سهیلا امینی به شماره دانشجویی ۹۸۱۷۸۲۳

سوال یک: برای اینکه سود نهایی را محاسبه کنیم باید profit را از هزینه کم کنیم. برای هر یک از بازیکنان داریم:

player 1 → $u_{q_1} = (a - q_1 - q_2 - q_3)q_1 - cq_1$

player 2 → $u_{q_2} = (a - q_1 - q_2 - q_3)q_2 - cq_2$

player 3 → $u_{q_3} = (a - q_1 - q_2 - q_3)q_3 - cq_3$

← چون q_2 و q_3 همزمان با هم انتخاب می‌کنند و در نوبت دوم انتخاب می‌کنند با به سراغ backward induction می‌رویم و ابتدا بازیکن 2 و 3 که در نوبت دوم انتخاب می‌کنند را بررسی می‌کنیم.

player 2 → $\frac{\partial u_{q_2}}{\partial q_2} = a - q_1 - 2q_2 - q_3 - c \qquad \frac{\partial u_{q_2}}{\partial q_2} = 0$

$2q_2 = a - c - q_1 - q_3 \qquad q_2 = \frac{a - c - q_1 - q_3}{2}$

player 3 → $\frac{\partial u_{q_3}}{\partial q_3} = a - q_1 - q_2 - 2q_3 - c \qquad \frac{\partial u_{q_3}}{\partial q_3} = 0$

$2q_3 = a - c - q_1 - q_2 \qquad q_3 = \frac{a - c - q_1 - q_2}{2}$

همچنین می‌دانیم q_2 و q_3 در شرایط مشابه هستند و یکسان اند

$q_2 = \frac{a - c - q_1 - q_2}{2} \rightarrow 3q_2 = a - c - q_1 \qquad q_2 = \frac{a - c - q_1}{3}$

و به طور مشابه برای q_3 هم داریم:

$q_3 = \frac{a - c - q_1}{3}$

حال که مقادیر q_2 و q_3 را پیدا کردیم به سراغ q_1 می‌رویم:

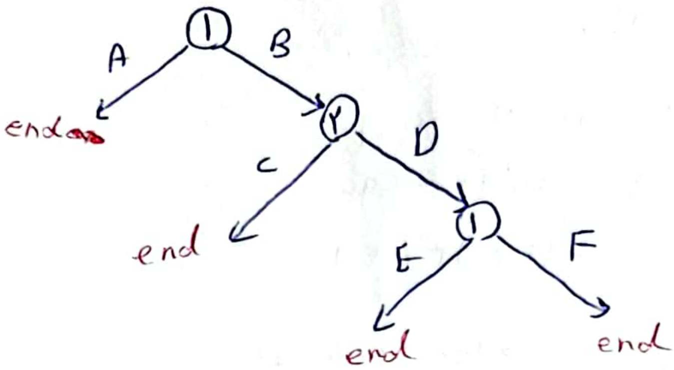
$u_{q_1} = \left(a - q_1 - \frac{2(a - c - q_1)}{3}\right)q_1 - cq_1 \qquad \frac{\partial u_{q_1}}{\partial q_1} = 0$

$a - 2q_1 - \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{4}{3}q_1 - c = 0 \qquad \frac{a}{3} - \frac{c}{3} = \frac{2}{3}q_1 \qquad \boxed{q_1 = \frac{a-c}{2}}$

$q_2 = \frac{a - c - \left(\frac{a-c}{2}\right)}{3} = \boxed{\frac{a-c}{6}} \qquad \boxed{q_3 = \frac{a-c}{6}}$

سوال ۲

a)



b) تعداد نودهای پایانی در این بازی ۴ است و تعداد information set ها برابر ۳ است

c) player 1 → 4   player 2 → 2

d)

	C	D
AE	۲،۰	۲،۰
AF	۲،۰	۲،۰
BE	۳،۱	۰،۰
BF	۳،۱	۱،۲

در این بازی ما ۳ نقطه‌ی nash equilibria پیدا کردیم که شامل نقاط (AE,D)، (AF,D) و (BE,C) است. در نقطه‌ی (BE,C) نسبت به دو نقطه‌ی nash دیگر برای ما Nash بهتری به حساب می‌آید. چون دو Nash دیگر توسط (BE,C) pareto dominated می‌شوند. حال اگر براساس backward induction تصمیم بازیکن شماره‌ی یک بین E و F نقطه‌ی F را انتخاب می‌کند حال بازیکن شماره‌ی ۲ براساس اینکه بازیکن یک F را انتخاب کرده است D را انتخاب می‌کند و حال بازیکن ۱ براساس payoff ها و انتخاب ها A را انتخاب می‌کند پس بدین معنا (AF,D) هم یک نقطه‌ی apealing است.

سوال سه ← a)

	۱	۲
T	(1,1,1)	(0,0,0)
B	(0,0,0)	(0,0,0)

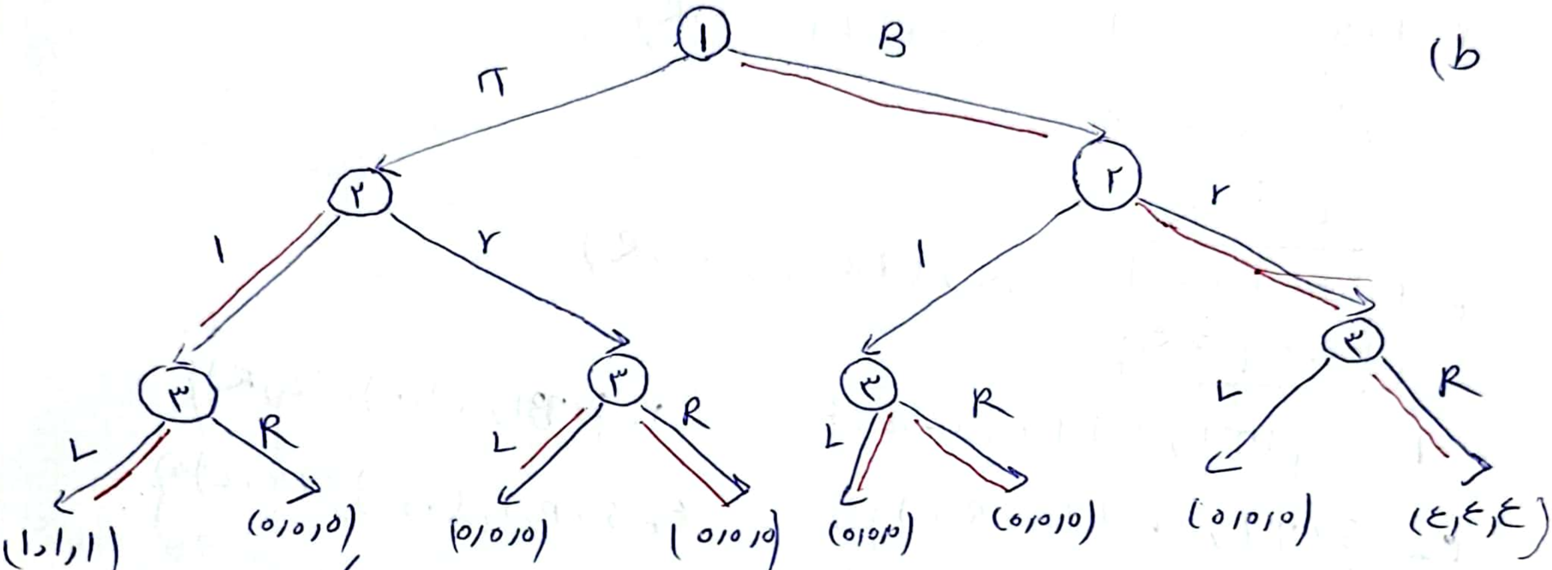
	۱	۲
T	(0,0,0)	(0,0,0)
B	(0,0,0)	(۴,۴,۴)

دو نقطه‌ی Nash داریم

① → (T, 1, L)

② → (B, ۲, R)

(b



همان طور که با رنگ قرمز نشان داده شده است player 1 ، B را انتخاب می‌کند player 2 ، ۲ را انتخاب می‌کند و player 3 هم R را انتخاب می‌کند.

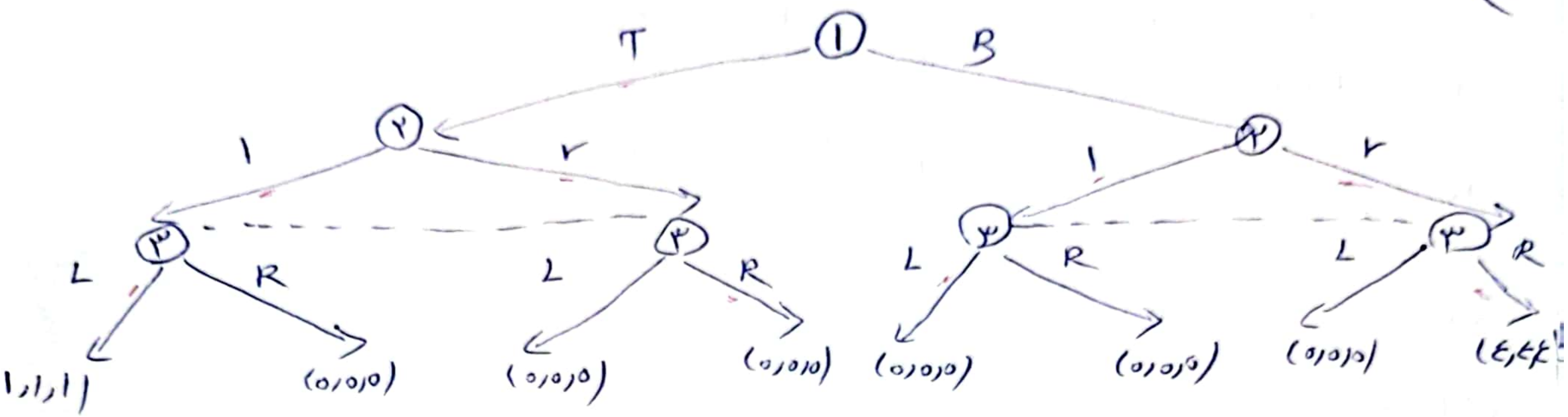
① → {(B), (1,۲), (L,L,L,R)}

② → {(B), (1,۲), (L,L,R,R)}

③ → {(B), (1,۲), (L,R,L,R)}

④ → {(B), (1,۲), (L,R,R,R)}

ج)



۲ \ ۳	L	R
۱	۱,۱	۰,۰
۲	۰,۰	۰,۰

$\rightsquigarrow$ (۱,L) , (۲,R)

۲ \ ۳	L	R
۱	۰,۰	۰,۰
۲	۰,۰	۴,۴

$\rightsquigarrow$ (۱,L) , (۲,R)

۱- {(T), (۱,۱), (L,L)}

۲- {(B), (۱,۲), (L,R)}

۳- {(T), (۲,۱), (R,L)}

۴- {(B), (۲,۱), (R,L)}

۵- {(B), (۲,۲), (R,R)}

سوال ۴ (۱۲)

$$1 \to \pi = [a-h_1-e_2]h_1 + [a-h_2-e_1]e_1 - c[h_1+e_1] - t_2 e_1$$

$$2 \to \pi = [a-h_2-e_1]h_2 + [a-h_1-e_2]e_2 - c[h_2+e_2] - t_1 e_2$$

$1 \to$ choose (h_1, e_1) $\qquad$ $2 \to$ choose (h_2, e_2)

$$1 \to \frac{\partial \pi}{\partial h_1} = a - 2h_1 - e_2 - c \qquad \frac{\partial \pi}{\partial e_1} = a - h_2 - 2e_1 - c - t_2$$

$$2 \to \frac{\partial \pi}{\partial h_2} = a - 2h_2 - e_1 - c \qquad \frac{\partial \pi}{\partial e_2} = a - h_1 - 2e_2 - c - t_1$$

$$1 \to \frac{\partial \pi}{\partial h_1} = 0 \quad h_1 = \frac{a-e_2-c}{2} \qquad \frac{\partial \pi}{\partial e_1} = 0 \quad e_1 = \frac{a-h_2-c-t_2}{2}$$

$$2 \to \frac{\partial \pi}{\partial h_2} = 0 \quad h_2 = \frac{a-e_1-c}{2} \qquad \frac{\partial \pi}{\partial e_2} = 0 \quad e_2 = \frac{a-h_1-c-t_1}{2}$$

$$h_1 = \frac{a - \left(\frac{a-h_1-c-t_1}{2}\right) - c}{2} \qquad h_1 = \frac{\frac{a}{2} + \frac{h_1}{2} - \frac{c}{2} + \frac{t_1}{2}}{2}$$

$$\frac{3}{4} h_1 = \frac{a-c+t_1}{4} \qquad h_1 = \frac{a-c+t_1}{3} \qquad h_2 = \frac{a-c+t_2}{3}$$

$$e_1 = \frac{a - \left(\frac{a-c+t_2}{3}\right) - c - t_2}{2} \qquad e_1 = \frac{\frac{2}{3}a - \frac{2}{3}c - \frac{4}{3}t_2}{2}$$

$$e_1 = \frac{a-c-2t_2}{3} \qquad e_2 = \frac{a-c-2t_1}{3}$$

$$W_1 = 0/5\, Q_1^2 + \pi + t_1 e_2 \qquad W_2 = 0/5\, Q_2^2 + \pi + t_2 e_1$$

$$W_1 = 0/5\,(h_1+e_2)^2 + \pi + t_1 e_2 \qquad h_1 + e_2 = \frac{a-c+t_1+a-c-2t_1}{3} = \frac{2a-2c-t_1}{3}$$

مقدار h_1+e_2 بدست آمده را π برای آن جای گذاری می کنیم و پس از حل معادلات داریم:

$$t_1 = \frac{a-c}{3}$$

به طور مشابه برای t_2 هم داریم: $t_2 = \frac{a-c}{3}$