تکلیف سری دوم

مهسا امینی ۹۸۱۷۸۲۳

سوال یک

مبدا محل برخورد a_i با محور i است.

برای سادگی ، Z_0 را در راستای Z_1 قرار در نظر میگیریم . همچنین مکان{0} منطبق بر {1} است هنگامی که متغیر مفصل مقدار صفر دارد چون θ_1 برابر صفر است پس در نهایت قاب صفر بر قاب یک منطبق خواهد شد.

می دانیم Z_i منطبق بر محور i است پس برای Z_1 آن را به سمت بیرون صفحه میگیریم و برای Z_2 چون مربوط به منشوری است در راستای حرکت است و Z_3 هم که مربوط به دورانی است پس آن را نیز به سمت بیرون صفحه در نظر میگیریم.

میدانیم X_i ها در راستای عمود مشترک هستند و اگر محورها تقاطع دارند عمود به صفحه ی دو محور هستند.

و در نهایت برای یافتن Y_i ها از قانون درست راست استفاده میکنیم.

نکته : برای {N} مبدا و X_N را دلخواه انتخاب میکنیم.

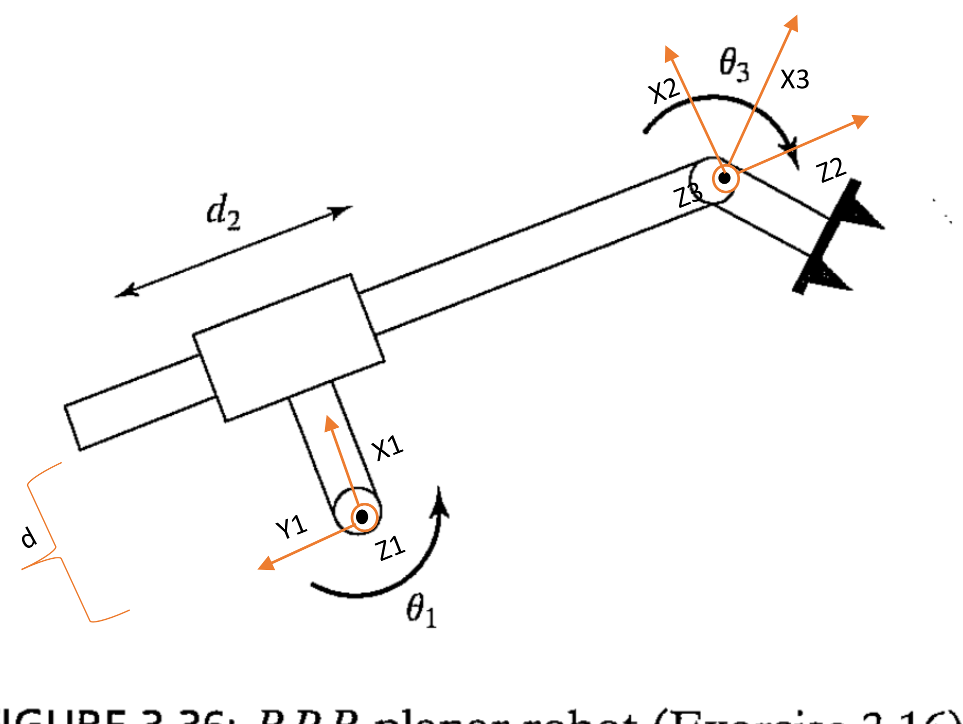

FIGURE 3.36: RPR planar robot (Exercise 3.16).

همچنین Y_2 نیز به سمت بیرون صفحه است.

مشخص کردن پارامتر ها:

a_i : فاصله ی Z_i تا Z_{i+1} است در راستای X_i

α_i : زاویه ی بین Z_i تا Z_{i+1} است حول X_i

d_i : فاصله ی بین X_i و X_{i-1} در راستای Z_i

θ_i : زاویه ی بین بین X_i و X_{i-1} حول Z_i

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90	d	d_2	0
3	-90	0	0	θ_3

حال که پارامتر هارا پیدا کردیم به سراغ حل سینماتیک مستقیم میرویم.

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_{3}^{2}T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

برای سینماتیک مستقیم باید ${}_{3}^{0}T$ را بدست بیاوریم که از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$ {}_{3}^{0}T = {}_{1}^{0}T * {}_{2}^{1}T * {}_{3}^{2}T $$

سه ماتریس بالارا در هم ضرب میکنیم:

$$ {}_{3}^{0}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_{3}^{0}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & ds\theta_1 - c\theta_1 d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_{3}^{0}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_3 & -c\theta_1 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 & 0 & c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 \\ s\theta_1 c\theta_3 + c\theta_1 s\theta_3 & -s\theta_1 s\theta_3 + c\theta_1 c\theta_3 & 0 & s\theta_1 d - c\theta_1 d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_{13} & -s\theta_{13} & 0 & c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 \\ s\theta_{13} & c\theta_{13} & 0 & s\theta_1 d - c\theta_1 d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

سوال سه

با توجه به اینکه ربات یک ربات صفحه ای است :

$$ {}_{W}^{B}T = \begin{bmatrix} c_{\Phi} & -s_{\Phi} & 0.0 & x \\ s_{\Phi} & c_{\Phi} & 0.0 & y \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

تمامی اهداف قابل دستیابی باید در زیر فضای زیر قرار بگیرند:

$$ {}_{W}^{B}T = {}_{3}^{0}T = \begin{bmatrix} c\theta_{13} & -s\theta_{13} & 0 & c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 \\ s\theta_{13} & c\theta_{13} & 0 & s\theta_1 d - c\theta_1 d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ c_{\Phi} = c\theta_{13} $$
$$ s_{\Phi} = s\theta_{13} $$
$$ x = c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 $$
$$ y = s\theta_1 d - c\theta_1 d_2 $$

$$ x^2 + y^2 = (c\theta_1 d + s\theta_1 d_2)^2 + (s\theta_1 d - c\theta_1 d_2)^2 = $$
$$ c\theta_1^2 d^2 + s\theta_1^2 d_2{}^2 + 2c\theta_1 d s\theta_1 d_2 + c\theta_1^2 d^2 + s\theta_1^2 d_2{}^2 - 2c\theta_1 d s\theta_1 d_2 = $$
$$ 2d^2 + 2d_2{}^2 $$
$$ d_2 = \sqrt{x^2 + y^2 -} d_2{}^2 $$

ادامه در صفحه ی بعد

$$d = rs\gamma$$
$$d_2 = rc\gamma$$
$$r = \sqrt{d^2 + d_2{}^2}$$
$$\gamma = a\tan 2(d / r, d2 / r)$$
$$x = c\theta_1 rs\gamma + s\theta_1 rc\gamma$$
$$y = s\theta_1 rs\gamma - c\theta_1 rc\gamma$$
$$x/r = c\theta_1 s\gamma + s\theta_1 c\gamma$$
$$y/r = s\theta_1 s\gamma - c\theta_1 c\gamma$$
$$x/r = s(\theta_1 + \gamma)$$
$$y/r = -c(\theta_1 + \gamma)$$
$$a\tan 2(x/r, -y/r) = \theta_1 + \gamma$$
$$\theta_1 = a\tan 2(x/r, -y/r) - \gamma$$
$$\theta_1 = a\tan 2\left(x/\sqrt{d^2 + d_2{}^2}, -y/\sqrt{d^2 + d_2{}^2}\right) - a\tan 2\left(d / \sqrt{d^2 + d_2{}^2}, d2 / \sqrt{d^2 + d_2{}^2}\right)$$
$$\phi = \theta_1 + \theta_3$$
$$\theta_3 = \phi - \theta_1$$

نتایج اجرای کد:

در نهایت انتظار داریم به مقادیر زیر برسیم:

$$d_2 = 4$$
$$\theta_1 = \pi / 6 = 0.52$$
$$\theta_2 = \pi / 4 = 0.79$$

مقادیر ماتریس را حساب میکنیم:

$$ {}^{B}_{W}T = {}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c\theta_{13} & -s\theta_{13} & 0 & c\theta_1 d + s\theta_1 d_2 \\ s\theta_{13} & c\theta_{13} & 0 & s\theta_1 d - c\theta_1 d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.96 & 0 & 2.43 \\ 0.25 & 0.96 & 0 & -3.21 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

ماتریس بالا را به تابع میدهیم خروجی زیر حاصل میشود:

In [29]:
```
inv_k(0.25,-0.96,0,2.43,0.25,0.96,0,-3.21,0,0,1,0,0,0,0,1)
```

```
d2= 3.99
theta1= 0.52
theta3= 0.79
```