A \quad and \quad C$

$$AC=\left\{\frac{0.2}{1},\frac{0.8}{2},\frac{0.4}{3},\frac{0.1}{4}\right\}$$

$$D = AC \quad o \quad R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.7 & 0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.8 \\ 0.2 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.2 & 0.8 & 0.7 & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$D(1) = \max\left[\min(0.2, 0.2), \min(0.8, 0.6), \min(0.4, 0.4), \min(0.1, 0.2)\right] = 0.6$$
$$D(2) = \max\left[\min(0.2, 0.5), \min(0.8, 0.8), \min(0.4, 0.6), \min(0.1, 0.8)\right] = 0.8$$
$$D(3) = \max\left[\min(0.2, 0.7), \min(0.8, 0.7), \min(0.4, 0.6), \min(0.1, 0.7)\right] = 0.7$$
$$D(4) = \max\left[\min(0.2, 0.8), \min(0.8, 0.8), \min(0.4, 0.6), \min(0.1, 0.9)\right] = 0.8$$
$$D = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

سوال پنج



معادله ی خطوط

$$->0$$
$$->-\frac{1}{2}x+1$$
$$->x$$
$$->2-x$$
$$->\frac{1}{2}x$$
$$->2$$

برای بقیه نیز همین شکل وجود دارد.

$x, y, z \in [0,1]$

$$\rightarrow \lambda_1(x) = -\frac{1}{2}x + 1, \qquad \lambda_2(x) = x, \qquad \lambda_3(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\lambda_1(y) = -\frac{1}{2}y + 1, \qquad \lambda_2(y) = y, \qquad \lambda_3(y) = \frac{1}{2}x$$

$$\lambda_1(z) = -\frac{1}{2}z + 1, \qquad \lambda_3(z) = z, \qquad \lambda_3(z) = \frac{1}{2}x$$

$$\lambda_1(x, y, z) = \min[-\frac{1}{2}x + 1, -\frac{1}{2}y + 1, -\frac{1}{2}z + 1]$$

$$\lambda_2(x, y, z) = \min[x, y, z]$$

$$\lambda_3(x, y, z) = \min[\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}z]$$

$x, y, z \in [1,2]$

$$\rightarrow \lambda_1(x) = -\frac{1}{2}x + 1, \qquad \lambda_2(x) = 2 - x, \qquad \lambda_3(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\lambda_1(y) = -\frac{1}{2}y + 1, \qquad \lambda_2(y) = 2 - y, \qquad \lambda_3(y) = \frac{1}{2}y$$

$$\lambda_1(z) = -\frac{1}{2}z + 1, \qquad \lambda_2(z) = 2 - z, \qquad \lambda_3(z) = \frac{1}{2}z$$

$$\lambda_1(x, y, z) = \min[-\frac{1}{2}x + 1, -\frac{1}{2}y + 1, -\frac{1}{2}z + 1]$$

$$\lambda_2(x, y, z) = \min[2 - x, 2 - y, 2 - z]$$

$$\lambda_2(x, y, z) = \min[\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}z]$$

خروجی:

$$Z = \frac{\min[-\frac{1}{2}x + 1, -\frac{1}{2}y + 1, -\frac{1}{2}z + 1](2x - y - z) + \min[x, y, z](x + 2y - 3z) + \min[\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}z](-2x - y + z)}{\min[-\frac{1}{2}x + 1, -\frac{1}{2}y + 1, -\frac{1}{2}z + 1] + \min[x, y, z] + \min[\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}z]}$$

ورودی را به عبارت بالا میدهیم:

$$Z = -\frac{1}{2}$$

سوال شش

$$ab \to y = 0.67x$$
$$bc \to y = -0.67x + 2$$
$$cd \to y = x - 1$$
$$de \to y = -x + 3$$
$$ef \to y = 0.5x - 0.5$$
$$fg \to y = -0.5x + 2.5$$

الف) روش مرکز ثقل

$$x^* = \frac{\int \mu\bar{c}(x).x\,dx}{\int \mu\bar{c}(x)\,dx}$$

$$x^* = \frac{\int_0^{1.5}(0.67x)x\,dx + \int_{1.5}^{1.8}(-0.67x+2)xdx + \int_{1.8}^{2}(x-1)xdx + \int_{2}^{2.33}(-x+3)xdx + \int_{2.33}^{3}(-0.5x-0.5)xdx}{\int_0^{1.5}(0.67x)\,dx + \int_{1.5}^{1.8}(-0.67x+2)dx + \int_{1.8}^{2}(x-1)dx + \int_{2}^{2.33}(-x+3)dx + \int_{2.33}^{3}(-0.5x-0.5)dx} = 2.5$$

ب)روش مرکز منطقه

$$A_1 = \int_0^{1.5}(0.67x)dx + \int_{1.5}^{1.8} -(0.67x+2)dx = 1.02$$
$$A_2 = \int_{1.8}^{2}(x-1)dx + \int_{2}^{2.33}(-x+3)dx = 0.46$$
$$A_3 = \int_{2.33}^{3}(0.5x-0.5)dx + \int_{3}^{5}(-0.5x+2.5)dx = 1.56$$

A_3 ازبقیه بزرگ تر است پس مرکز آن را حساب میکنیم.

$$x^* = \frac{\int \mu\bar{c}(x).x\,dx}{\int \mu\bar{c}(x)\,dx}$$

$$x^* = \frac{\int_{2.33}^{3} (0.5x - 0.5)xdx + \int_{3}^{5} (-0.5x + 2.5)xdx}{\int_{2.33}^{3} (0.5x - 0.5)dx + \int_{3}^{5} (-0.5x + 2.5)dx} = 3.3$$

ج) مساحت وزنی

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu\bar{c}_i(x_i)(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu\bar{c}_i(x_i)}$$

$$x^* = \frac{(1\times 1.5) + (1\times 2) + (1\times 3)}{1+1+1}$$

$$x^* = 2.25$$