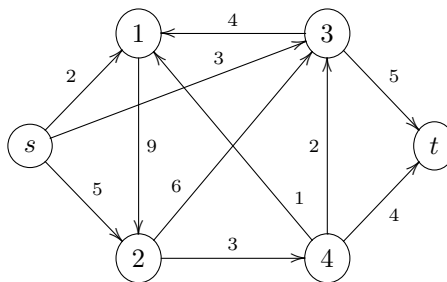


## Vierde Serie Opgaven

1. Gegeven is het volgende netwerk met capaciteiten langs de kanten.



- Vind in dit netwerk een maximale stroom met behulp van de FFK algoritme.
  - Teken het gelaagde netwerk dat bij dit netwerk hoort (als de stroom nog 0 is) en geef daarin een blocking flow aan.
  - Geef een voorbeeld van een cut met minimale capaciteit.
2. Tussen routers  $R$  en  $S$  lopen  $f$  glasvezelkabels. Elke kabel  $j$  kan  $n_j$  verschillende lichtfrequenties dragen ( $1 \leq j \leq f$ ). In een verzameling  $C$  van verbindingen heeft elke verbinding een vooraf bepaalde golflengte (kleur). Alle verbindingen in  $C$  moeten gezamenlijk van  $R$  naar  $S$ , zó dat voor elke  $j$  de  $j$ -de kabel niet meer dan  $n_j$  frequenties te verwerken krijgt, en geen twee verbindingen met dezelfde frequentie door die kabel gaan. Schets hoe dit probleem m.b.v. network flow kan worden opgelost.
3. Voor  $n$  machten van 2 zijn in deze tabel de 0 tot en met 8e machts éénheidswortels gegeven (typfouten voorbehouden).

	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1							
2	1	-1						
4	1	$i$	-1	$-i$				
8	1	$\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{i}{2}\sqrt{2}$	$i$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{i}{2}\sqrt{2}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{i}{2}\sqrt{2}$	$-i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{i}{2}\sqrt{2}$

- Controleer de waarden van de tabel (met de hand).
  - Evalueer met de hand de waarden van het polynoom  $x^7 + 3x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 2x + 3$  in de 8-e machts éénheidswortels met behulp van de discrete Fourier transformatie.
  - Controleer uw antwoord bijvoorbeeld met behulp van Horner product.
  - Pas de inverse Fourier transformatie toe om de coëfficiënten 1, 3, 4, 2, 2 en 3 terug te krijgen.
4. Voor elke verzameling  $\{x_0, \dots, x_{n-1}\}$  van reële getallen is er precies één polynoom van graad  $n - 1$ , dat voor precies al die waarden 0 wordt, namelijk  $(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$ .
- We kunnen achter de coëfficiënten van dit polynoom komen door de eerste factor met de tweede te vermenigvuldigen, vervolgens het resultaat met de derde factor, dan met de vierde enzovoort. Wat kost dat?
  - We kunnen ook de eerste graads polynomen twee aan twee vermenigvuldigen vervolgens de resulterende tweedegraads polynomen twee aan twee vermenigvuldigen enzovoorts. Wat kost dat?
  - Geef een Verdeel-en-heers algoritme die dit polynoom in coëfficiënten geeft in tijd  $O(n \log^2 n)$ .