



به نام خدا



دانشگاه تهران  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مدل‌های مولد عمیق

تمرین شماره ۱

|                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی | مهسا ندافی قهنویه |
| شماره دانشجویی     | ۸۱۰۱۰۰۴۹۰         |
| تاریخ ارسال گزارش  | 1401/08/13        |

## سوال 5

**سوال امتیازی:** چرا فرض non-gaussianity در این سوال در نظر گرفته شده است؟

نشان داده میشود که هنگام کار با داده‌های پیوسته، می‌توان با فرض گاوسی به مزیت مهمی دست یافت. در حالی که رویکرد خطی-گاوسی معمولاً تنها به مجموعه‌ای از مدل‌های ممکن منتهی می‌شود، که در ساختار همبستگی شرطی آنها معادل است، یک تنظیم non-gaussian اجازه می‌دهد تا مدل علی کامل، بدون پارامترهای نامشخص، تخمین زده شود.

ایده اصلی پشت این رویکرد این است که توزیع‌های گوسی برای درک برخی از انواع روابط عللی مناسب نیستند، به ویژه در مواردی که مکانیزم‌های غیرخطی یا غیرگوسی علل در حال انجام هستند.

توزیع‌های گوسی فرض می‌کنند که روابط بین متغیرها خطی هستند. با این حال، بسیاری از روابط عللی در جهان واقعی غیرخطی هستند، به این معنی که رابطه بین علت و اثر توسط یک خط مستقیم به خوبی توصیف نمی‌شود. با استفاده از یک مدل غیرگوسی، می‌توانید روابط عللی پیچیده و غیرخطی را بهتر درک کنید. غیرگوسیت علل مخفی را فاش می‌کند. مدل‌های غیرگوسی می‌توانند به کشف علل مخفی که ممکن است بر روی متغیرهای مشاهده شده تأثیر داشته باشند کمک کنند. در یک مدل خطی غیرگوسی، فرض می‌شود که متغیرهای مشاهده شده تحت تأثیر علل مستقیم و علل مخفی قرار دارند. با تحلیل غیرگوسیت داده‌ها، می‌توان از وجود علل مخفی مطلع شد و روابط عللی آنها را استنباط کرد.

- a) Let  $\hat{\beta}_{12}$  be the linear regression coefficient when regressing  $X_2$  onto  $X_1$  (do not consider intercept term). Report  $\hat{\beta}_{12}$  and plot  $(X_1, X_2 - \hat{\beta}_{12}X_1)$ .

برای خواندن داده از کد زیر استفاده شده است:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.linear_model import LinearRegression

# Load the data from ngaussian.csv
data = pd.read_csv('ngaussian.csv', header=None,
names=['Combined'])
data[['X1', 'X2']] = data['Combined'].str.split(' ',
expand=True)
data['X1'] = data['X1'].astype(float)
data['X2'] = data['X2'].astype(float)
```

سپس یک مدل رگرسیون خطی بین دو متغیر  $x_1, x_2$  فیت شده است به طوری که در این بخش  $x_2$  متغیر وابسته و  $x_1$  متغیر مستقل است.

```
X1 = data['X1'].values.reshape(-1, 1)
X2 = data['X2'].values
# Fit a linear regression model (X2 as the dependent
variable, X1 as the independent variable)
regression_model =
LinearRegression(fit_intercept=False)
regression_model.fit(X1, X2)

# Get the estimated coefficient  $\hat{\beta}_{12}$ 
b12_hat = regression_model.coef_[0]

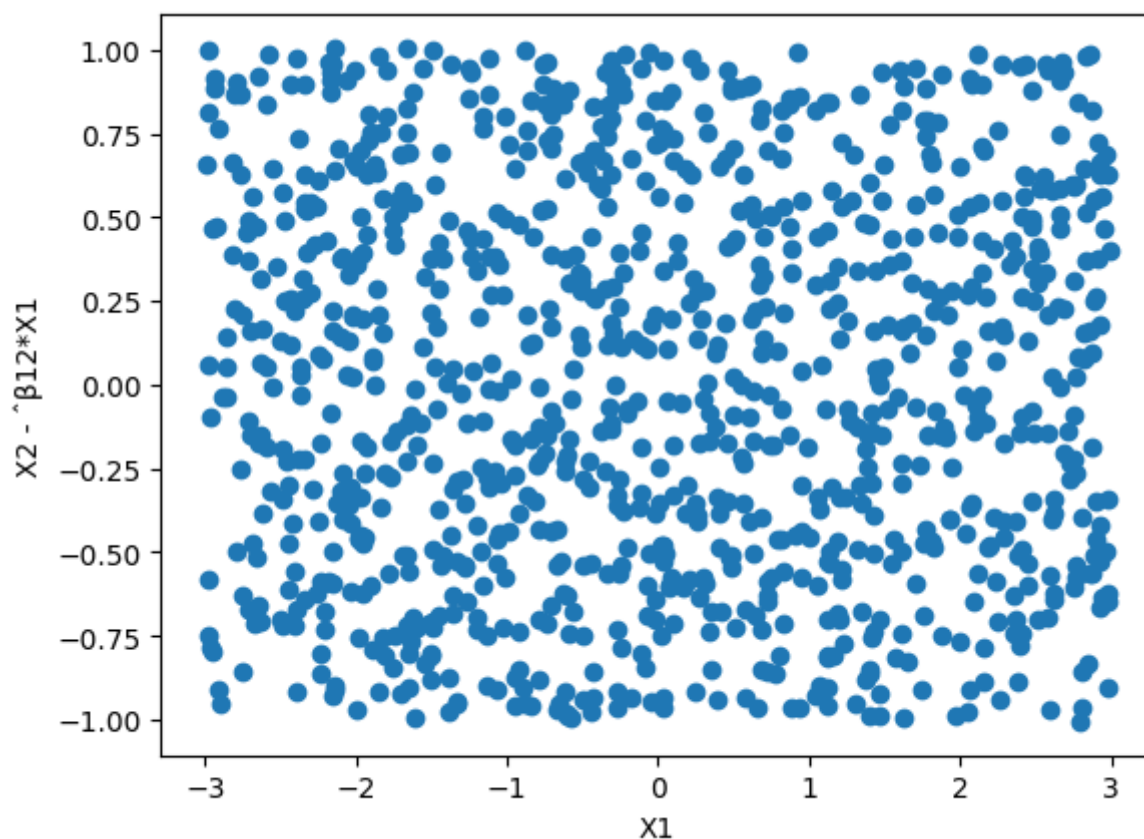
# Calculate the residuals ( $X_2 - \hat{\beta}_{12} * X_1$ )
residuals = X2 - b12_hat * X1.flatten()

# Print the estimated coefficient  $\hat{\beta}_{12}$ 
print("Estimated coefficient  $\hat{\beta}_{12}$ :", b12_hat)

# Plot the residuals
plt.scatter(X1, residuals)
plt.xlabel("X1")
plt.ylabel("c")
plt.show()
```

در نهایت  $X_2 - \hat{\beta}_{12} * X_1$  رسم شده و ضریب بتا تخمین زده شده گزارش میشود.

```
Estimated coefficient  $\hat{\beta}_{12}$ : 2.0032651720243653
```



b) Let  $\hat{\beta}_{21}$  be the linear regression coefficient when regressing  $X_1$  onto  $X_2$  (do not consider intercept term). Report  $\hat{\beta}_{21}$  and plot  $(X_2, X_1 - \hat{\beta}_{21}X_2)$ .

همانند بخش قبل یک مدل رگرسیون خطی بین دو متغیر فیت میکنم اما ایندفعه با فرض اینکه  $x_1$  متغیر وابسته و  $x_2$  متغیر مستقل است.

```
X2 = data['X2'].values.reshape(-1, 1)
X1 = data['X1'].values

# Fit a linear regression model (X1 as the dependent
variable, X2 as the independent variable)
regression_model =
LinearRegression(fit_intercept=False)
regression_model.fit(X2, X1)

# Get the estimated coefficient  $\hat{\beta}_{21}$ 
b21_hat = regression_model.coef_[0]

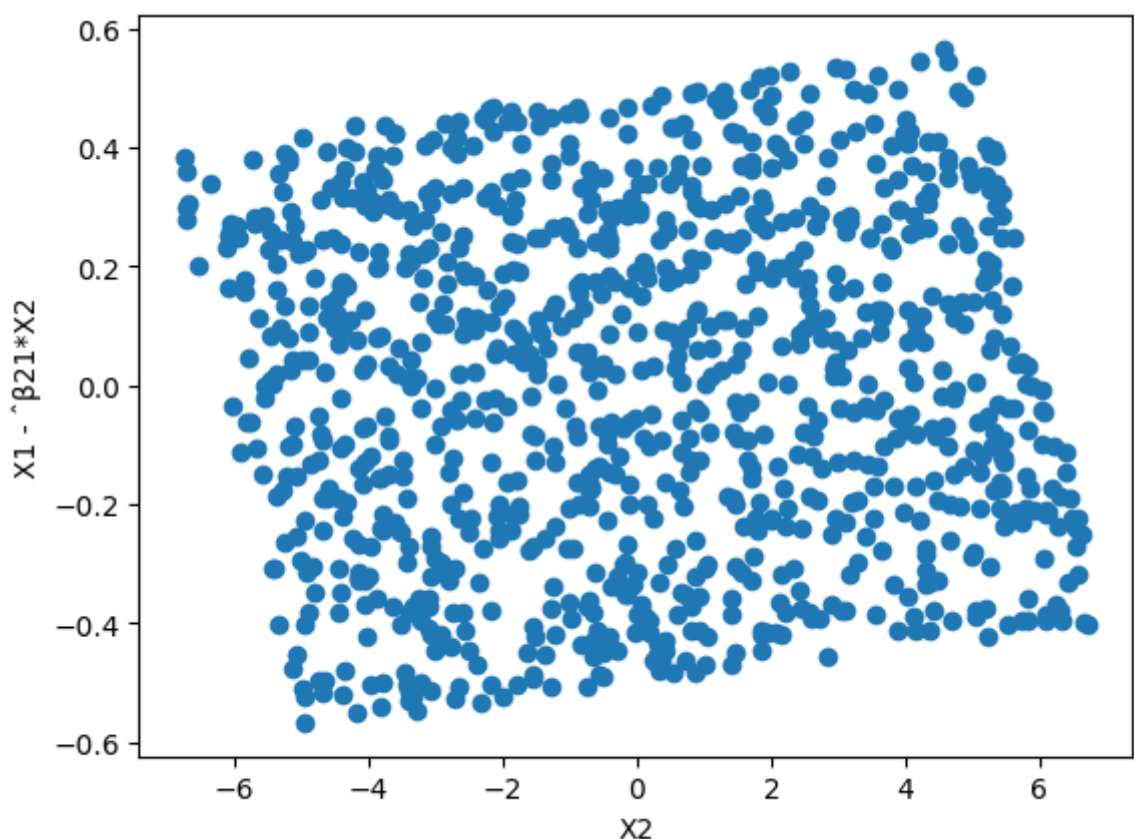
# Calculate the residuals  $(X_1 - \hat{\beta}_{21}X_2)$ 
residuals = X1 - b21_hat * X2.flatten()
```

```
# Print the estimated coefficient  $\hat{\beta}_{21}$ 
print("Estimated coefficient  $\hat{\beta}_{21}$ :", b21_hat)

# Plot the residuals
plt.scatter(X2, residuals)
plt.xlabel("X2")
plt.ylabel("X1 -  $\hat{\beta}_{21} \times X2$ ")
plt.show()
```

شکل و ضریب تخمین زده شده:

Estimated coefficient  $\hat{\beta}_{21}$ : 0.485379999239924



c)

بر این اساس که اگر  $\beta_{21}$  نزدیک به صفر یا منفی باشد و نمودار  $X1 - \beta_{21}X2$  یک رابطه با حداقل واریانس را نشان می‌دهد که در مقایسه با نمودار اول شکل بهتری داشته، پس نشان می‌دهد که مدل M2 مجموعه داده را ایجاد کرده است. به این معنا که  $X2$  cause، برای  $X1$  است.  $X2 \rightarrow X1$ . برای اینکه مدل اول درست باشد باید ضریبی نزدیک به یک داشته باشد و شکل آن نشان دهنده فرمولی در خود باشد اما شکل آن کاملاً یکنواخت است.