SUN YAT-SEN UNIVERSITY, SCHOOL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY

泊松分布和指数分布

Haishou Ma

January 19, 2019

1 泊松分布（POISSON DISTRIBUTION）

1.1 物理含义

泊松分布用于刻画单位时间内随机事件发生的次数。例如

- 某医院一段时间内的婴儿出生人数；
- 一段时间内一个网站的登录人数；
- 某路口一段时间内通过的车辆数。

1.2 概率密度函数

泊松分布是一种离散的随机变量分布，其概率密度函数如(1.1)所示，k表示随机事件X发生的次数，λ表示该时间段内事件发生的平均次数。泊松分布的均值和方差均为λ，期望$E(X)=\lambda$，方差$D(X)=\lambda$。

$$\Pr(X=k)=(\frac{\lambda^k}{k!})\exp(-\lambda) \tag{1.1}$$

1.3 几个分布的关系

二项分布与**泊松分布**都是离散分布，二项分布的概率密度如(1.2)，表示在n次伯努利试验中，事件发生k次的概率，其中p表示一次伯努利试验中事件发生的概率。

$$\Pr(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} \tag{1.2}$$

当二项分布中的n趋于无穷时（p很小时），二项分布与泊松分布比较接近，即二项分布的极限分布是泊松分布，此时$\lambda=np$。

正态分布是连续型分布，泊松分布的极限分布是正态分布，即$\lambda = np$，当n很大时，可以近似相等。当n很大时（还没达到连续的程度），可以用泊松分布近似代替二项分布；当n再变大，几乎可以看成连续时。二项分布和泊松分布都可以用正态分布来代替。

2 指数分布（Exponential distribution）

2.1 物理含义

指数分布用于刻画随机事件发生的时间间隔的概率。例如

- 某医院婴儿出生的时间间隔；
- 网站访问的时间间隔；
- 某路口经过车辆的时间间隔。

2.2 概率密度函数

因为指数分布是描述泊松过程中的事件之间的时间x的概率分布，即其表示连续型随机变量。概率密度函数为(2.1)，其中λ表示单位时间事件发生的平均次数（与泊松分布的相同），期望$E(X) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \theta$，方差$D(X) = \theta^2$。随机变量$X$服从指数分布记为$X \sim E(\lambda)$。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \tag{2.1}$$