DIVIDE

CONQUER

WHAT?

Chia để trị là gì

WHAT?

Là một chiến lược thiết kế thuật toán:

- Top-down approach
- Được cài dựa trên đệ quy
- Chia - trị - hợp

Ý tưởng cơ bản

Gồm 3 phần:

- Chia: chia bài toán lớn thành nhiều bài toán con nhỏ hơn và đồng dạng và độc lập với nhau để giải quyết
- Trị: Giải quyết các bài toán con
- Hợp: Kết hợp kết quả của các bài toán con để có được lời giải cuối cùng cho bài bài toán lớn ban đầu

DECREASE AND CONQUER

WHY?

Điểm mạnh/Điểm yếu

WHEN?

Khi nào áp dụng chia để trị

WHERE?

Ứng dụng vào đâu

HOW?

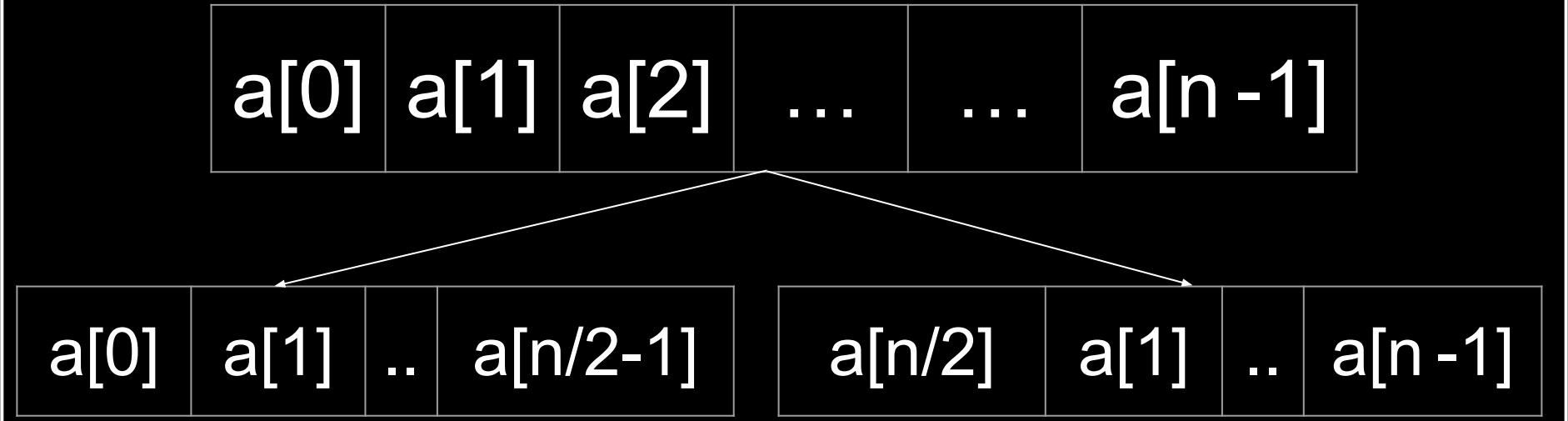
Cài đặt thế nào

```
DnC (P):
   if (P is small):
         Solve(P)
   else:
      Divide P into n
   smaller sub-problem p
      Apply DnC(p_n)
      Combine(DAC(p_n))
```

FRAMEWORK

Tính tổng n số

Tính tổng n số



Thời gian chạy

$$T(n) = a\ T(n/b) + f(n).$$

Với:

- ***T(n)*** *là thời gian chạy*
- *a là số vòng lặp đệ quy*
- ***T(n/b)*** *là thời gian chạy mỗi vòng lặp đệ quy*
- ***f(n)*** *là thời gian phân chia và hợp các bài toán con*

Master Theorem

Masters Theorem

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

$$f(n) = \Theta(n^k \log^p n) \quad \textit{Với } a \geq 1,\ b > 1$$

Masters Theorem

Case 1: if $\log_b a > k$ then $\theta(n^{\log_b a})$

Case 2: if $\log_b a = k$

- if $p > -1$ $\theta(n^k \log^{p+1} n)$
- if $p = -1$ $\theta(n^k \log \log n)$
- if $p < -1$ $\theta(n^k)$

Case 3: if $\log_b a < k$

- if $p \geq 0$ $\theta(n^k \log^p n)$
- if $p < 0$ $O(n^k)$

Masters Theorem

$$T(n) = 4T(n/2) + n$$

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2$$

$$T(n) = 4T(n/2) + n^3$$

Masters Theorem

$T(n) = 4T(n/2) + n$

$a = 4$ $k = 1$ $log\_2(4) = 2 > k = 1$

$b = 2$ $p = 0$

Case 1: $\Theta(n^2)$

Masters Theorem

$T(n) = 4T(n/2) + n^2$

$a = 4$ $k = 2$ $log\_2(4) = k = 2$

$b = 2$ $p = 0$

Case 2: $\Theta(n^2 \log n)$

Masters Theorem

$T(n) = 4T(n/2) + n^3$

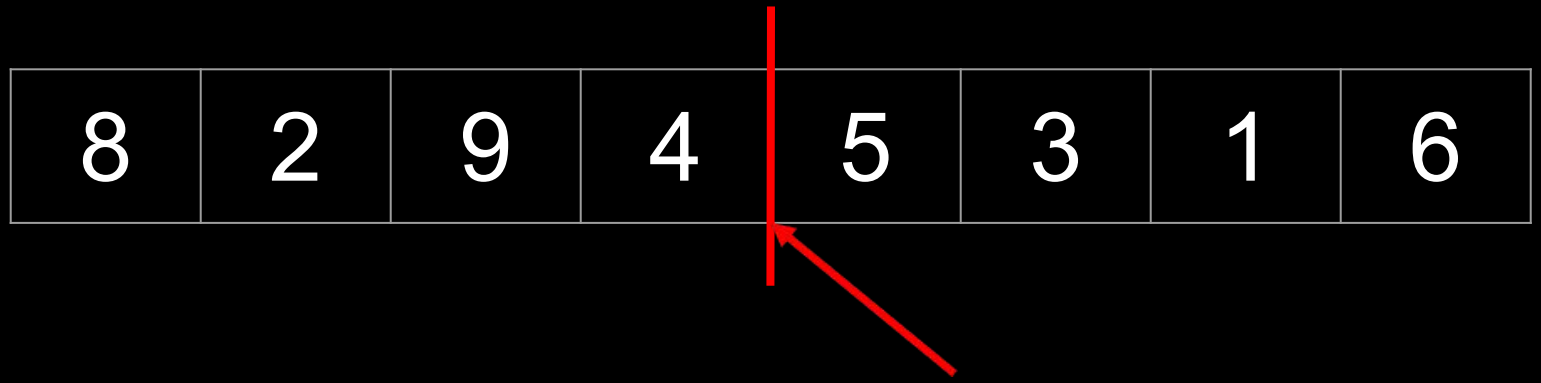
$a = 4$ $\quad k = 3$ $\quad log\_2(4) = 2 < k = 3$

$b = 2$ $\quad p = 0$

Case 3: $\Theta(n^3)$

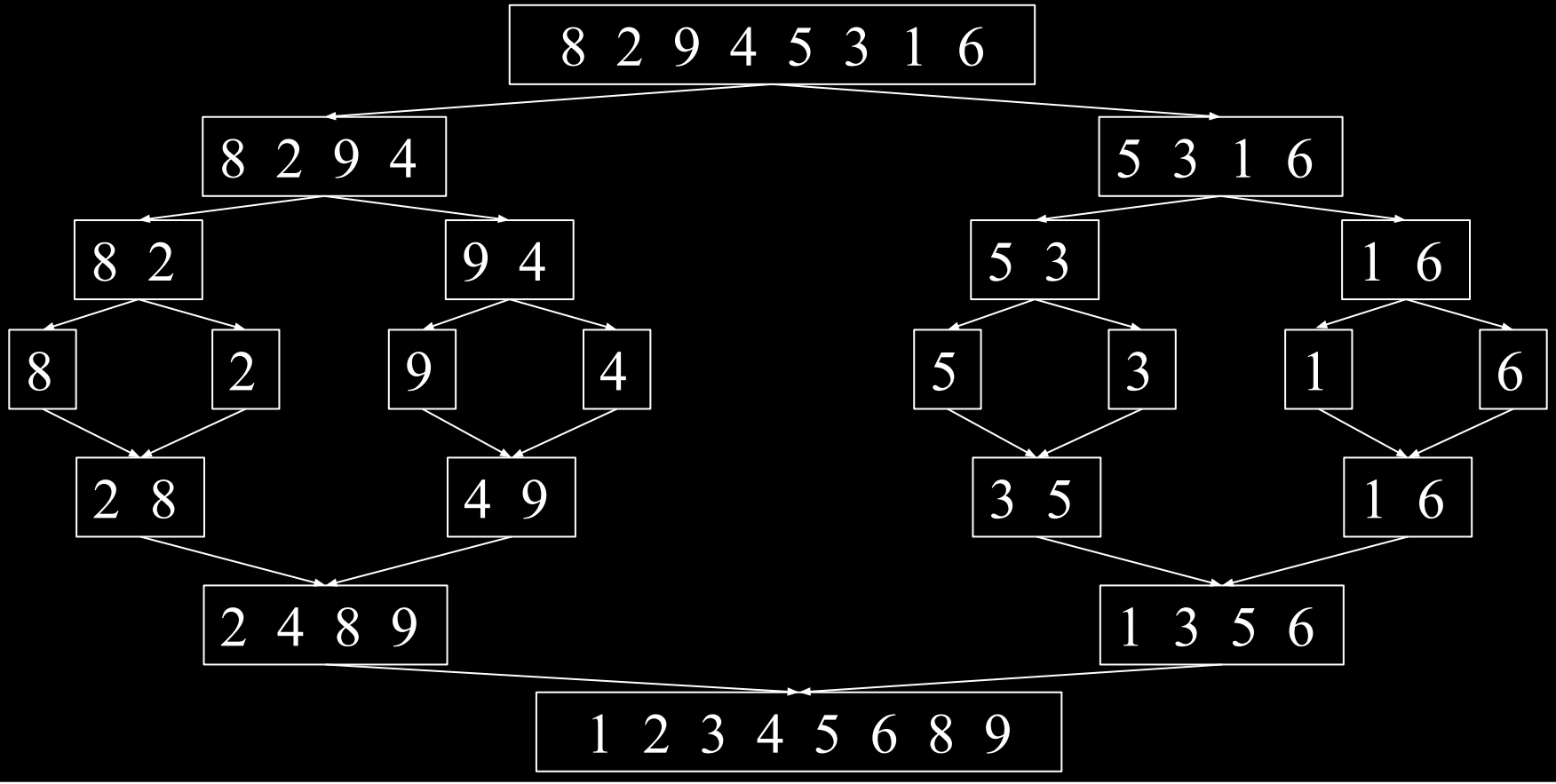
Merge Sort

Merge Sort



- Chia mảng thành hai phần
- Sắp xếp từng phần theo cách đệ quy
- Hợp nhất hai mảng được sắp xếp nhỏ thành một mảng được sắp xếp.

Merge Sort


8 2 9 4 5 3 1 6
8 2 9 4
5 3 1 6
8 2
9 4
5 3
1 6
8
2
9
4
5
3
1
6
2 8
4 9
3 5
1 6
2 4 8 9
1 3 5 6
1 2 3 4 5 6 8 9

```
# Divide
def mergeSort(arr):
    if len(arr) > 1:
        mid = len(arr)//2
        L = arr[:mid]
        R = arr[mid:]
        mergeSort(L)
        mergeSort(R)
```

```
#Sort and merge
i = j = k = 0
while i < len(L) and j
< len(R):
        if L[i] <= R[j]:
                arr[k] =
            L[i]
                i += 1
        else:
                arr[k] =
            R[j]
            j += 1
        k += 1
```

```
#Checking if any element was
left
    while i < len(L):
            arr[k] = L[i]
            i += 1
            k += 1

    while j < len(R):
            arr[k] = R[j]
            j += 1
            k += 1
```

Độ phức tạp

$$C(n) = 2C(n/2) + C_{merge}(n) \text{ for } n > 1, C(1) = 0$$

Theo Master Theorem:

$$C(n) = \theta(n \log n)$$

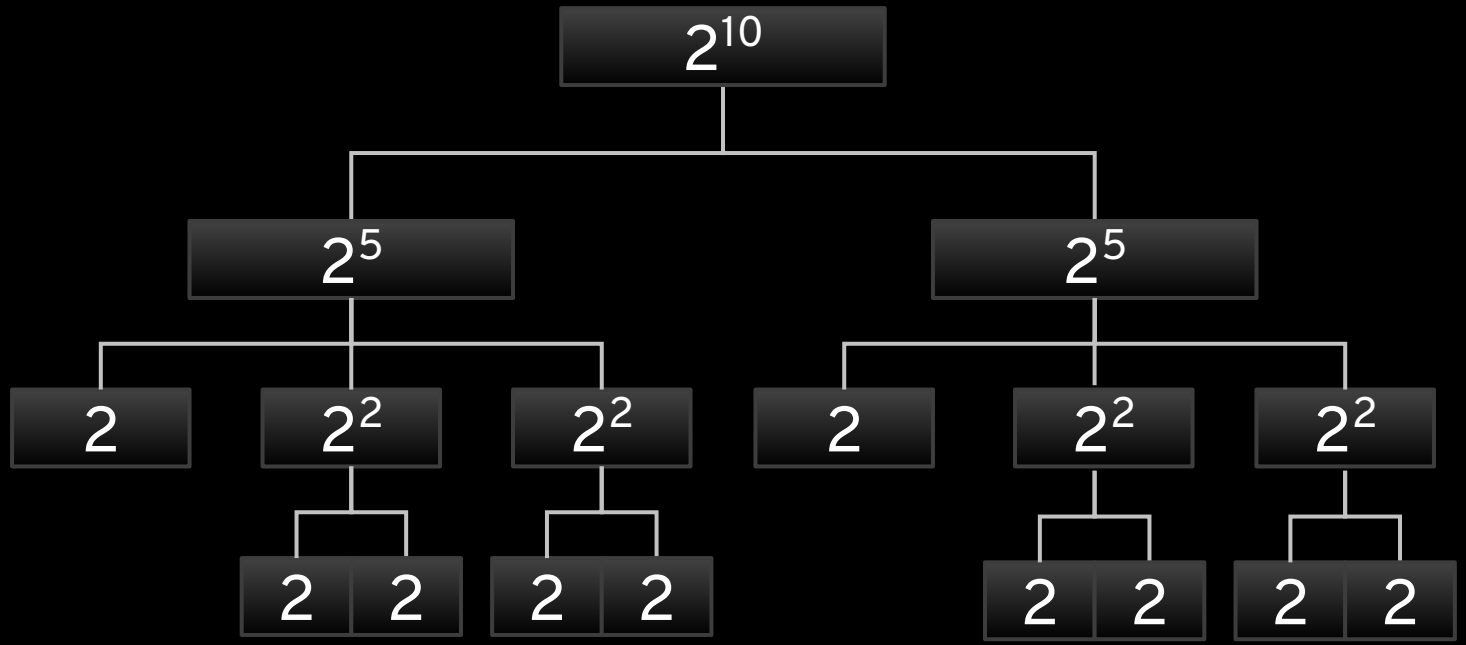
Tính pow(x, n)

Tính pow(x, n)

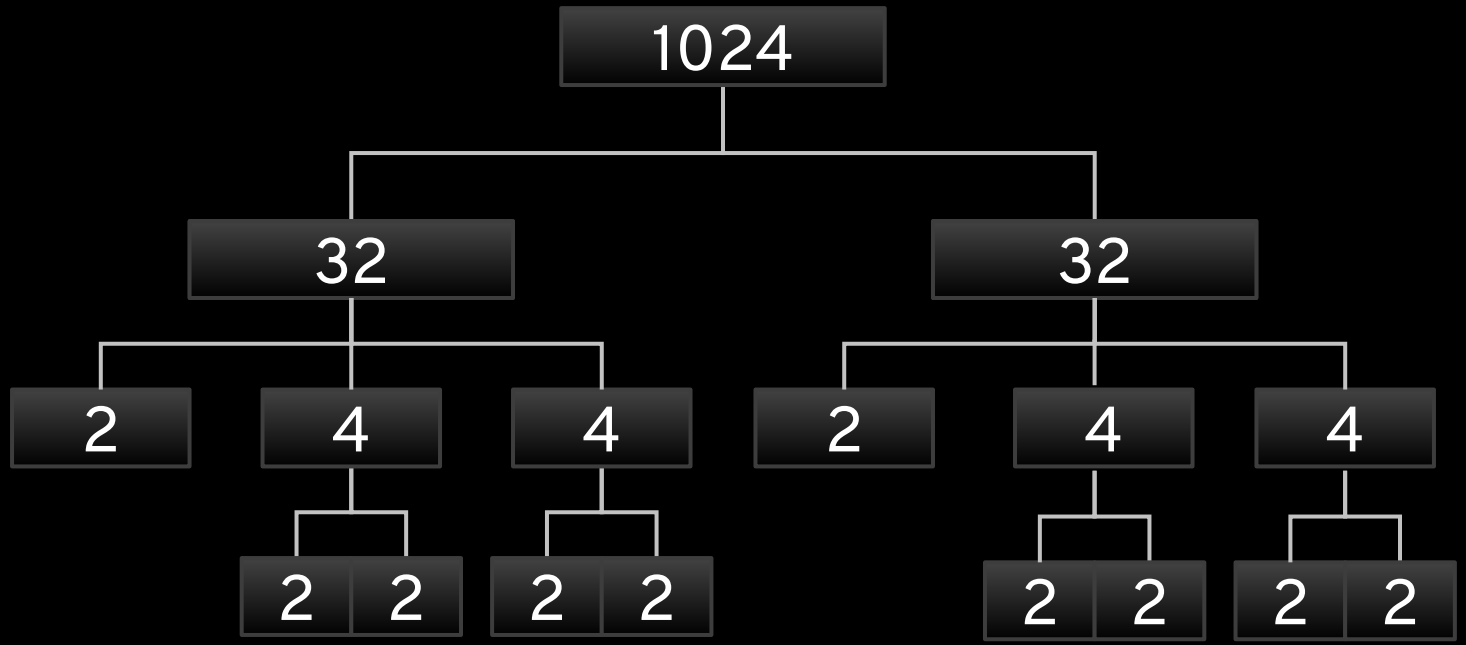
x^n

- Chia phép tính thành hai phần
- Tính giá trị từng phần theo cách đệ quy
- Hợp nhất các phần nhỏ đã được tính thành một phần mới.

Tính pow(x, n)



Tính pow(x, n)



Tính pow(x, n)

Vấn đề có thể được xác định đệ quy bởi:

- power(x, n) = power(x, n / 2) * power(x, n / 2); // if n is even
- power(x, n) = x * power(x, n / 2) * power(x, n / 2);// if n is odd

```
def power(x,  y):
    if y == 1:
        return x
    temp = power(x, int(y / 2))
    if y % 2 == 0:
        return temp * temp
    else:
        return x * temp * temp
```

Độ phức tạp

Theo Master Theorem:

$$C(n) = \theta(\log n)$$

Quick Sort

Quick Sort

1. First, it partitions an array into two parts,

2. Then, it sorts the parts independently,

3. Finally, it combines the sorted subsequences by a simple concatenation.

```
def partition(array, low, high):
    pivot = array[high]
    i = low - 1
    for j in range(low, high):
        if array[j] <= pivot:
            i = i + 1
            (array[i], array[j]) = (array[j], array[i])
    (array[i + 1], array[high]) = (array[high], array[i + 1])
    return i + 1

def quick_sort(array, low, high):
    if low < high:
        pi = partition(array, low, high)
        quick_sort(array, low, pi - 1)
        quick_sort(array, pi + 1, high)
```

Độ phức tạp

Trường hợp tốt nhất

$$C(n) = 2C(n/2) + n$$ for $n > 1$, $C_{best}(1) = 0$.

Cảm ơn!