Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas – ICE
Departamento de Matemática

UFAM

4ª Lista de Exercícios de Cálculo I - Prof. Disney Douglas

1. Você pegou um empréstimo bancário de R$2.500,00, a uma taxa de 5% ao mês.

   a) Escreva a função que fornece o quanto você deve em um determinado mês, contado a partir da data do empréstimo, supondo que você não tenha condições de saldar nem mesmo parte da dívida.

   b) Determine a dívida acumulada após 12 meses do empréstimo.

2. O decaimento radioativo do estrôncio 90 (Sr-90) é descrito pela função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-bt}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, é uma constante real e é a concentração inicial de Sr-90, ou seja, a concentração no instante $t = 0$.

   a) Determine o valor da constante sabendo que a meia-vida do Sr-90 é de 29 anos (ou seja, a concentração de Sr-90 cai pela metade em 29 anos).

   b) Foram detectados 570 becquerels de Sr-90 por kg de solo na região da usina de Fukushima, no Japão, em abril de 2011 (valor que corresponde a cerca de 130 vezes a concentração normal do solo daquela região). Determine qual será a concentração de Sr-90 daqui a 100 anos.

3. A concentração de CO_2 na atmosfera vem sendo medida desde 1958 pelo Observatório de Mauna Loa, no Havaí. Os dados coletados mostram que, nos últimos anos, essa concentração aumentou, em média, 0,5% por ano. É razoável supor que essa taxa anual de crescimento da concentração de CO_2 irá se manter constante nos próximos anos.

   a) Escreva uma função $C(t)$ que forneça a concentração de CO_2 na atmosfera em relação ao tempo , dado em anos. Considere como instante inicial – ou seja, aquele em que $t = 0$ – o ano de 2004, no qual foi observada uma concentração de 377,4 ppm de CO_2 na atmosfera.

   b) Determine a concentração em 2018.

   c) Determine em que ano a concentração será o triplo daquela verificada em 2010.

4. O sistema de ar condicionado de um ônibus quebrou durante uma viagem. A função que descreve a temperatura (em graus Celsius) no interior do ônibus em função de t, o tempo transcorrido, em horas, desde a quebra do ar condicionado, é $T(x) = (T_0 - T_{\text{ext}} \cdot 10^{\frac{t}{4}} - T_{\text{ext}}$, onde T_0 é a temperatura interna do ônibus enquanto a refrigeração funcionava, e T_{ext} é a temperatura externa (que supomos constante durante toda a viagem). Sabendo que $T_0 = 21^{\text{o}}$ e $T_{\text{ext}} = 30^{\text{o}}$,

   a) calcule a temperatura no interior do ônibus transcorridas 4 horas desde a quebra do sistema de ar condicionado;

   b) esboçe o gráfico de $T(t)$.

5. Sem usar calculadora, determine o valor das funções abaixo nos pontos indicados.

   a) $f(x) = 3^x$; $f(0)$; $f(-1)$; $f(1)$; $f(0,5)$; $f(2)$.

   b) $f(x) = 3^{-x}$; $f(0)$; $f(-1)$; $f(1)$; $f(0,5)$; $f(2)$.

   c) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $f(0)$; $f(-1)$; $f(1)$; $f(0,5)$; $f(2)$.

   d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$.

   e) $f(x) = 2x - 1$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$.

   f) $f(x) = 2x - 3 + \frac{1}{2}$; $f(0)$; $f(-1)$; $f(6)$.

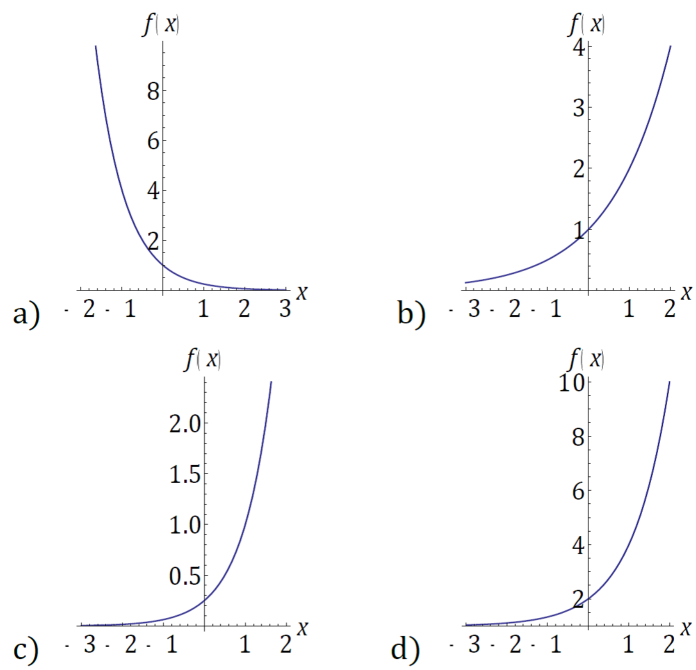
   g) $f(x) = 5 - x$; $f(-2)$; $f(-0,5)$; $f(3)$.

   h) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$; $f(0)$; $f(-2)$; $f(0,5)$; $f(2)$.

6. Você notou alguma semelhança nos valores encontrados nos itens (b) e (c) da questão anterior? Explique o que ocorre. Faça o mesmo com os itens (d) e (e) da questão.

7. Em um mesmo plano cartesiano, esboce o gráfico das funções dos itens (a), (b) e (d) da questão 5.

8. Relacione os gráficos às funções.



$f_1(x) = 3^x + 1$ $\quad f_2(x) = 4^{x-1}$ $\quad f_3(x) = 4^{-x}$ $\quad f_4(x) = 2^x$

9. Resolva as equações:

a) $3^{-x} = \dfrac{1}{81}$

b) $e^{3x-1} = 100$

c) $4^{3x+2} =^{x-1}$

d) $\dfrac{100}{1+2^{3-x/2}} = 20$

e) $\ln(3x-1) = 2$

f) $\log_3(x+19) - 1 = 3 + \log_3(x-1)$

g) $\log_2(4x) - 1 = \log_4(x) + 7$

10. Usando as leis dos logaritmos, expanda as expressões abaixo.

a) $\log(4x)$

b) $\log_2(16x^3)$

c) $\log_3(yx^3)$

d) $\log_2(\sqrt{xy})$

e) $\log_2(8/x^2)$

f) $\log_2\left(\dfrac{x}{w^5 z^2}\right)$

g) $\log_5\left(\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

h) $\log_3(x\sqrt{x})$

i) $\log_3(\sqrt[3]{x^2 w})$

j) $\log_3\left(\sqrt[3]{\dfrac{y}{w^4}}\right)$

k) $\log_2\left(\sqrt{x(x+1)}\right)$

11. A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R(I) = 120 + 10\log(i)$, em que R é a medida do ruído, em decibéis, e I é a intensidade sonora, em dB. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a 160 dB, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 dB, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.

a) Determine as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

b) Calcule a razão entre essas intensidades, ou seja, calcule quantas vezes o ruído do avião é maior que o do tráfego.

12. As populações de duas cidades, A e B, são dadas em milhares de habitantes por $A(t) = \log_8(1+t)^6$ e $B(t) = \log_2(4t+4)$, em que a variável t representa o tempo em anos. Após certo instante, a população de uma dessas cidades é sempre maior que a da outra. Determine o valor mínimo desse instante e especifique a cidade cuja população é maior a partir desse instante.

13. Esboce os gráficos de $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln(x-2)$ e $h(x) = \ln(\frac{1}{x})$

14. A população brasileira era de cerca de 170 milhões de habitantes em 2000 e atingiu os 190 milhões de habitantes em 2010.

a) Considerando que $t = 0$ no ano 2000, determine a função exponencial $p(t) = ae^{bt}$ que fornece o número aproximado de habitantes do país, em relação ao ano.

b) Usando seu modelo matemático, estime a população brasileira em 2020.

15. A função $L(x) = ae^{bt}$ fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a x metros de uma lâmpada.

a) Calcule os valores numéricos das constantes a e b, sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.

b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre a lâmpada e esse objeto.

16. O pH de uma substância indica se ela é ácida (pH < 7), neutra (pH $= 7$), ou básica (pH > 7). O pH está associado à concentração de íons de hidrogênio ([H$^+$]), dada em mol/l, através da fórmula $pH = -\log[\mathrm{H}^+]$.

a) Determine a concentração de íons de hidrogênio do leite de magnésia, cujo pH é 10,5.

b) Determinou-se que o suco de um determinado limão tinha pH 2,2 e o suco de uma certa laranja tinha pH 3,5. Qual dos dois tinha a maior concentração de íons de hidrogênio?

17. Suponha que o preço de um automóvel tenha uma desvalorização média de 19% ao ano sobre o preço do ano anterior. Suponha que F representa o preço inicial (preço de fábrica) e $p(t)$ o preço após t anos.

a) Determine a expressão de $p(t)$.

b) Determine o tempo mínimo necessário, em número inteiro de anos, após a saída da fábrica, para que um automóvel venha a valer menos que 5% do valor inicial. Se for preciso, use $\log(2) \cong 0,301$ e $\log(2) \cong 0,477$.

18. Uma bateria perde permanentemente sua capacidade ao longo dos anos. Essa perda varia de acordo com a temperatura de operação e armazenamento da bateria. A função que fornece o percentual de perda anual de capacidade de uma bateria, de acordo com a temperatura de armazenamento, T (em °C), tem a forma $P(T) = a \cdot 10^{bT}$, em que a e b são constantes reais positivas. A tabela abaixo fornece, para duas temperaturas específicas, o percentual de perda de uma determinada bateria de íons de Lítio.

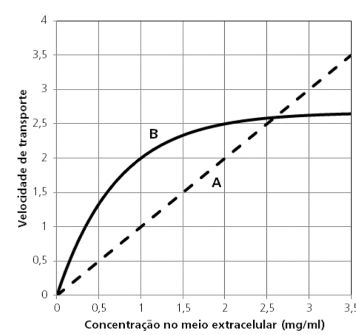
Temperatura (°C)	Perda anual de capacidade (%)
0	1,6
55	20,0

Com base na expressão de $P(T)$ e nos dados da tabela,

a) esboce a curva que representa a função $P(T)$, exibindo o percentual exato para $T = 0$ e $T = 55$;

b) determine as constantes a e b para a bateria em questão.

19. Hemácias de um animal foram colocadas em meio de cultura em vários frascos contendo diferentes concentrações das substâncias A e B, marcadas com isótopo de hidrogênio. Dessa forma os pesquisadores puderam acompanhar a entrada dessas substâncias nas hemácias, como mostrado no gráfico abaixo.



Seja a concentração de substância B no meio extracelular e a velocidade de transporte. Observando-se o formato da curva B e os valores de e em determinados pontos, determine a função que relaciona essas duas grandezas.