ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG VIỆT - HÀN
Vietnam - Korea University of Information and Communication Technology

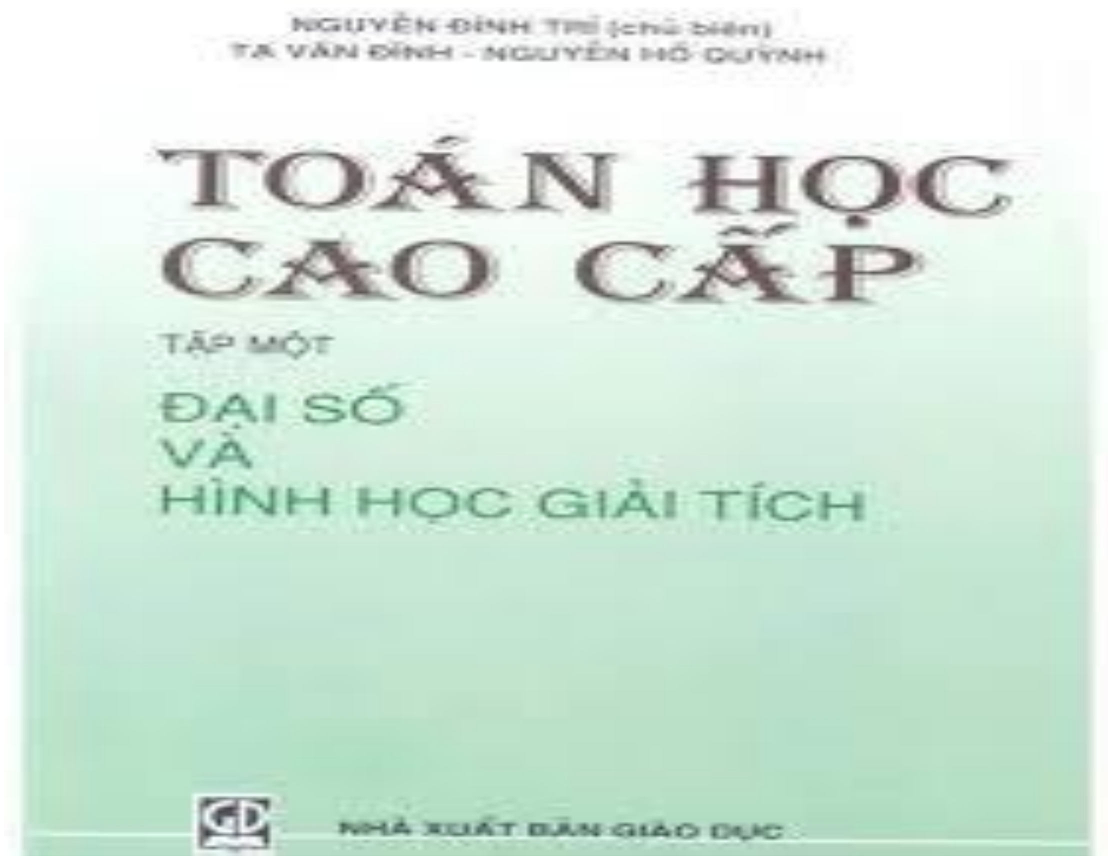
ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

GV: Nguyễn Quốc Thịnh

http://vku.udn.vn/

Giáo trình

Toán cao cấp -tập 1, Nguyễn Đình trí, NXB Giáo dục, 2006



Chương 1.

MA TRẬN - ĐỊNH THỨC

Bài 1

MA TRẬN

I. Định nghĩa

Cho m, n là 2 số nguyên dương.

Ma trận cỡ m x n là một bảng gồm **m x n** số thực (phức) được viết thành **m hàng n cột** có dạng như sau:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{a_{ij}}$: nằm ở hàng **i cột j**,

- Nếu kí hiệu ma trận trên là A, thì có thể viết gọn:

$$A = \left[a_{ij} \right]_{m \times n}$$

II. Các loại ma trận đặc biệt

1. Ma trận hàng

Là ma trận chỉ có 1 hàng và số cột tuỳ ý,

$$\begin{bmatrix} a_{11} \, a_{12} \ldots a_{1n} \end{bmatrix}$$

2. Ma trận cột

Là ma trận chỉ có 1 cột và số hàng tuỳ ý,

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ .. \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

3. Ma trận không

Là ma trận có tất cả các phần tử đều bằng 0, kí hiệu là O

4. Ma trận vuông cấp n

Là ma trận có số hàng bằng số cột (m = n).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{m2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- Các phần tử $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ gọi là các phần tử chéo.
- Đường thẳng đi qua các phần tử chéo gọi là đường chéo chính.

Ví dụ:

Ma trận vuông cấp 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 4 & -2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ma trận vuông cấp 2

5. Ma trận chéo

Ma trận chéo là ma trận vuông có các phần tử nằm **ngoài đường chéo chính đều bằng 0**

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

6. Ma trận đơn vị

* Ma trận đơn vị là ma trận chéo có các phần tử trên đường chéo chính bằng 1.

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

* Ma trận đơn vị cấp n được kí hiệu là I_n hay E_n.

Ví dụ:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ .. & .. & \ldots & .. \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix}$$

7. Ma trận tam giác

- Ma trận vuông cấp n có dạng:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & .. & a_{nn} \end{bmatrix}$$

gọi là ma trận tam giác trên, (các phần tử nằm dưới đường chéo chính bằng 0)

- Ma trận vuông cấp n có dạng:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & .. & a_{nn} \end{bmatrix}$$

gọi là ma trận tam giác dưới, (các phần tử nằm trên đường chéo chính bằng 0)

Ví dụ:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \\ 2 & 9 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

MT tam giác trên

MT tam giác dưới

8. Ma trận chuyển vị

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$

Nếu đổi hàng thành cột, cột thành hàng, ta nhận được một ma trận mới gọi là ma trận chuyển vị của A, kí hiệu là A^t.

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

9. Ma trận bằng nhau

Hai ma trận được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng cỡ và các phần tử ở cùng vị trí bằng nhau.

10. Ma trận hình thang: là ma trận có $a_{ij} = 0, \forall\ i > j$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2r} & \dots & a_{2n} \\ .. & .. & \dots & .. & \dots & .. \\ 0 & 0 & \dots & a_{rr} & \dots & a_{rn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

III. Các phép toán trên ma trận

1. Phép cộng

Tổng của 2 ma trận A và B cùng cỡ m x n, kí hiệu A + B

là một ma trận $C = \left[c_{ij}\right]_{m\times n}$ sao cho:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \quad \forall i = \overline{1,m}, \quad j = \overline{1,n}$$

Ví dụ:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{3} \\ 2 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Tính chất: Cho A, B, C là các ma trận cùng cỡ m x n

- $A + B = B + A$
- $A + 0 = 0 + A = A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$

2. Phép nhân ma trận với một số thực

Cho $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ và k là số thực.

Tích của ma trận A với k , kí hiệu: k.A, là ma trận $C = \left[c_{ij}\right]_{m\times n}$

với, $c_{ij} = k.a_{ij}, \forall i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}$

Ví dụ:

$$2\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ 14 & 8 & 10 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

Tính chất: Cho số thực k, h và A, B là các ma trận cùng cỡ m x n

- $k(A + B) = kA + kB$
- $(k + h)A = k A + h A$
- $k(hA) = (kh)A$
- $1.A = A$
- $0.A = 0$

3. Phép nhân hai ma trận

Cho $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times p}$ cỡ m x p và ma trận $B = \left[\mathrm{b}_{\mathrm{ij}}\right]_{\mathrm{p}\times\mathrm{n}}$ cỡ p x n.

Tích của A với B, kí hiệu A.B hay AB, là một ma trận

$$C = \left[\mathrm{c}_{\mathrm{ij}}\right]_{\mathrm{m}\times\mathrm{n}} \text{ với } \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj}, \; i = \overline{1,m}, \; j = \overline{1,n}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c}\text{hàng i}\\ \text{(của A)}\end{array} & \begin{bmatrix} & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \\ & & & \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{pj} \end{bmatrix} \\ \text{cột j (của B)} \end{array} = \begin{bmatrix} & \dots & \\ & \dots & \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ & \dots & \\ & \dots & \end{bmatrix}$$

Chú ý:

Để ma trận A nhân được với ma trận B thì số cột của ma trận A phải bằng số hàng của ma trận B.

Ví dụ: Nhân hai ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}_{33} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}_{32} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}_{32}$$

VD: Cho 3 ma trận A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Tính $A^t.B - 3C$

Tính chất: Cho số thực k và A, B, C là các ma trận cùng cỡ m x n

- A(B + C) = AB + AC
- (B + C)A = BA + CA
- A(BC) = (AB)C
- k(AB) = (kA)B = A(kB)

$$(AB)^t = B^t A^t$$

IV. Các phép biến đổi sơ cấp theo hàng

- Đổi chỗ 2 hàng cho nhau.

- Nhân một hàng với một số $k \neq 0$.

- Ta nhân các phần tử của 1 hàng với $k \neq 0$ rồi cộng tương ứng với 1 hàng khác.

Bài 2

ĐỊNH THỨC

I. Định nghĩa

1. Định nghĩa

Giả sử A ma trận vuông cấp n,

Gọi **M_{ij}** là ma trận có được từ ma trận A bằng bỏ đi **hàng i, cột j**

Ví dụ:

$$Cho\, A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 & 7 \\ 9 & 1 & 15 & 2 \\ -8 & 1 & -5 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow M_{43} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -2 & 0 & 7 \\ 9 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ví dụ :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Xác định M_{11}? M_{12}?

$$M_{11} = [a_{22}] \quad M_{12} = [a_{21}]$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Xác định M_{11}? M_{12}? M_{13}?

$$M_{11} = \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad M_{12} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{bmatrix} \quad M_{13} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

2. Định thức

Định thức của ma trận vuông A là một số, kí hiệu là:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

được xác định như sau:

* Nếu A là ma trận vuông cấp 1, A = [a_{11}] thì det(A) = a_{11}

* Nếu A là ma trận vuông cấp n > 1 thì

$$\det(A) = (-1)^{i+1} a_{i1} \det(M_{i1}) + (-1)^{i+2} a_{i2} \det(M_{i2}) + \\ + (-1)^{i+3} a_{i3} \det(M_{i3}) + \ldots + (-1)^{i+n} a_{in} \det(M_{in})$$

Ma trận M_{ij} là ma trận nhận được từ ma trận A sau khi bỏ **hàng i và cột j**.

(*Công thức trên gọi là công thức khai triển theo hàng i*)

Ví dụ: Tính định thức

$$a)\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$b)\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \\ -8 & 11 & 3 \end{vmatrix}$$

II. Các tính chất

Cho A ma trận vuông cấp n

Tính chất 1: $\det(A^t) = \det(A)$

Hệ quả: Nếu một tính chất của định thức đã đúng khi phát biểu về hàng thì nó vẫn đúng khi ta thay hàng bằng cột.

Tính chất 2: Nếu ta đổi chỗ 2 hàng (hoặc 2 cột) cho nhau thì được một định thức mới bằng định thức cũ đổi dấu.

Hệ quả: Định thức có hai hàng (hay hai cột) bằng nhau thì bằng 0

Tính chất 3: Nếu ta nhân một hàng (hoặc 1 cột) của định thức với số thực $\alpha \neq 0$ thì được một định thức mới bằng định thức cũ nhân với α.

Hệ quả 1: Nếu các phần tử của một hàng (hay một cột) có một thừa số chung, ta có thể đưa thừa số chung đó ra ngoài dấu định thức.

Hệ quả 2: Một định thức có hai hàng (hay hai cột) tỉ lệ với nhau thì bằng 0.

Tính chất 4: Nếu mọi phần tử của một hàng (hay cột) là tổng của hai số hạng thì định thức có thể phân tích thành tổng của hai định thức.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Tính chất 5: Ta nhân các p/tử của 1 hàng (1 cột) với k ≠ 0 rồi cộng tương ứng với 1 hàng (1 cột) khác thì giá trị của định thức không thay đổi.

Tính chất 6: Định thức của ma trận chéo hoặc ma trận tam giác bằng tích của các phần tử nằm trên đường chéo chính. Nghĩa là:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}.a_{22}\dots a_{nn}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}.a_{22}\dots a_{nn}$$

III. Các cách tính định thức

1. **Nếu A là ma trận vuông cấp 1 thì** $\det(A) = a_{11}$

2. Nếu A là ma trận vuông cấp 2 thì

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

3. Nếu A là ma trận vuông cấp 3

$$\det(A)=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad - \quad - \quad - \\ \left(\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right) \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad + \quad + \quad + \end{array}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{32}a_{23}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12})$$

(quy tắc Sarus)

Ví dụ: Tính định thức:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Tính đinh thức bằng phép biến đổi sơ cấp

Để tính định thức một cách dễ dàng và đơn giản ta sử dụng các tính chất ở trên để biến đổi và đưa về định thức của ma trận tam giác, hoặc ma trận chéo. Các phép biến đổi đó gọi là *phép biến đổi sơ cấp:*

1. Phép biến đổi $h_i \leftrightarrow h_j$ (hoặc $c_i \leftrightarrow c_j$): định thức đổi dấu

2. Phép biến đổi $h_i \to k\, h_i$ (hoặc $c_i \to k\, c_i$):

định thức nhân với k.

3. Phép biến đổi $h_i \to h_i + k\, h_j$ (hoặc $c_i \to c_i + k\, c_j$):

định thức không đổi.

Ví dụ: Tính

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Bài 3

HẠNG CỦA MA TRẬN

I. Định nghĩa

Cho ma trận $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ và số nguyên dương k ≤ **min (m, n)** .

1) Định thức cấp k thành lập từ các phần tử nằm ở chỗ giao nhau của k hàng và k cột tùy ý của ma trận A gọi là định thức con cấp k của ma trận A.

2) Hạng của ma trận A là **cấp cao nhất** của định thức con khác 0 có trong ma trận A. Ký hiệu: r(A)

II. Cách tính hạng của ma trận

1. Định lý: ***Các phép biến đổi sơ cấp sau đây không làm thay đổi hạng của ma trận:***

- Đổi chỗ 2 hàng (hoặc 2 cột) cho nhau.

- Nhân một hàng (hoặc 1 cột) với một số $k \neq 0$.

- Ta nhân các phần tử của 1 hàng (hoặc 1 cột) với $k \neq 0$ rồi cộng tương ứng với 1 hàng (1 cột) khác.

- Áp dụng các phép biến đổi sơ cấp đưa ma trận A về ma trận B có dạng **ma trận hình thang** như sau:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} & \dots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} & \dots & b_{2r} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & b_{rr} & \dots & b_{rn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Chú ý: Hạng của ma trận hình thang bằng là số hàng khác không của ma trận đó.

$$\boxed{r(A) = r(B) = r}$$

- **Ví dụ:** Tìm hạng của ma trận:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -4 & 5 & 2 & -1 \\ -1 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

•**Bài tập**: Tìm hạng của ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Bài tập: Biện luận theo m hạng của ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & m & 1 \\ -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Bài 4

MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

I. Định nghĩa

Cho A là ma trận vuông cấp n

* A được gọi là *khả nghịch* (hay có ma trận nghịch đảo) nếu tồn tại ma trận vuông B cùng cấp n sao cho:

$$AB = BA = I_n$$

* Khi đó,

B được gọi là ma trận nghịch đảo của A, kí hiệu A^{-1}

* Như vậy:

Nếu A khả nghịch thì $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$

II. Điều kiện tồn tại ma trận nghịch đảo

1) Định lí: Cho A là ma trận vuông cấp n

A khả nghịch khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0$

Khi đó, ma trận nghịch đảo: $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} P_A$

P_A: Ma trận phụ hợp của ma trận A.

- Nếu $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ thì $P_A = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \dots & c_{n1} \\ c_{12} & c_{22} & \dots & c_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{1n} & c_{2n} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$

với $c_{ij} = (-1)^{i+j}\det(M_{ij})$

VD: Tìm m để ma trận A có ma trận nghịch đảo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & m & 1 \\ -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Giải.

Ta có: det(A) = 3m - 42

Ma trận A có ma trận nghịch đảo $\leftrightarrow$ det(A) $\neq 0$

$\leftrightarrow m \neq 14$

III. Cách tìm ma trận nghịch đảo

Cho ma trận vuông A cấp n. Để tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A ta làm như sau:

B1: Tính det(A).

- Nếu $\det(A) = 0$ thì A không có ma trận nghịch đảo.

- Nếu $\det(A) \neq 0$, chuyển sang bước 2.

B2: Tìm ma trận phụ hợp P_A.

B3: $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} P_A$$

VD: Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ví dụ: Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

VD: Tìm ma trận X, biết:

$$a)\quad \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}.X = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$b)\quad X.\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Ví dụ: Tìm ma trận X thỏa mãn:

$$X\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

III. TÍNH CHẤT CỦA MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

(xem giáo trình)

$$* \; (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$* \; (A^{-1})^{-1} = A$$

$$* \; (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$$

$$* \; \det(B) = \det(A)\det(B)$$

HẾT CHƯƠNG 1

HẾT CHƯƠNG 1

Th.s: Nguyễn Quốc Thịnh