

Exercícios Propostos¹Ângulo entre retas e planos

1. Seja $\theta = \text{ang}(r, s)$. Calcule $\text{sen } \theta$ nos casos (a) e (b) e $\cos \theta$ nos casos (c) e (d):

$$(a) \quad r : X = \left(-5, \frac{2}{3}, 0\right) + \lambda \left(\frac{1}{2}, 1, 1\right), \quad s : z = 3x = 2y - 16$$

$$(b) \quad r : X = (1, 1, 0) + \lambda(0, -1, 1), \quad s : x - y + 3 = z = 4$$

$$(c) \quad r : \begin{cases} x + 3z = 7 \\ y = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x - 4y - 2z = 5 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$(d) \quad r : x = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{3}, \quad s : \begin{cases} 3x + y - 5z = 0 \\ x - 2y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$$

2. Determine o ponto P na reta $r : X = (0, 2, 0) + \lambda(0, 1, 0)$ e o ponto Q na reta $s : X = (1, 2, 0) + \mu(0, 0, 1)$, tais que a reta PQ forme ângulos de 45° com r e de 60° com s .

3. Obtenha o ângulo em radianos entre a reta r e o plano π .

$$(a) \quad r : x = y - z = 0, \quad \pi : z = 0$$

$$(b) \quad r : -x = y = \frac{z-1}{2}, \quad \pi : 2x - y = 0$$

$$(c) \quad r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, -2), \quad \pi : x + y - z - 1 = 0$$

4. Obtenha um vetor diretor *unitário* da reta que é paralela ao plano $\pi_1 : x + y + z = 0$ e forma ângulo de 45° com o plano $\pi_2 : x - y = 0$.

5. Calcule o ângulo entre os planos π_1 e π_2

$$(a) \quad \pi_1 : 2x + y - z - 1 = 0, \quad \pi_2 : x - y + 3z - 10 = 0$$

$$(b) \quad \pi_1 : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(-1, 0, 0), \quad \pi_2 : x + y + z = 0$$

$$(c) \quad \pi_1 : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(1, 1, 1), \quad \pi_2 : X = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 2, 0) + \mu(0, 1, 0)$$

6. Encontre o ângulo entre o plano $2x - y + z = 0$ e o plano que passa pelo ponto $P = (1, 2, 3)$ e é perpendicular ao vetor $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Distância entre ponto, reta e plano

7. Calcule a distância do ponto P à reta r .

$$(a) \quad P = (-2, 0, 1), \quad r : X = (1, -2, 0) + \lambda(3, 2, 1)$$

$$(b) \quad P = (1, -1, 4), \quad r : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{1-z}{2}$$

$$(c) \quad P = (0, -1, 0), \quad r : x = 2y - 3 = 2z - 1$$

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 17/07/2023 até 14:00 horas**

8. Obtenha os pontos da intersecção dos planos $\pi_1 : x + y = 2$ e $\pi_2 : x = y + z$ que distam $\sqrt{\frac{14}{2}}$ da reta $s : x = y = z + 1$.
9. Calcule a distância do ponto P ao plano π .
- (a) $P = (1, 3, 4)$, $\pi : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(-1, 0, 3)$
- (b) $P = (0, 0, -6)$, $\pi : x - 2y - 2z - 6 = 0$
- (c) $P = (1, 1, 1)$, $\pi : 2x - y + 2z - 3 = 0$
10. Obtenha os pontos da reta $r : x = 2 - y = y + z$ que distam $\sqrt{6}$ do plano $\pi : x - 2y - z = 1$.
11. Calcule a distância entre as retas r e s .
- (a) $r : X = (2, 1, 0) + \lambda(1, -1, 1)$, $s : x + y + z = 2x - y - 1 = 0$
- (b) $r : \frac{x+4}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-2}$, $s : X = (21, -5, 2) + \lambda(6, -4, -1)$
- (c) $r : \frac{x-1}{-2} = 2y = z$, $s : X = (0, 0, 2) + \lambda(-4, 1, 2)$
12. Calcule a distância entre a reta r e o plano π .
- (a) $r : X = (1, 9, 4) + \lambda(3, 3, 3)$, $\pi : X = (5, 7, 9) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(0, 1, 0)$
- (b) $r : x - y + z = 0 = 2x + y - z - 3$, $y - z = 4$
- (c) $r : x = y - 1 = z + 3$, $\pi : 2x + y - 3z - 10 = 0$
13. Calcule a distância entre os planos π_1 e π_2 .
- (a) $\pi_1 : 2x - y + 2z + 0 = 0$, $\pi_2 : 4x - 2y + 4z - 21 = 0$
- (b) $\pi_1 : 2x + 2y + 2z = 5$, $\pi_2 : X = (2, 1, 2) + \lambda(-1, 0, 3) + \mu(1, 1, 0)$
- (c) $\pi_1 : x + y + z = 0$, $\pi_2 : 2x + y + z + 2 = 0$