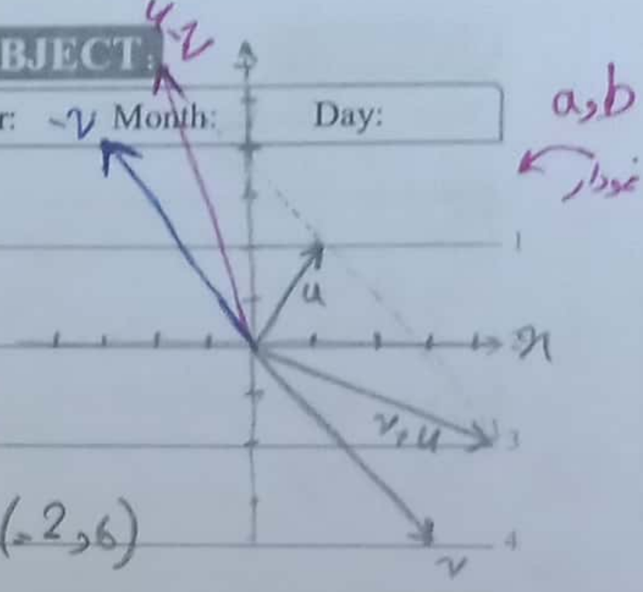
Page : (   )

SUBJECT:

Year: Month: Day:



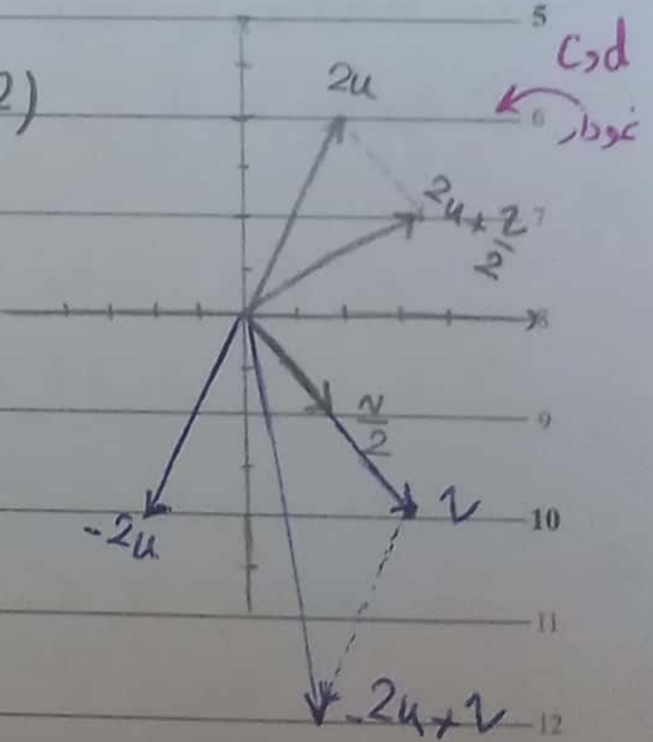
1. $u = (1,2) \quad v = (3,-4)$

ⓐ $u + v = (1,2) + (3,-4) \Rightarrow ((1+3),(2-4)) = (4,-2)$

ⓑ $u - v = u + (-1)(v) = (1,2) + (\underset{-3}{-1\times 3}, \underset{4}{-1\times -4}) = ((1-3, 2+4) = (-2,6)$

ⓒ $2u + \frac{1}{2}v = \overbrace{2(1,2)}^{(2,4)} + \overbrace{\frac{1}{2}(3,-4)}^{(\frac{3}{2},-2)} = ((2+\frac{3}{2}),(4-2)) = (\overset{3,5}{\frac{7}{2}}, 2)$

ⓓ $-2u + v = \overbrace{-2(1,2)}^{-2,-4} + (3,-4) = ((-2+3),(-4-4)) = (+1,-8)$



3. $u=(u_x,u_y,u_z)$ $\quad v=(v_x,v_y,v_z)$ $\quad w=(w_x,w_y,w_z)$ $\quad$ C و k اسکالر

ⓐ $u+v=v+u$ $\longrightarrow$ $u+v=(u_x+v_x,\ u_y+v_y,\ u_z+v_z)$
$\searrow$ $v+u=(v_x+u_x,\ v_y+u_y,\ v_z+u_z)$

هر دو طرف تساوی باهم برابر هستند پس خاصیت جابه جایی جمع برقرار است

ⓑ $u+(v+w)=(u+v)+w$:

خاصیت شرکت پذیری جمع نیز برقرار است زیرا فارغ از اولویت جمع کردن مولفه های بردارهای W و V و U در انتها باید به صورت جداگانه و تمام روی هرکدام اعمال شوند پس فرقی ندارد کدام زودتر و کدام دیرتر باشد پس در انتها این خاصیت نیز برقرار است

ⓒ $(ck)u=c(ku)$:

$(ck)(u_x,u_y,u_z)=((ck)u_x,(ck)u_y,(ck)u_z)=(c(ku_x),c(ku_y),c(ku_z))$
$=c(ku_x,ku_y,ku_z)=c(ku)$

ⓓ $k(u+v)=ku+kv$:

$u+v=((u_x+v_x),(u_y+v_y),(u_z+v_z)),\ k=(k(u_x+v_x),k(u_y+v_y),k(u_z+v_z))$
$=((ku_x+kv_x),(ku_y+kv_y),(ku_z+kv_z))=ku+kv$

ⓔ $u(k+C)=ku+Cu$:

$ku=(ku_x,ku_y,ku_z),\ Cu=(Cu_x,Cu_y,Cu_z)\rightarrow$
$ku+Cu=(ku_x+Cu_x,\ ku_y+Cu_y,\ ku_z+Cu_z)$
$=((k+C)u_x,(k+C)u_y,(k+C)u_z)=(k+C)u$

4. $2((1,2,3)-x)-(-2,0,4)=-2(1,2,3) \Rightarrow$

$2((1,2,3)-x)=-2(1,2,3)+(-2,0,4)$

$(2\times1,2\times2,2\times3)-2x=(-2\times1,-2\times2,-2\times3)+(-2,0,4)$

$(2,4,6)-2x=(-4,-4,-2) \Rightarrow (2,4,6)-(-4,-4,-2)=2x$

$\Rightarrow (6,8,8)=2x \longrightarrow x=(3,4,4)$

5. $u = (-1, 3, 2)\ ,\ v = (3, -4, 1)$ $\qquad u, v \rightarrow$ نرمال

u: $|u| = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2 + (2)^2} = \sqrt{14} \longrightarrow \hat{u} = \dfrac{u}{|u|} = \left(\dfrac{-1}{\sqrt{14}}, \dfrac{3}{\sqrt{14}}, \dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)$

چک کردن → واحد بودن $\hat{u}$ $\quad |\hat{u}| = \sqrt{\left(\dfrac{-1}{\sqrt{14}}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{\sqrt{14}}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{14}{14}} = 1$

v: $|v| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{26} \longrightarrow \hat{v} = \dfrac{v}{|v|} = \left(\dfrac{3}{\sqrt{26}}, \dfrac{-4}{\sqrt{26}}, \dfrac{1}{\sqrt{26}}\right)$

چک کردن → واحد بودن $\hat{v}$ $\quad \sqrt{\left(\dfrac{3}{\sqrt{26}}\right)^2 + \left(\dfrac{-4}{\sqrt{26}}\right) + \left(\dfrac{1}{\sqrt{26}}\right)} = \sqrt{\dfrac{26}{26}} = 1$

⑨ $u=(u_x,u_y,u_z)\quad v=(v_x,v_y,v_z)\quad w=(w_x,w_y,w_z)$ c، k اسکالر

ⓐ $u.v=v.u \rightarrow \left.\begin{array}{l} u.v=u_xv_x+u_yv_y+u_zv_z \\ v.u=v_xu_x+v_yu_y+v_zu_z \end{array}\right\}$ دو طرف تساوی با هم برابر است پس این ویژگی برقرار است

ⓑ $u.(v+w)=u.v+u.w$:

$z=v+w=((v_x+w_x),(v_y+w_y),(v_z+w_z)) \longrightarrow u.z$

$u.z=(u_x(v_x+w_x),u_y(v_y+w_y),u_z(v_z+w_z))$

$=((u_xv_x+u_xw_x),(u_yv_y+u_yw_y),(u_zv_z+u_zw_z))$

$=(u_xv_x,u_yv_y,u_zv_z)+(u_xw_x,u_yw_y,u_zw_z)$

$=u.v+u.w$

ⓒ $k(u.v)=(ku).v=u.(kv)$:

$u.v=u_xv_x+u_yv_y+u_zv_z \rightarrow k(u.v)=ku_xv_x+ku_yv_y+ku_zv_z$

$=(ku_x)v_x+(ku_y)v_y+(ku_z)v_z=(ku).v$

$=(kv_x)u_x+(kv_y)u_y+(kv_z)u_z=u.(kv)$

ⓓ $v.v=\|v\|^2 \rightarrow v.v=v_xv_x+v_yv_y+v_zv_z=v_x^2+v_y^2+v_z^2=v^2=\|v\|^2$

ⓔ $0.v=0_xv_x+0_yv_y+0_zv_z=0$

SUBJECT:

Year: Month: Day: Page: ( )

17. ثابت کنید ضرب خارجی دو بردار موازی غیر صفر بردار صفر است

در حالت کلی: $u \times v = (u_y v_z - u_z v_y ,\ u_z v_x - u_x v_z ,\ u_x v_y - u_y v_z)$

اگر دو بردار موازی باشند u , ku $\longrightarrow$ $u \times ku = (\underbrace{k u_y u_z - k u_z u_y}_{\to 0} ,\ \underbrace{k u_z u_x - k u_x u_z}_{\to 0} ,\ \underbrace{k u_x u_y - k u_y u_z}_{\to 0}) = 0$