

① $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2x = 2 \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2x = \begin{bmatrix} 2x(-2) & 2x0 \\ 2x1 & 2x3 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = 2x \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = 2x \Rightarrow x = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

② a) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x-2+0x0+3x2 & -2x1+0x6+3x-3 \\ -2x4+1x0+2x-1 & 4x1+6x1+-3x-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -11 \\ -10 & 13 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x1+2x1 & 0x1+2x1 \\ -2x3+4x1 & 0x3+4x1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x1+0x2+2x1 \\ 0x1+-1x2+-3x1 \\ 1x0+2x0+1x1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$

③ a) $[1, 2, 3] = A \rightarrow AA^{-1} = I$
 فقط ماتریس‌های مربعی دارای معکوس هستند و چون ماتریس A مربعی نیست معکوس ندارد

b) $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = B \Rightarrow BB^{-1} = I$

$B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{bmatrix} w & -y \\ -z & x \end{bmatrix} = \frac{1}{xw-yz} \begin{bmatrix} w & -y \\ -z & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w}{xw-yz} & \frac{-y}{xw-yz} \\ \frac{-z}{xw-yz} & \frac{x}{xw-yz} \end{bmatrix} \xrightarrow{BB^{-1}=I} B^{-1}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = C \rightarrow$ فقط ماتریس‌های مربعی دارای معکوس هستند پس ماتریس C معکوس ندارد
 یک ماتریس 4×2 است معکوس ندارد

$$7) \quad u = (u_1, u_2, u_3) \quad v = (v_1, v_2, v_3)$$

$$u \times v = (u_1 \vec{i} + u_2 \vec{j} + u_3 \vec{k}) (v_1 \vec{i} + v_2 \vec{j} + v_3 \vec{k})$$

$$= (u_2 v_3 - u_3 v_2) \vec{i} - (u_1 v_3 - u_3 v_1) \vec{j} + (u_1 v_2 - u_2 v_1) \vec{k}$$

با ضرایب بردارهای یکم و ساد
سازی آنها با + ها عبارت
بالا با ضرایب ماتریس و بهر برابر
است

$$\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & u_3 & -u_2 \\ -u_3 & 0 & u_1 \\ u_2 & -u_1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

ضرب خارجی
ضرب ماتریس
با یکدیگر
خارجی داد

$$10) a) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} = A \rightarrow \det A = 2(3 \times 7 - 0) - 0(0 \times 7 - 0) + 0(0 - 3 \times 0) = 42$$

$$b) \begin{bmatrix} 21 & -4 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} = B \rightarrow \det B = 21 \times 7 - (10 \times (-4)) = 147 + 40 = 187$$

$$11) a) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} = A \rightarrow A A^{-1} = I \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^T \xrightarrow{\det A = 42} \frac{1}{42} A^T$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 \times 7 - 0 & -7 \times 0 - 0 & 0 - 0 \\ -7 \times 0 - 0 & 2 \times 7 - 0 & -2 \times 0 - 0 \\ 0 - 3 \times 0 & -0 \times 2 - 0 & 2 \times 3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{21}{42} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{14}{42} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{42} \end{bmatrix} \rightarrow A A^{-1} = I$$

$$b) \begin{bmatrix} 21 & -4 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} = B \rightarrow B B^{-1} = I \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -10 & 21 \end{bmatrix} = \frac{1}{187} \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{187} & \frac{4}{187} \\ -\frac{10}{187} & \frac{21}{187} \end{bmatrix}$$

$B B^{-1} = I \rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{7}{187} & \frac{4}{187} \\ -\frac{10}{187} & \frac{21}{187} \end{bmatrix}$

$$\textcircled{1} T(x, y, z) = (x+y, x-3, z)$$

الف) $k=2$ و $(\underset{x}{1}, \underset{y}{2}, \underset{z}{4}) \rightarrow T(k(1, 2, 4)) = T(2, 4, 8) = (6, 1, 8)$

ب) $kT(1, 2, 4) = 2(3, -2, 4) = (6, -4, 8)$

بار اول دوم در قسمت الف و ب یکسان نیستند پس خطی نیست

۵) ماتریس دوران 30° در راستای محور $(1, 1, 1)$ بدان

بدان 10° $(1, 1, 1) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} (1, 1, 1) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\theta = 30^\circ \rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$

$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$

7

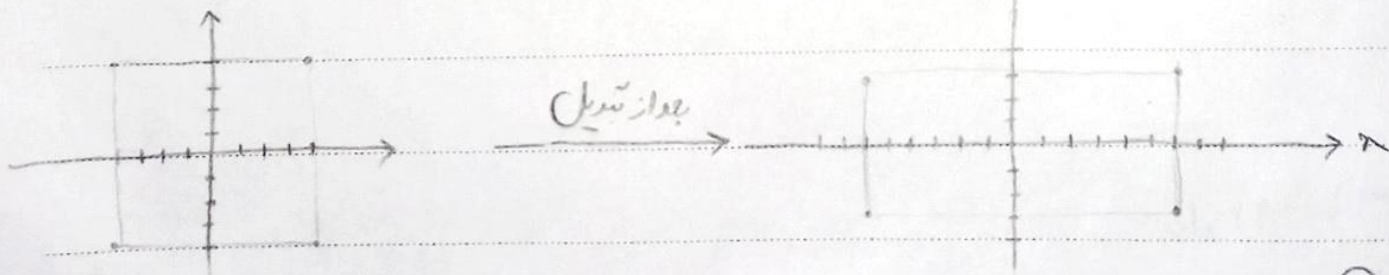
② ابتدا 4 واحد در 9، صفر واحد در 9 و 2 واحد در 2 ← انتقال T

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow ST = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix}$$

9

$$S = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [4, 4, 0] \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [6, 3, 0] \text{ و نقد مدال}$$

$$[-4, -4, 0] \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [-6, -3, 0] \quad \text{بقعة حداثه}$$



15

بله با توجه به قسمت ② انتقال می تواند نقاط انتقال به

خیر، با توجه به قسمت ① انتقال نمی تواند بدارها را مستقل بد

زیرا بردارها کمیتی هستند که شامل بار استرهای انداز و جهت هستند و پس در ویرانی است در هدف استفاده از آن کفار شخص می کند پس استفاده از اشغال برای بردارهای اضافی است و منطقی نیست

19) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, 1, 0)$ $P_3 = (2, 0, 0)$

a) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, \frac{1}{3}, 0)$ $P_3 = (\frac{2}{3}, 0, 0)$

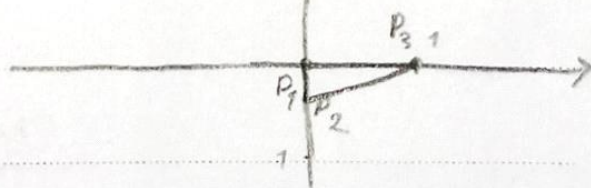
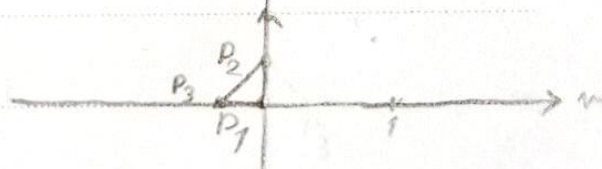
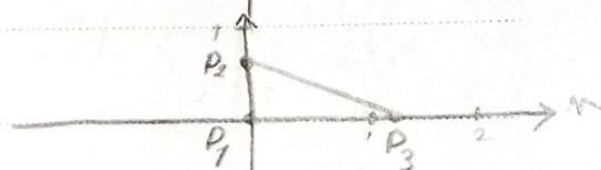
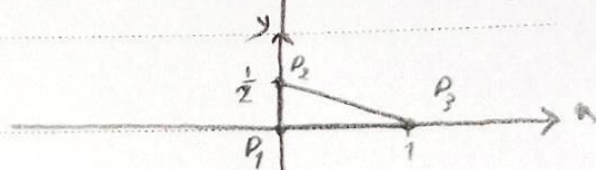
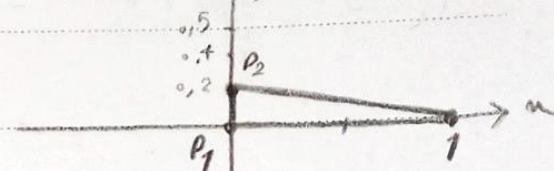
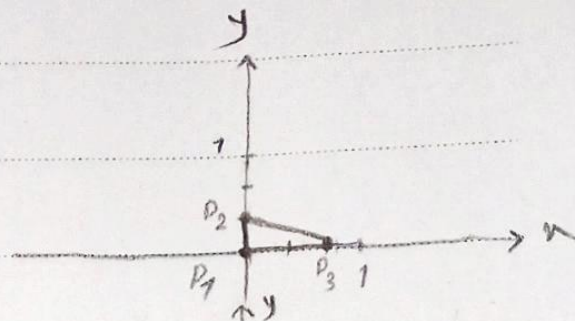
b) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, \frac{2}{10}, 0)$ $P_3 = (1, 0, 0)$

c) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, \frac{1}{2}, 0)$ $P_3 = (1, 0, 0)$

d) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, \frac{6}{10}, 0)$ $P_3 = (\frac{12}{10}, 0, 0)$

e) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, \frac{4}{2}, 0)$ $P_3 = (-\frac{2}{10}, 0, 0)$

f) $P_1 = (0, 0, 0)$ $P_2 = (0, -\frac{3}{10}, 0)$ $P_3 = (1, 0, 0)$



27) باره خط شروع: $P(0, 0, 0)$ و پایان: $Q(1, 0, 0)$ ← باره خط با طول ۲ معادری با هم برابر (1, 1, 1)

با نقطه شروع $(3, 1, 2)$ و انتهای $(3, 1, 2)$ و در این انتقال

انتقال = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ و مقیاس: طول ۲ برابر $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ → با توجه به نقطه شروع اول و ثانویه