Aula 03

Estudo do sinal de funções de 1º e 2º grau,Equações e Inequações de 1º e 2º grau e modular

Equação do 1º grau

É toda equação da forma

$$ax + b = 0;\ a \neq 0.$$

Sua solução, também chamada de raiz da equação, é dada por

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Exemplo 1

Determine a solução de $2x-4=0$.

Solução

$$2x-4=0$$

$$2x=4$$

$$x=\frac{4}{2}$$

$$x=2$$

Equação do 2º grau

É toda equação da forma

$$ax^2 + bx + c = 0\,; a \neq 0.$$

Sua solução é dada por

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{onde } \Delta = b^2 - 4ac$$

Exemplo 2

Determine as soluções da equação

$$x^2 + 5x + 6 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \therefore \Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 6 \quad \therefore \Delta = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \therefore x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times 1} \therefore x_1 = \frac{-4}{2} \therefore \boxed{x_1 = -2}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \therefore x_1 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times 1} \therefore x_1 = \frac{-6}{2} \therefore \boxed{x_1 = -3}$$

Soma e produto das raízes

Considere a equação $ax^2 + bx + c = 0\,; a \neq 0$.

Note que

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} + \frac{-b - \cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} = \frac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = -\frac{b}{a}$$

produto da soma pela diferença

$$x_1 . x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} . \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{(2a)^2}$$

$$= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{\cancel{b^2} - (\cancel{b^2} - 4ac)}{4a^2} = \frac{\cancel{4a}c}{\cancel{4a^2}} = \frac{c}{a}$$

Exemplo 2

Determine as soluções da equação

$$x^2 + 5x + 6 = 0.$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b/a \\ x_1 \cdot x_2 = c/a \end{cases} \therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = -5/1 \\ x_1 \cdot x_2 = 6/1 \end{cases} \therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\boxed{x_1 = -2} \text{ e } \boxed{x_2 = -3}$$

Inequações lineares

Uma inequação linear em x pode ser escrita na forma:

$$ax+b<0, \quad ax+b\leq 0, \quad ax+b>0 \text{ ou } ax+b\geq 0.$$

Usamos as propriedades da desigualdade de números reais para resolver inequações do 1º grau.

Exemplo 3

Resolva as inequação $3(x-1)+2 \leq 5x+6.$

$$3(x-1)+2 \leq 5x+6$$

$$3x-3+2 \leq 5x+6$$

$$3x-1 \leq 5x+6$$

$$3x-5x \leq 6+1$$

$$-2x \leq 7$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)-2x \geq 7\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x \geq -\frac{7}{2} \qquad \left[-\frac{7}{2},+\infty\right)$$

Exemplo 4

Resolva a inequação e represente graficamente seu conjunto solução.

$$\frac{x}{3}+\frac{1}{2}>\frac{x}{4}+\frac{1}{3}$$

$$12\cdot\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\right)>12\cdot\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{3}\right)$$

$$4x+6>3x+4$$

$$x+6>4$$

$$x>-2$$

Exemplo 5

Resolva a inequação e represente graficamente seu conjunto solução.

$$-3 < \frac{2x-5}{3} \le 5$$

(1) (2)

$$(1)\; -3 < \frac{2x+5}{3}$$

$$-9 < 2x+5$$

$$-14 < 2x$$

$$x > -7$$

$$(2)\; \frac{2x+5}{3} \le 5$$

$$2x+5 \le 15$$

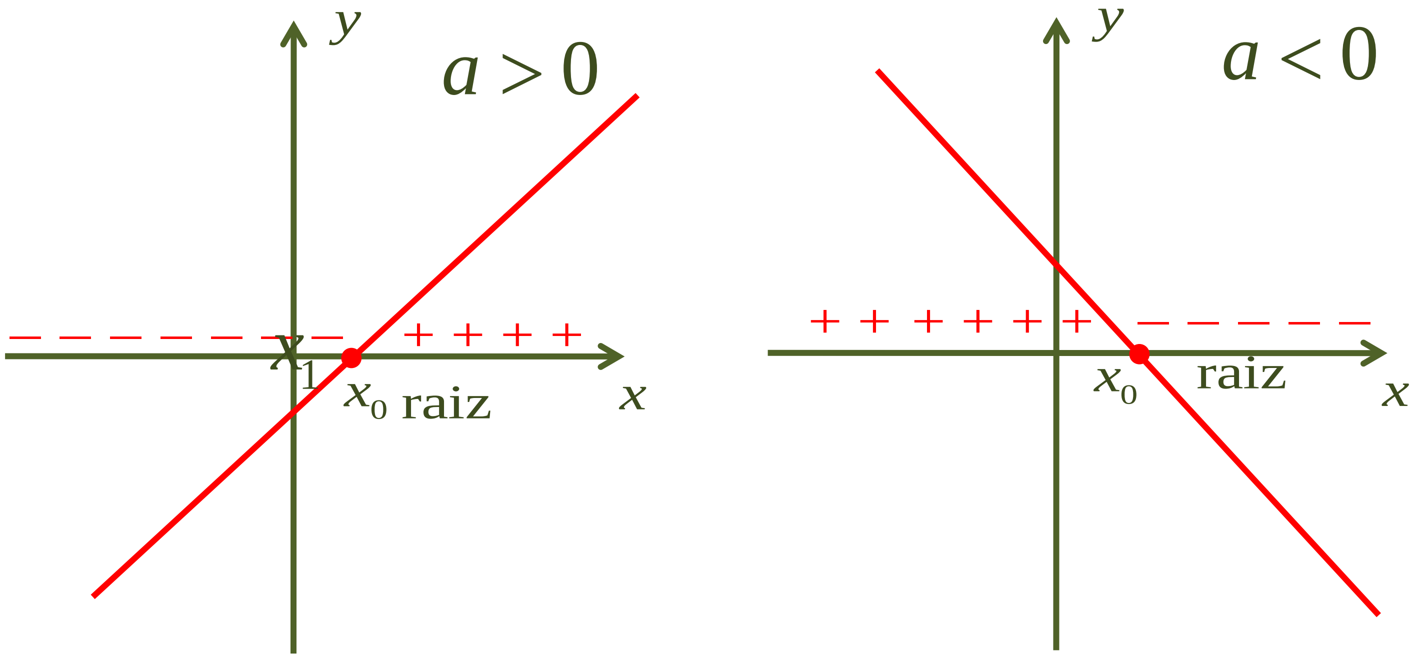
$$x \le 5$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -7 < x \le 5\}$$

Estudo do sinal

Função do 1º grau

$$y = ax + b.$$

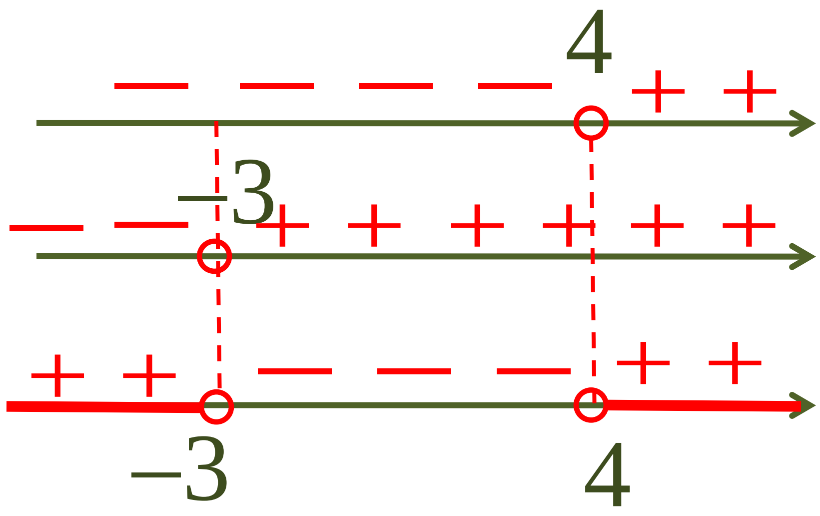


Inequações quadráticas

Resolva a inequação $x^2 - x - 12 > 0$

$$x^2 - x - 12 > 0$$

$$(x-4)(x+3) > 0$$

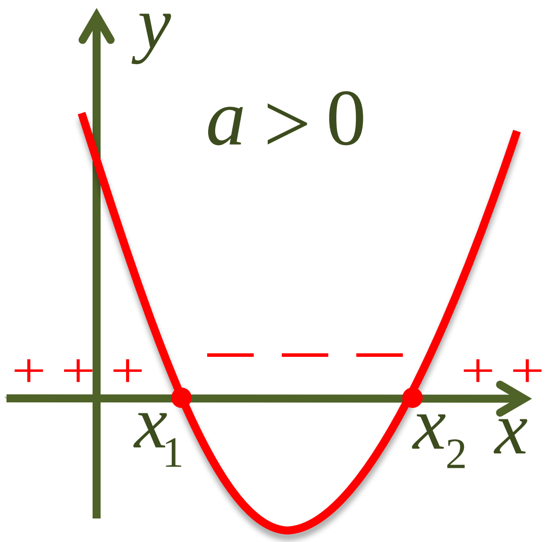


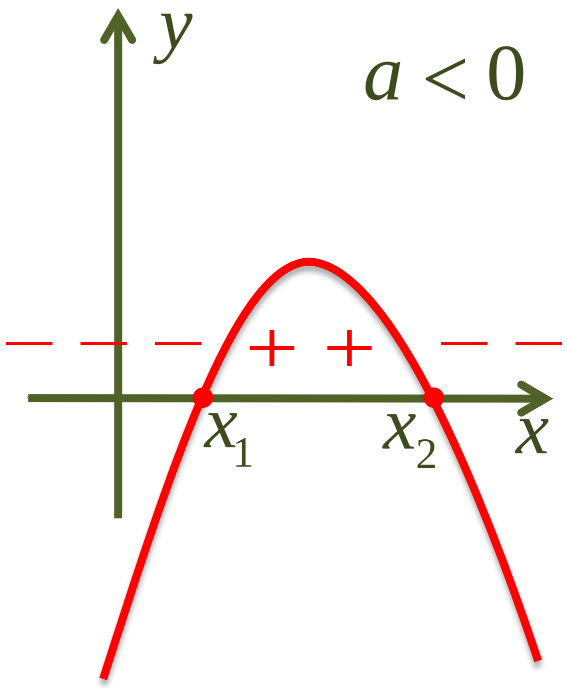
$$\{x \in \mathbb{R} / -3 < x \text{ ou } x > 4\}$$

Estudo do sinal

Função do 2º grau

$$y = ax^2 + bx + c$$

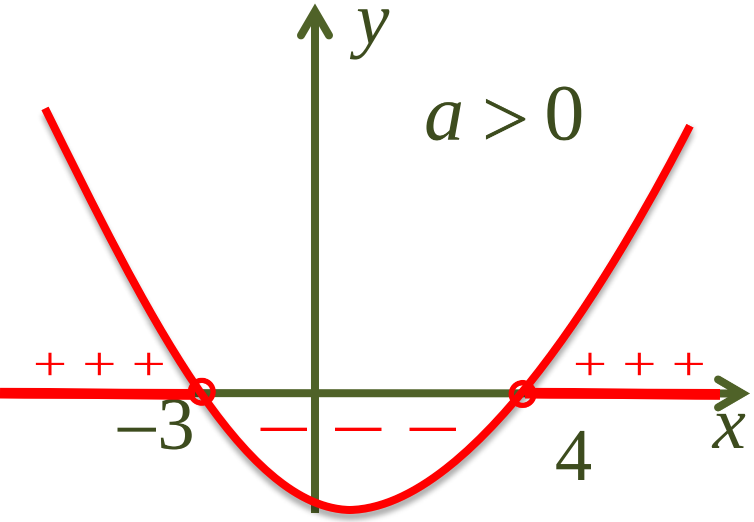




Exemplo 6

Resolva graficamente a inequação

$$x^2 - x - 12 > 0$$



$$\{x \in \mathbb{R} / -3 < x \text{ ou } x > 4\}$$

Inequações modulares

Lembremos que:

$$|x| = r \Leftrightarrow x = r \text{ ou } x = -r$$

$$|x| \geq r \Leftrightarrow x \geq r \text{ ou } x \leq -r$$

$$|x| \leq r \Leftrightarrow -r \leq x \leq r$$

Portanto, em uma inequação modular usa-se estas propriedades para encontrar a solução de tal inequação.

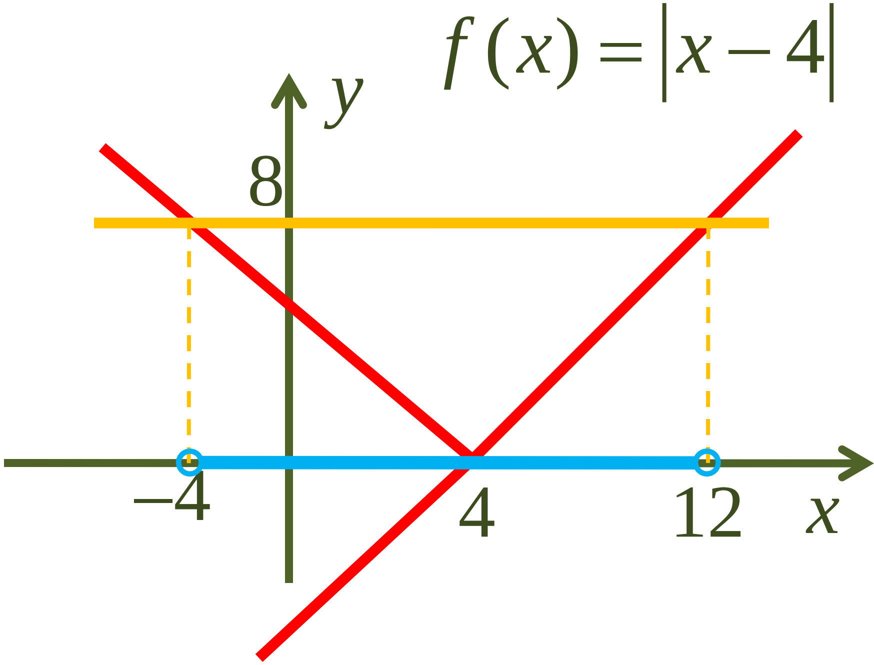
Exemplo 7

Resolva $|x-4|<8$

$$|x-4|<8 \Leftrightarrow -8<x-4<8$$

$$\Leftrightarrow -4<x<12$$

$$\Leftrightarrow x \in (-4,12)$$



Exemplo 8

Resolva $|3x-2| \geq 5$

$$|3x-2| \geq 5 \iff 3x-2 \leq -5 \text{ ou } 3x-2 \geq 5$$

$$\iff 3x \leq -3 \text{ ou } 3x \geq 7$$

$$\iff x \leq -1 \text{ ou } x \geq 7/3$$