

**Buổi 1:**

# HÀNG ĐẲNG THỨC – PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ RÚT GỌN BIỂU THỨC

- |  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A(B+C) = A.B + A.C</math></li> <li>• <math>(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2</math></li> <li>• <math>A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)</math></li> <li>• <math>(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3</math></li> <li>• <math>A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(A+B)(C+D) = A.C + A.D + B.C + B.D</math></li> <li>• <math>(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2</math></li> <li>• <math>(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3</math></li> <li>• <math>A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)</math></li> </ul> |
|--|---|

**Bài 1:** Rút gọn biểu thức

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a. $(x-3)(x+5) - (x-2)(x+2)$         | b. $\left(\frac{1}{4}x - y\right)(x^2 + 4xy + 16y^2) + 4\left(4y^3 - \frac{1}{16}x^3 + 1\right)$ |
| c. $(x-2)^2 + (x+3)^2 - 2(x-1)(x+1)$ | d. $(x-2)^2 + (x-1)(x^2 + x + 1) - x(x-2)(x+2)$  |

**Bài 2:** Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a. $(x-1)^2 - 2(x-3)(x-1) + (x-3)^2$ | b. $(x-1)^3 - (x+2)(x^2 - 2x + 4) + 3x^2 - 3x$ |
|--------------------------------------|--|

**Bài 3:** Phân tích đa thức thành nhân tử

- |                           |                                |                               |
|---------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| a. $7x^2 - 7xy - 4x + 4y$ | b. $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$      | c. $x^3 + 10x^2 + 25x - xy^2$ |
| d. $2x - 2y - x^2 + y^2$  | e. $x^3 - 4x^2 + 12x - 27$     | f. $x^2 + 6x - y^2 + 9$       |
| g. $x^2 + x - 6$          | h. $x^3 - x^2 - 4x^2 + 8x - 4$ | i. $2x^2 + 4x - 30$           |

**Bài 4:** Tìm x, y biết

- |                         |                                   |                           |
|-------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| a. $x^3 - 64x = 0$      | b. $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$     | c. $x^2 - 16 - (x-4) = 0$ |
| d. $6x(x-5) = x-5$      | e. $x^3 - 7x - 6 = 0$             | f. $x^3 - 4x^2 = -4x$     |
| g. $(2x+1)^2 = (3+x)^2$ | h. $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 18 = 0$ |                           |

**Bài 5:** Làm tính chia:

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| a. $(15x^5y^2 + 25x^4y^3 - 30x^3y^2) : 5x^3y^2$ | b. $(x^3 - 2x^2 + 5x - 10) : (x-2)$ |
|---|-------------------------------------|

**Bài 6:** Cho biểu thức  $A = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x-2)(x+3)}$ 

- |  |   |
|--|---|
| a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn A | c. Tìm x để $A = 5, A = 0$ .                    |
| b. Tính giá trị của A tại $x = -2$     | d. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$ |

**Bài 7:** Cho biểu thức  $B = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{1-x^2}$

- a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn A      c. Tìm x để  $B = -3$   
b. Tính giá trị của B khi  $x^2 - x = 0$       d. Với giá trị nào của x thì  $B < 0$ .

**Bài 8:** Cho biểu thức  $C = \frac{5x+1}{x^3-1} - \frac{1-2x}{x^2+x+1} - \frac{2}{1-x}$

- a. Rút gọn C      c. Tìm x để  $C > 0$ .  
b. Tính giá trị của C khi  $|x| = 4$       d. Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $C \in \mathbb{Z}$

**Bài 9:** Cho biểu thức  $M = \left( \frac{1}{x-2} - \frac{2x}{4-x^2} + \frac{1}{2+x} \right) \cdot \left( \frac{2}{x} - 1 \right)$

- a. Rút gọn M      b. Tính giá trị của M tại x thỏa mãn  $x^2 - 5x + 6 = 0$   
c. Tìm x để  $M = \frac{1}{2}$       d. Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $M \in \mathbb{Z}$

**Bài 10:** Tìm GTLN, GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

- a.  $A = -4 - x^2 + 6x$       b.  $F = (x-1)(x-3) + 11$   
c.  $G = (x-3)^2 + (x-2)^2$       d.  $H = \frac{2000}{x^2 + 2x + 6}$

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 1

**Bài 1.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a.  $a^3 - 3a + 3b - b^3$       b.  $a^2 + 6ab + 9b^2 - 1$   
c.  $4x^2 - 25 + (2x+7)(5-2x)$       d.  $x^2 + 2x - 15$   
e.  $2x^3 + 3x^2 - 5x$       f.  $2x^3 - 4x^2 + 2x - 4$   
g.  $x^3 - 4x^2 - 8x + 8$       h.  $x^2 - 7xy + 10y^2$

**Bài 2.** Rút gọn biểu thức

- a.  $\left[ (3x-2)(x+1) - (2x+5)(x^2-1) \right] : (x+1)$       b.  $(2x+1)^2 - 2(2x+1)(3-x) + (3-x)^2$   
c.  $(x-1)^3 - (x+1)(x^2-x+1) - (3x+1)(1-3x)$

**Bài 3.** Thực hiện phép chia:

- a.  $(2x^2 + 2x - 4) : (x+2)$       b.  $(2x^3 - 5x^2 - x + 1) : (2x+1)$       c.  $(x^3 - 2x + 4) : (x+2)$   
d.  $(x^3 - 3x^2) : (x-3)$       e.  $(x^4 - x - 14) : (x-2)$       f.  $(x^3 + x^2 - 12) : (x-2)$   
g.  $(17x^2 - 6x^4 + 5x^3 - 23x + 7) : (7 - 3x^2 - 2x)$

**Bài 4. Tìm x biết**

a.  $x^3 - 25x = 0$

b.  $x^4 + 4 = 5x^2$

c.  $x^3 + 27 + (x+3)(x-9) = 0$

d.  $4(x-2)^2 = 25(1-2x)^2$

e.  $(3x-5)(2x-1) - (x+2)(6x-1) = 0$

f.  $(3x+2)(3x-2) - (3x-1)^2 = 5$

**Bài 5.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x}{x+3} - \frac{2}{x-3} + \frac{x^2-1}{9-x^2} \right) : \left( 2 - \frac{x+5}{3+x} \right)$

a. Rút gọn A

b. Tính giá trị của A biết  $x^2 - x - 2 = 0$ c. Tìm x để  $A = \frac{1}{2}$ 

**Bài 6.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2+y}{2-y} - \frac{4y^2}{y^2-4} - \frac{2-y}{2+y} \right) : \frac{y^2-3y}{2y^2-y^3} : \frac{1}{y-3}$

a. Rút gọn P

b. Tính giá trị của P biết  $2y^2 - 3y - 2 = 0$ 

**Bài 7.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x^2}{x^3-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left( x-2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$

a. Rút gọn A

b. Tính giá trị của P tại  $|x-2| = 4$ c. Với giá trị nào của x thì  $A = 2$ d. Tìm x để  $A < 0$ 

e. Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

**Bài 8.** Cho biểu thức  $B = \frac{x(1-x)^2}{1+x^2} : \left[ \left( \frac{1-x^2}{1-x} + x \right) \left( \frac{1+x^2}{1+x} - x \right) \right]$

a. Rút gọn B

b. Chứng minh  $B > 0$  với mọi  $x > 0$ 

**Bài 9.** Cho biểu thức  $C = \frac{(x+2)^2}{x} \cdot \left( 1 - \frac{x^2}{x+2} \right) - \frac{x^2+6x+4}{x}$

a. Rút gọn biểu thức C

b. Tìm giá trị của x để C có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất ấy

**Bài 10.** Cho biểu thức  $D = \left( \frac{x^2-2x}{2x^2+8} - \frac{2x^2}{8-4x+2x^2-x^3} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$

a. Rút gọn D

b. Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức D bằng 0

**Bài 11.** Tìm giá trị nguyên của x để tại đó giá trị mỗi biểu thức sau là 1 số nguyên

$$A = \frac{2}{x-3}$$

$$C = \frac{3x^3-4x+x-1}{x-4}$$

$$B = \frac{x-3}{x+2}$$

$$D = \frac{3x^2-x+1}{3x+2}$$

**Bài 12.** Tìm GTLN, GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

a.  $B = 3x^2 - 5x + 7$

b.  $E = -x^2 - 4x - y^2 + 2y$

c.  $I = \frac{15}{6x-x^2-14}$

d.  $M = \frac{8x+3}{4x^2+1}$

**Buổi 2:****GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH****Bài 1.** Giải các phương trình sau:

a.  $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$       b.  $3 - x(1 - 3x) = 5(1 - 2x)$       c.  $(x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 4)^2$   
d.  $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x$       e.  $\frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} = \frac{x+7}{15}$       f.  $\frac{x-23}{24} + \frac{x-23}{25} = \frac{x-23}{26} + \frac{x-23}{27}$

**Bài 2:** Giải các phương trình sau:

a.  $9x^2 - 1 = (3x + 1)(4x + 1)$       b.  $3x - 15 = 2x(x - 5)$       c.  $2x(x - 1) = x^2 - 1$   
d.  $x^2 + 4x - 5 = 0$       e.  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$       f.  $x^3 + 9x^2 - 4x - 36 = 0$

**Bài 3:** Giải các phương trình sau:

a.  $\frac{2x+5}{x-2} = -3$       b.  $\frac{x-5}{x+3} - 1 = \frac{5x-2}{9-x^2}$       c.  $\frac{x}{x+1} + 2 = \frac{2x-3}{x} + \frac{3}{x(x+1)}$   
d.  $\frac{x+2}{x} - \frac{1-x}{4-x} = \frac{3x-8}{x^2-4x}$       e.  $\frac{x-2}{5+x} - \frac{3}{x-5} = \frac{2(x-11)-19}{x^2-25}$       f.  $\frac{x}{2x+2} - \frac{2x}{x^2-2x-3} = \frac{x}{6-2x}$

**Bài 4:** Giải các phương trình sau:

a.  $|9+x| = 2$       b.  $|2x-3| = x-3$       c.  $|2-x| = 2x-1$   
d.  $|-2x| = x-3$       e.  $|3x-1| - x = 2$       f.  $|5x-4| = |x+1|$

**Bài 5:** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a.  $3x+4 > 2(x+1)-3$       b.  $(x-1)(x+2) > (x-1)^2 + 3$       c.  $\frac{x-2}{4} < \frac{x+1}{6}$   
d.  $\frac{2x+1}{4} - 1 \geq \frac{3x-1}{3}$       e.  $\frac{x-1}{x-3} > 1$       f.  $\frac{2x-3}{x+5} \geq 3$

**Bài 6:** Cho phương trình  $(4+m^2)x - 8x + 2 - m = 0$  với ẩn số  $x$ .

- a. Giải phương trình khi  $m = -5$   
b. Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình có một nghiệm duy nhất.  
c. Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm  $x = \frac{1}{4}$

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 2

**Bài 1:** Giải các phương trình

a.  $(2x-1)x^2+9(1-2x)=0$

b.  $(2x-1)^2-(x+3)^2=0$

c.  $4x^2-1+(1-2x)(x+11)=0$

d.  $3x^2-7x+4=0$

e.  $\frac{x+4}{5}-x-5=\frac{x+3}{3}-\frac{x-2}{2}$

f.  $(x-5)(6x+3)=(2x-7)(3x+5)$

g.  $\frac{x+4}{5}-2x+1=\frac{x}{3}-\frac{2-x}{6}$

h.  $\frac{x+4}{5}+\frac{3x+2}{10}=\frac{x-1}{3}$

i.  $\frac{x-1}{x^2-4}=\frac{3}{2-x}$

j.  $\frac{x+10}{x^2-x-2}+\frac{3}{x+1}-\frac{2}{2-x}=1$

k.  $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x^3-x^2-x+1}=\frac{3}{1-x^2}$

l.  $\frac{1}{x-1}-\frac{7}{x-2}=\frac{1}{(x-1)(2-x)}$

m.  $|2x+5|=6$

n.  $|3x+1|=6-x$

o.  $|5-2x|-4=x$

**Bài 2:** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a.  $-9x+3>0$

b.  $3x+2\geq-7+5x$

c.  $(x+1)(x-2)<(x-4)(x+4)$

d.  $\frac{5-2x}{3}\leq\frac{x-9}{4}$

e.  $\frac{3x-1}{x^2+1}\geq 0$

f.  $\frac{-x^2-1}{9-2x}\leq 0$

g.  $\frac{x+2}{x-3}\leq 0$

h.  $\frac{5-x}{5+x}\geq 1$

i.  $\frac{-3}{x+2}<\frac{2}{3-x}$

### Buổi 3:

## GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

### (TOÁN CHUYỂN ĐỘNG)

#### Loại 1. Toán chuyển động

- Gọi  $s$  là quãng đường động tử đi,  $v$  là vận tốc,  $t$  là thời gian đi, ta có:  $s = v.t$

**Bài 1.** Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 30km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính quãng đường AB?

**Bài 2.** Hai người đi từ A đến B, vận tốc người thứ nhất là 40km/h, vận tốc người thứ hai là 25km/h. Để đi hết quãng đường AB, người thứ nhất cần ít hơn người thứ hai là 1 giờ 30 phút. Tính quãng đường AB?

**Bài 3.** Anh Nam đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 12km/h. Đi được 6km, xe đạp hư, anh Nam phải đi bằng ô tô và đã đến B sớm hơn dự định 45 phút. Tính quãng đường AB, biết vận tốc của ô tô là 30km/h.

**Bài 4.** Một xe ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48km/h. Sau khi đi được 1 giờ thì xe bị hỏng phải dừng lại sửa 15 phút. Do đó để đến B đúng giờ dự định ô tô phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB?

**Bài 5.** Một ô tô phải đi quãng đường AB dài 60km/h trong một thời gian nhất định. Xe đi nửa đầu quãng đường với vận tốc hơn dự định 10km/h và đi với nửa sau kém hơn dự định 6km/h. Biết ô tô đến đúng dự định. Tính thời gian dự định đi quãng đường AB?

#### Loại 2. Toán chuyển động cùng chiều

- Quãng đường mà hai chuyển động đi **để gặp nhau thì bằng nhau**
- Cùng khởi hành:  $t_{\text{cđ chậm}} - t_{\text{cđ nhanh}} = t_{\text{nghe}}$  ( $t$  đến sớm)
- Xuất phát trước sau:  $t_{\text{cđ trước}} - t_{\text{cđ sau}} = t_{\text{đi sau}}$   
 $t_{\text{cđ sau}} + t_{\text{đi sau}} + t_{\text{đến sớm}} = t_{\text{cđ trước}}$

**Bài 1.** Lúc 7h một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 30km/giờ. Sau đó một giờ, người thứ hai cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 45km/giờ. Hỏi đến mấy giờ người thứ hai mới đuổi kịp người thứ nhất? Nơi gặp nhau cách A bao nhiêu km?

**Bài 2.** Một tàu chở hàng khởi hành từ TP Hồ Chí Minh với vận tốc 36km/h. Sau đó 2 giờ một tàu chở khách cũng xuất phát từ đó đuổi theo tàu hàng với vận tốc 48km/h. Hỏi sau bao lâu tàu khách gặp tàu hàng?

**Bài 3.** Một xe đạp khởi hành từ điểm A, chạy với vận tốc 20 km/h. Sau đó 3 giờ, một xe hơi đuổi theo với vận tốc 50 km/h. Hỏi xe hơi chạy trong bao lâu thì đuổi kịp xe đạp?

**Bài 4.** Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A, sau đó 5 giờ 20 phút một chiếc ca nô cũng chạy từ bến sông A đuổi theo và gặp thuyền tại một điểm cách A 20km. Hỏi vận tốc của thuyền? Biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền 12 km/h

**Bài 5.** Lúc 6 giờ 30 phút sáng, An đi học bằng xe đạp với vận tốc 16 km/h. Trên con đường đó, lúc 6 giờ 45 phút bố An đi làm bằng xe máy với vận tốc 36 km/h. Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ và cách nhà bao nhiêu km?

### Loại 3. Toán chuyển động ngược chiều

- Hai chuyển động để gặp nhau thì  $S_1 + S_2 = S$
- Hai chuyển động đi để gặp nhau:  $t_1 = t_2$  (không kể thời gian đi sớm)

**Bài 1.** Hai ô tô khởi hành từ hai bến cách nhau 175km để gặp nhau. Xe I đi sớm hơn xe II là 1 giờ 30 phút với vận tốc 30 km/h. Vận tốc của xe II là 35 km/h. Hỏi sau mấy giờ hai xe gặp nhau

**Bài 2.** Một ô tô khởi hành từ A lúc 4 giờ sáng về B với vận tốc 60 km/h. Đến 5 giờ một ô tô khác khởi hành tại B và đi về A với vận tốc 70 km/h. Hai xe gặp nhau lúc 8 giờ. Tính khoảng cách từ A đến B

**Bài 3.** Lúc 7 giờ sáng một ô tô khởi hành từ A đến B với vận tốc 65 km/h. Đến 8 giờ 30 phút một xe ô tô khác xuất phát từ B đến A với vận tốc 75 km/h. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ? Biết rằng A cách B 657,5 km

### Loại 4. Toán chuyển động xuôi – ngược dòng

- Vận tốc xuôi dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng + Vận tốc dòng nước
- Vận tốc ngược dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng – Vận tốc dòng nước

**Bài 1.** Một ca-no xuôi dòng từ A đến B hết 1h 20 phút và ngược dòng hết 2h. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc riêng của ca-no?

**Bài 2.** Một ca-nô xuôi từ bến A đến bến B với vận tốc 30 km/h, sau đó lại ngược từ B trở về. Thời gian xuôi ít hơn thời gian đi ngược 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5 km/h.

**Bài 3.** Một đò máy xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B về A mất 5 giờ. Vận tốc của dòng nước là 2 km/h. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 3

**Bài 1.** Một xe vận tải đi từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc 50 km/h, rồi từ B quay ngay về A với vận tốc 40 km/h. Cả đi và về mất một thời gian là 5 giờ 24 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B. (L1)

**Bài 2.** Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 50km/h. Sau đó 1 giờ 30 phút, một người đi xe máy cũng đi từ A và đến B sớm hơn 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng vận tốc của xe máy gấp 2,5 lần vận tốc xe đạp. (L1)

**Bài 3.** Một người đi xe gắn máy, đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên một quãng đường dài 35km. Lúc trở về người đó đi theo con đường khác dài 42km với vận tốc kém hơn vận tốc lượt đi là 6 km/h. Thời gian lượt về bằng  $\frac{3}{2}$  thời gian lượt đi. Tìm vận tốc lượt đi và lượt về. (L1)

**Bài 4.** Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Đi được 24 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc trên quãng đường còn lại giảm còn 40 km/h. Vì vậy đã đến nơi chậm mất 18 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B. (L1)

**Bài 5.** Lúc 6 giờ 15 phút, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 70 km/h. Khi đến B, ô tô nghỉ 1,5 giờ, rồi quay về A với vận tốc 60 km/h và đến A lúc 11 giờ cùng ngày. Tính quãng đường AB. (L1)

**Bài 6.** Một xe máy đi từ A lúc 8 giờ 35 phút với vận tốc 36 km/h. Đến 11 giờ 5 phút, một ô tô cũng đi từ A đuổi theo xe máy với vận tốc 54 km/h. Hỏi ô tô đuổi kịp xe máy lúc mấy giờ? (L2)

**Bài 7.** Một xe máy đi từ C đến B với vận tốc 36 km/h. Cùng lúc đó, một ô tô đi từ A cách C 45 km đuổi theo xe máy với vận tốc 51 km/h. Tính thời gian để ô tô đuổi kịp xe máy. (L2)

**Bài 8.** Một người đi xe đạp từ A đến B. Người đó khởi hành lúc 4 giờ 24 phút. Vào lúc 6 giờ 36 phút, một người khác đi xe đạp từ B về A. Vận tốc người đi từ B lớn hơn vận tốc người đi từ A là 1 km/h. Hai người gặp nhau lúc 11 giờ. Tính vận tốc của mỗi người. Biết quãng đường AB dài 158,4 km. (L3)

**Bài 9.** Một ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 5 giờ và ngược dòng từ B đến A mất 6 giờ. Tính khoảng cách AB, biết vận tốc dòng nước là 2 km/h. (L4)

**Bài 10.** Hai bến sông A và B cách nhau 40 km. Cùng một lúc với ca nô xuôi dòng từ bến A, có một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 3 km/h. Sau khi đến B, ca nô trở về bến A ngay và gặp bè khi bè đã trôi được 8 km. Tính vận tốc của ca nô. (L4)

**Bài 11.** Một chiếc thuyền đi từ bến A đến bến B hết 5 giờ, từ bến B đến bến A hết 7 giờ. Hỏi một đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B hết bao lâu? (L4)



## Buổi 4:

# GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

## (TOÁN NĂNG SUẤT – LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG VÀ BÀI TOÁN KHÁC)

### Loại 1. Bài toán năng suất

Năng suất làm việc là phần việc làm được trong một đơn vị thời gian

Gọi  $A$  là khối lượng công việc,  $n$  là năng suất,  $t$  là thời gian làm việc. Ta có:  $A = n.t$

**Bài 1:** Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện tổ đã sản xuất được 57 sản phẩm một ngày. Do đó đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

**Bài 2:** Hai công nhân được giao làm một số sản phẩm, người thứ nhất phải làm ít hơn người thứ hai 10 sản phẩm. Người thứ nhất làm trong 3 giờ 20 phút, người thứ hai làm trong 2 giờ, biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai 17 sản phẩm. Tính số sản phẩm người thứ nhất làm được trong một giờ?

### Loại 2. Bài toán làm chung, làm riêng

- Khi công việc không được đo bằng số lượng cụ thể, ta coi toàn bộ công việc là một đơn vị công việc, biểu thị bởi số 1
- Tổng năng suất riêng bằng năng suất chung khi cùng làm

**Bài 1:** Hai người cùng làm một công việc sau 3 giờ 20 phút thì xong. Nếu người I làm 3 giờ và người II làm 2 giờ thì tất cả làm được  $\frac{4}{5}$  công việc. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu thì xong công việc?

**Bài 2:** Hai trường A và B có 420 học sinh thi đỗ vào lớp 10, đạt tỉ lệ là 84%. Riêng trường A tỉ lệ đỗ là 80%. Riêng trường B tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học sinh thi đỗ của mỗi trường.

### Loại 3. Dạng Toán phần trăm

**Bài 1:** Trong tháng Giêng hai tổ công nhân may được 800 chiếc áo. Tháng Hai, tổ một vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 20%, do đó cả hai tổ sản xuất được 945 cái áo. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ may được bao nhiêu chiếc áo?

**Bài 2:** Hai lớp 8A và 8B có tổng cộng 94 học sinh, biết rằng 25% số học sinh 8A, 20% số học sinh 8B đạt loại giỏi và tổng số học sinh giỏi của hai lớp là 21. Tính số học sinh của mỗi lớp.

#### Loại 4. Dạng Toán có nội dung hình học

**Bài 1:** Một hình chữ nhật có chu vi 372m nếu tăng chiều dài 21m và tăng chiều rộng 10m thì diện tích tăng  $2862\text{m}^2$ . Tính kích thước của hình chữ nhật lúc đầu?

**Bài 2:** Tính cạnh của một hình vuông biết rằng nếu chu vi tăng 12m thì diện tích tăng thêm  $135\text{m}^2$

#### Loại 5. Dạng Toán thêm bớt, quan hệ giữa các số

- Số có hai chữ số có dạng:  $\overline{xy} = 10x + y$ . Điều kiện:  $x, y \in N, 0 < x, y \leq 9$
- Số có ba chữ số có dạng:  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ . Điều kiện:  $x, y, z \in N, 0 < x, y, z \leq 9$

**Bài 1.** Tìm hai số nguyên liên tiếp, biết rằng 2 lần số nhỏ cộng 3 lần số lớn bằng  $-87$

**Bài 2.** Tổng của 4 số là 45. Nếu lấy số thứ nhất cộng thêm 2, số thứ hai trừ đi 2, số thứ ba nhân với 2, số thứ tư chia cho 2 thì bốn kết quả đó bằng nhau. Tìm 4 số ban đầu

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 4

**Bài 1:** Một lớp học tham gia trồng cây ở một lâm trường trong một thời gian dự định với năng suất 300 cây/ngày. Nhưng thực tế đã trồng thêm được 100 cây/ngày. Do đó đã trồng thêm được tất cả là 6 cây và hoàn thành trước kế hoạch 01 ngày. Tính số cây dự định trồng. (L1)

**Bài 2:** Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi giờ phải làm 30 sản phẩm. Nhưng thực tế mỗi giờ làm thêm được 10 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc trước 30 phút và còn vượt mức 20 sản phẩm so với kế hoạch. Tính số sản phẩm tổ đó phải làm theo kế hoạch. (L1)

**Bài 3:** Hai đội công nhân cùng làm 1 công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội 2 là 7 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó. (L2)

**Bài 4:** Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 2 giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi tổ phải hết bao nhiêu thời gian mới hoàn thành xong công việc, biết khi làm riêng, tổ thứ nhất hoàn thành sớm hơn tổ thứ hai là 3 giờ. (L2)

**Bài 5:** Trong tháng đầu hai tổ sản xuất làm được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, tổ một tăng năng suất 15%, tổ hai tăng năng suất 20% nên đã làm được 945 sản phẩm. Tính số sản phẩm của mỗi tổ trong tháng đầu. (L3)

**Bài 6:** Theo kế hoạch hai tổ phải làm 110 sản phẩm. Khi thực hiện tổ một tăng năng suất 14%, tổ hai tăng 10% nên đã làm được 123 sản phẩm. Tính số sản phẩm theo kế hoạch của mỗi tổ. (L3)

**Bài 7:** Một mảnh vườn có chu vi là 34m. Nếu tăng chiều dài 3m và giảm chiều rộng 2m thì diện tích tăng  $45\text{m}^2$ . Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn. (L4)

**Bài 8:** Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 80m. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 8m thì diện tích tăng thêm  $32\text{m}^2$ . Tính kích thước miếng đất. (L4)

**Bài 9.** Một phân số có tử số nhỏ hơn mẫu số là 8. Nếu thêm 2 đơn vị vào tử số và bớt mẫu số đi 3 đơn vị thì ta được phân số bằng  $\frac{3}{4}$ . Tìm phân số đã cho. (L5)

**Bài 10.** Thương của hai số là 3. Nếu tăng số bị chia lên 10 và giảm số chia đi một nửa thì hiệu của hai số mới là 30. Tìm hai số đó. (L5)

## **CHỨNG MINH CÁC TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT**

### **1. Hình thang**

- Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song
- Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông
- Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. Trong hình thang cân: Hai cạnh bên bằng nhau, Hai đường chéo bằng nhau

#### **Dấu hiệu nhận biết**

- Hình thang có một góc vuông là hình thang vuông
- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân
- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân

### **2. Hình bình hành**

- Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song
- Trong hình bình hành: Các cạnh đối bằng nhau, Các góc đối bằng nhau, Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

#### **Dấu hiệu nhận biết**

- Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành
- Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành
- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành

### **3. Hình chữ nhật**

- Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông
- Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

#### **Dấu hiệu nhận biết**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật
- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật

#### 4. Hình thoi

- Hình thoi là một tứ giác có bốn cạnh bằng nhau
- Trong hình thoi: Hai đường chéo vuông góc với nhau, Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi

#### Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi
- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi

#### 5. Hình vuông

- Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau
- Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi

#### Dấu hiệu nhận biết

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông
- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông
- Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm M và điểm I thứ tự là trung điểm của cạnh đáy BC và cạnh bên AC. Gọi K là điểm đối xứng với điểm M qua điểm I

- Chứng minh  $AK \parallel BC$
- Chứng minh tứ giác ABMK là hình bình hành
- Tìm thêm điều kiện của tam giác cân ABC để tứ giác AMCK là hình vuông

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Gọi D, E lần lượt là điểm đối xứng của P qua M và N.

- Tính AP và diện tích tam giác ABC biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$
- Chứng minh tứ giác AMPN là hình chữ nhật
- Chứng minh tứ giác APCE là hình thoi
- Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì để tứ giác APCE là hình vuông?
- Chứng minh AP, BE, CD đồng quy.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh AC, vẽ điểm D đối xứng với điểm B qua M.

- Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành
- Gọi H là trung điểm BC, K là trung điểm AD. Tứ giác AHCK là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh H, M, K thẳng hàng
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AHCK là hình vuông.

**Bài 4:** Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ AN và CM cùng vuông góc với BD

- Chứng minh  $DN = BM$
- Chứng minh tứ giác ANCM là hình bình hành
- Gọi K là điểm đối xứng với điểm A qua điểm N. Tứ giác DKCB là hình gì? Vì sao?
- Tia AM cắt tia KC tại điểm P. Chứng minh rằng các đường thẳng PN, AC, KM đồng quy.

**Bài 5:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, D là trung điểm BC. Kẻ  $DE \perp AC, DF \perp AB$  ( $E \in AC, F \in AB$ ).

- Chứng minh rằng  $EF = AD$
- Lấy điểm G đối xứng với D qua F. Chứng minh tứ giác ADBG là hình thoi
- Gọi K là giao điểm của AG và ED. Chứng minh GC, BK, AD đồng quy

**Bài 6:** Cho hình bình hành ABCD có  $AB = 2AD$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD

- Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành. Tứ giác AMND là hình gì?
- Gọi I là giao điểm của AN và DM, K là giao điểm của BN và CM. Tứ giác MINK là hình gì?
- Chứng minh  $IK \parallel CD$
- Hình bình hành ABCD cần thêm điều kiện gì thì tứ giác MINK là hình vuông? Khi đó, tính diện tích của tứ giác MINK, biết  $AD = 4\text{cm}$ .

**Bài 7:** Cho hình bình hành ABCD có  $BC = 2AB, A = 60^\circ$ . Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm BC, AD

- Chứng minh  $AE \perp BF$
- Tứ giác ECDF là hình gì? Vì sao?
- Tứ giác ABED là hình gì? Vì sao?
- Gọi M là điểm đối xứng của A qua B. Chứng minh tứ giác BMCD là hình chữ nhật.
- Chứng minh M, E, D thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho  $\triangle ABC$  cân ( $AB = AC$ ). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC.

- Tứ giác MNBC là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh rằng MP đi qua trung điểm O của BN
- Chứng minh tứ giác AMPN là hình thoi
- $\triangle ABC$  phải thỏa mãn điều kiện gì để hình thoi AMPN là hình vuông?

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 5 + 6

**Bài 1.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A ( $AB < AC$ ). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, AC.

- Chứng minh: AMNQ là hình chữ nhật
- Từ A kẻ  $Ax \parallel BC$  cắt NQ tại K. Chứng minh ANCK là hình thoi
- Kẻ đường cao AI (I thuộc BC). Chứng minh MINQ là hình thang cân
- Chứng minh  $MI \perp QI$
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để AMNQ là hình vuông
- Tính  $S_{ANCK}$  biết  $S_{ABC} = 12 \text{ cm}^2$

**Bài 2.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại C. Gọi D là trung điểm của AB. Kẻ DM vuông góc với AC (M thuộc AC). Gọi E là điểm đối xứng với D qua BC, DE cắt BC tại N

- Chứng minh: tứ giác CMDN là hình chữ nhật
- Tứ giác BDCE là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh  $S_{ABC} = 2S_{CMDN}$
- $\triangle ABC$  cần có thêm điều kiện gì để tứ giác ABEC là hình thang cân

**Bài 3:** Cho hình bình hành ABCD tâm O. Trên OD lấy E, kẻ  $CF \parallel AE$  ( $F \in BD$ )

- Chứng minh rằng: AFCE là hình bình hành
- Cho AF cắt BC tại M, CE cắt AD tại N. Chứng minh: M, O, N thẳng hàng
- Lấy K đối xứng với C qua E. Xác định vị trí của E trên OD để tg AKDO là hình bình hành
- Lấy I đối xứng với A qua D; lấy H đối xứng với A qua B. Tứ giác ABCD phải có thêm điều kiện gì để I đối xứng với H qua AC

**Bài 4:** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở A. Kẻ  $AH \perp BC$ . Gọi P, Q là điểm đối xứng của H qua AB và AC

- Chứng minh: P và Q đối xứng qua A
- Cho HP cắt AB tại I, HQ cắt AC tại K. Gọi M, N là trung điểm của BH và CH. Chứng minh: tứ giác MNKI là hình thang vuông
- Với điều kiện nào của  $\triangle ABC$  thì tứ giác MNKI là hình chữ nhật

**Bài 5:** Cho hình thoi ABCD. Gọi E là điểm đối xứng của A qua B, F là điểm đối xứng của C qua B

- Chứng minh: tứ giác ACEF là hình chữ nhật
- Chứng minh:  $AF \parallel BD$
- Cho DE cắt BC tại P, DF cắt AB tại Q. Chứng minh:  $AC = 2PQ$
- Hình thoi ABCD phải thêm điều kiện gì để ADCE là hình thang cân

**Bài 6:** Cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi M là trung điểm của AB, N là giao điểm của DM và CB.

- Chứng minh: Tứ giác ANBD là hình bình hành.
- Kẻ tia  $Cx \parallel DN$ ,  $Cx$  cắt AB tại P. Chứng minh: tứ giác MNPC là hình thoi
- Tứ giác DNPC có là hình thang ? Hình thang cân không ? Vì sao ?
- Cho MC cắt BD tại G. Tính  $S_{GCD}$  theo a



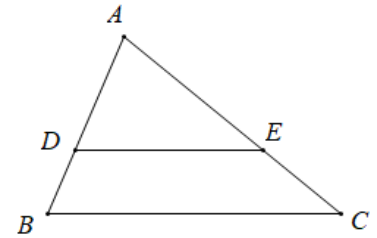
# Buổi 7 + 8: ĐỊNH LÝ TA – LÉT. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC

## TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

### 1. Định lý Ta-lét trong tam giác

- Đoạn thẳng tỉ lệ: Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' và C'D' nếu có tỉ lệ thức  $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$  hay  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$
- Định lý Ta-lét trong tam giác: Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ

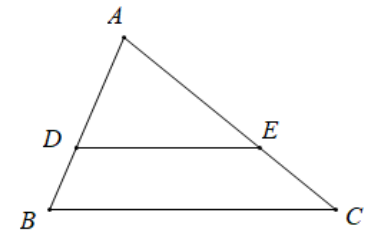
$$\begin{cases} \Delta ABC \\ DE // BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



### 2. Định lý đảo và hệ quả của định lý Ta-lét

**a. Hệ quả của định lý Ta-lét:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

$$\begin{cases} \Delta ABC \\ DE // BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$



**Chú ý:** hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại

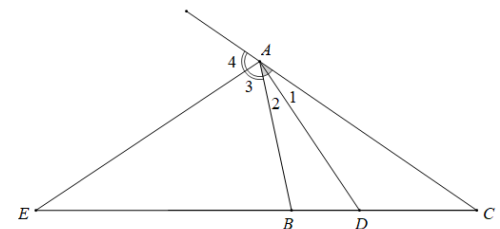
**b. Định lý Ta-lét đảo:** Nếu 1 đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE // BC$$

### 3. Tính chất đường phân giác của tam giác

- Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

$$\begin{cases} \Delta ABC \\ A_1 = A_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



- **Chú ý:** Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác

$$\begin{cases} \Delta ABC (AB \neq AC) \\ A_3 = A_4 \end{cases} \Rightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$$

#### 4. Tam giác đồng dạng

- Hai tam giác gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có ba cặp góc bằng nhau đôi một và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} A = A', B = B', C = C' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \end{cases}$$

- Trường hợp đồng dạng thứ nhất: Nếu  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C'$  có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \quad (\text{c.c.c})$$

- Trường hợp đồng dạng thứ hai: Nếu  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C'$  có:

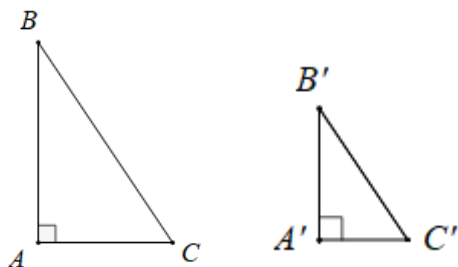
$$A = A' \text{ và } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CA}{C'A'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \quad (\text{c.g.c})$$

- Trường hợp đồng dạng thứ ba: Nếu  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C'$  có:

$$A = A', B = B' \text{ thì } \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \quad (\text{g.g})$$

#### 5. Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

- Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác đồng dạng
- Nếu tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đồng dạng



#### Trường hợp đồng dạng đặc biệt

- Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.
- Nếu  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C'$  có:  $A = A' = 90^\circ$  và  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$  thì  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)
- Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng
- Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng
- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

**Bài 1:** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 18\text{cm}$ ,  $AD = 12\text{cm}$ . Gọi M là trung điểm của AB. Tia DM cắt AC tại N, cắt tia CB tại P

- Tính độ dài các đoạn DM, DN, DP
- Không sử dụng kết quả tính được ở câu a, hãy chứng minh  $DN^2 = NM \cdot NP$

**Bài 2:** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A có chu vi là 80cm. Đường phân giác của A và B cắt nhau tại I, AI cắt BC tại D. Cho  $\frac{AI}{AD} = \frac{3}{4}$ . Tính các cạnh của  $\triangle ABC$

**Bài 3:** Cho hình thang cân ABCD có AB là đáy nhỏ. Biết  $BD \perp BC$ , đường cao BH chia đáy DC thành hai đoạn  $DH = 16\text{cm}$ ,  $HC = 9\text{cm}$

- Tính độ dài BH, AC
- Tính chu vi và diện tích của hình thang ABCD

**Bài 4:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A,  $AB = a$ ,  $AC = 3a$ . Trên cạnh AC lấy các điểm D và E sao cho  $AD = DE = EC$

- Tính các tỉ số  $\frac{DB}{DE}$ ;  $\frac{DC}{DB}$
- Chứng minh  $\triangle BDE \sim \triangle CDB$
- Tính  $\angle AEB + \angle ACB$

**Bài 5:** Cho hình vuông ABCD. Lấy E thuộc đoạn BC, kẻ tia Ax vuông góc với AE, Ax cắt CD tại F. Trung tuyến AI của  $\triangle AEF$  cắt DC tại K. Qua E kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AI tại G.

- Chứng minh  $AF = AE$  và tứ giác GEKF là hình thoi
- Chứng minh  $\triangle AKF \sim \triangle CAF$
- Chứng minh  $AF \cdot AE = FC \cdot GE$

**Bài 6:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

- Tứ giác AEHF là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh  $\triangle AEF \sim \triangle CAB$
- Cho  $AH = 2,4\text{m}$ ;  $BC = 5\text{m}$ . Tính  $S_{\triangle AEF}$
- Lấy I đối xứng với H qua AB. Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AI ở K. Chứng minh KC, AH, EF đồng quy.

**Bài 7:** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở A, trung tuyến BD. Phân giác của  $\angle BDA$  và  $\angle BDC$  cắt AB và BC lần lượt ở M và N. Biết  $AB = 16\text{cm}$ ;  $AD = 12\text{cm}$

- Tính độ dài các đoạn thẳng BD, BM
- Chứng minh  $MN \parallel AC$
- Tứ giác MACN là hình gì? Tính diện tích tứ giác đó
- Tính  $\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{\triangle DNM}}$

**Bài 8:** Cho  $\triangle ABC$  nhọn, các đường cao AM, BN cắt nhau tại K

a. Chứng minh  $\triangle AKN \sim \triangle BKM$

b. Chứng minh  $\triangle AKB \sim \triangle NKM$

c. Kẻ  $MH \perp AC (H \in AC)$ . Chứng minh  $MC^2 = AC.HC$

d. Gọi I là giao điểm của KH và MN. Kẻ  $IE \perp AC (E \in AC)$ . Gọi F là giao điểm của IE và KM.

Chứng minh  $\frac{1}{KN} + \frac{1}{MH} = \frac{2}{EF}$

**Bài 9:** Cho hình vuông ABCD, M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Kẻ  $DN \cap CM = \{I\}$

a. Chứng minh  $DN \perp CM$

b. Chứng minh  $CI.CM = CN.CB$

c. Chứng minh  $DI = 2CI$ ;  $DI = 4IN$

d. Gọi P là trung điểm của CD, AP cắt DI tại H. Tính diện tích tứ giác HICP biết  $AB = a$ .

**Bài 10:** Cho  $\triangle ABC$  có  $A = 60^\circ$ . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a. Chứng minh  $AC.AE = AB.AF$

b. Chứng minh  $\triangle BHC \sim \triangle FHE$

c. Tính  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle IAF}}$

d. Gọi I, K, L, M lần lượt là hình chiếu vuông góc của D trên các đường thẳng AB, BE, CF, AC. Chứng minh rằng I, K, L, M là bốn điểm thẳng hàng

## BÀI TẬP VỀ NHÀ BUỔI 7 + 8

**Bài 1:** Cho tam giác ABC có  $BA = 3\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$ , BD là đường phân giác (D thuộc AC). Kẻ AH, CK vuông góc với BD.

- Chứng minh  $\triangle AHD \sim \triangle CKD$
- Chứng minh  $AB \cdot BK = BC \cdot BH$
- Qua trung điểm I của AC kẻ đường thẳng song song BD, cắt BC tại M, cắt tia AB tại N.

Chứng minh  $AN = CM$

- Chứng minh  $S_{\triangle ABC} = 5S_{\triangle BDI}$

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Kẻ đường cao AH. Từ H kẻ HE vuông góc với AB (E thuộc AB), kẻ HF vuông góc với AC (F thuộc AC)

- Chứng minh  $\triangle AHB \sim \triangle CAB$
- Chứng minh  $AC^2 = CH \cdot BC$
- Biết  $BH = 4\text{cm}$ ,  $CH = 5\text{cm}$ . Tính chu vi của tam giác ABC.
- Từ A kẻ  $Ax \parallel EF$ , từ B kẻ  $By$  vuông góc với BC. Tia Ax cắt By tại K. Gọi O là giao điểm của EF và AH. Chứng minh C, O, K thẳng hàng.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên tia đối của tia AB, lấy điểm E sao cho  $AB = 2AE$ . Trên tia đối của tia AC lấy điểm F sao cho  $AC = 2AF$ .

- Chứng minh  $FE \parallel BC$ .
- Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh  $AC^2 = CH \cdot CB$
- Vẽ tia phân giác CD của góc ACB (D thuộc AB), CD cắt AH ở I. Chứng minh  $\frac{IH}{IA} = \frac{AD}{DB}$
- Cho  $AF = 1,5\text{cm}$ ;  $AE = 2\text{cm}$ . Tính độ dài AH và diện tích tam giác HIC

**Bài 4:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ phân giác BE của góc ABC (E thuộc AC). Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BE tại D.

- Chứng minh  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$
- Chứng minh  $\triangle AED \sim \triangle BEC$
- Chứng minh  $AD = DC$
- Kẻ đường cao AH của tam giác ABC cắt BE tại K. Chứng minh  $\frac{KH}{KA} = \frac{EA}{EC}$

**Bài 5:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao BM, CN cắt nhau tại H.

- Chứng minh rằng:  $HB \cdot HM = HC \cdot HN$
- Chứng minh  $\triangle NHM \sim \triangle BHC$
- Giả sử góc  $BAC = 60^\circ$ . Chứng minh diện tích  $\triangle BHC$  gấp 4 lần diện tích  $\triangle NHM$
- Chứng minh rằng:  $BM \cdot CN = MN \cdot BC + BN \cdot MC$

**Bài 6:** Cho tam giác nhọn ABC. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

- a. Chứng minh  $\triangle BHF \sim \triangle CHE$
- b. Chứng minh  $HE.HB = HF.HC$
- c. Từ E hạ  $EI \perp BC$  (I thuộc BC). Biết  $EC=15\text{cm}$ ;  $IC=9\text{cm}$ . Chứng minh  $\triangle BEC \sim \triangle EIC$ .

Tính BC và BE.

- d. Chứng minh:  $BH.BE + CH.CF = BC^2$

**Bài 7:** Cho hình chữ nhật ABCD,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AD = 6\text{cm}$ . Kẻ  $AM \perp BD$  (M thuộc BD)

- a. Chứng minh  $\triangle ABD \sim \triangle MAD$
- b. Tính đoạn DM.
- c. Đường thẳng AM cắt các đường thẳng DC và BC thứ tự tại N và P.

Chứng minh  $AM^2 = MN.MP$

- d. Lấy điểm E trên cạnh AB, F trên cạnh BC, EF cắt BD ở K. Chứng minh  $\frac{AB}{BE} + \frac{BC}{BF} = \frac{BD}{BK}$

**Bài 8:** Cho hình vuông ABCD và một điểm E bất kì trên cạnh BC. Kẻ tia  $Ax \perp AE$  cắt đường thẳng CD tại F. Kẻ trung tuyến AI của  $\triangle AFE$  và kéo dài cắt DC tại K. Qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt AI tại G. Chứng minh:

- a.  $AE = AF$
- b. Tứ giác EGFK là hình thoi
- c.  $\triangle FIK \sim \triangle FCE$
- d.  $EK = BE + DK$  và khi điểm E chuyển động trên BC thì chu vi tam giác ECK không đổi.

**Bài 9:** Cho hình bình hành ABCD có góc A nhọn. Kẻ  $BI \perp AC$ ;  $DK \perp AC$ . Kẻ  $CM \perp AB$ ,  $CN \perp AD$ .

- a. Chứng minh  $AK = CI$
- b. Tứ giác BIDK là hình gì?
- c. Chứng minh  $AB.CM = CN.AD$
- d. CMR:  $AD.AN + AB.AM = AC^2$

**Bài 10:** Cho tam giác đều ABC. Gọi O là trung điểm của BC. Tại O dựng  $\angle xOy = 60^\circ$ . Tia Ox cắt AB tại M, tia Oy cắt AC tại N. CMR:

- a.  $\triangle BOM \sim \triangle CNO$
- b.  $BC^2 = 4.BM.CN$
- c.  $\triangle BOM \sim \triangle ONM$ . Từ đó suy ra MO là tia phân giác của góc BMN
- d.  $ON^2 = CN.MN$