SESSION 4 SUMMARY

Victor Miguel Terrón Macias

21/1/2021

SESSION 4. ALGUNAS DISTRIBUCIONES, TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE Y CONTRASTE DE HIPOTESIS

CONCEPTOS DE ESTADÍSTICA INFERENCIAL BÁSICOS

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Se define como un experimento con las siguientes características: * Consiste en un número fijo, n, de pruebas idénticas. * Cada prueba resulta en uno de dos resultados: éxito S o fracaso F * La probabilidad de éxito en una sola prueba es igual a algún valor p y es la misma de una prueba a otra. La probabilidad de fracaso es igual a $q = 1 - p$ * Las pruebas son independientes * La variable aleatoria (v.a.discreta) de interés es Y, el número de éxitos observado durante las n pruebas.

Se dice que una variable aleatoria Y tiene una distribución binomial basada en n pruebas con probabilidad p de éxito, si y solo si.

$$P_x = \binom{n}{x} p^x q^{m-x}$$

De donde P es probabilidad binomial, de donde x es el numero de veces para obtener un resultado específico en n ensayos, de donde $\binom{n}{x}$, de donde p es la probabilidad de exito en un solo ensayo,q es probabilidad de fallo en un solo ensayo y n es el numero de ensayos. Y donde P que es la posibilidad tiene que cumplir con $0 \leq P \leq 1$

EJEMPLO DE APLICACION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

La última novela de un autor ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que el 80% de los lectores ya la han leído. Hallar la probabilidad de que en un grupo de 4 amigos que son aficionados a la lectura, 2 hayan leído la novela.

1. Hallar la probabilidad de que una persona haya leído el libro es de 0.8, por lo que la probabilidad de que no lo haya leído es de 0.2. De donde tenemos los siguientes datos: $n = 4, k = 2, p = 0.8, q = 0.2$
2. Hallar la probabilidad de que máximo 2 personas del grupo de 4 amigos hayan leído la novela: tenemos los siguientes datos:

$$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

Sustituyendo los datos en la fomrula de distribución binomial tenemos lo siguiente:

$$P_{x\leq 2} = \binom{4}{0}(0.8)^0(0.2)^{4-0} + \binom{4}{1}(0.8)^1(0.2)^{4-1} + \binom{4}{2}(0.8)^2(0.2)^{4-2} = 0.1808$$

DISTRIBUCIÓN NORMAL

A una distribución normal se le conoce como distribución Gaussiana o distribucion de Laplace Gauss. Se utiliza csolamente con variables continuas (variables que pueden tomar un numero infinito de valores entre dos valores cualesquiera de una caracteristica).

Su gráfica es en forma de campana y simétrica respecto de un determinado parametro estadístico. Éste tipo de distribución propicia el modelado de numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos. El centro de la campana es el promedio. La desviación estandar nos indican que tan dispersos o separados están los datos conr especto la media.

Para calcular la probabilidad normal se divide la cantidad de casos favorables entre la cantidad de datos totales, para ello se tuliza la siguiente fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

De donde tenemos que x es el valor de la condición y μ es el promedio también conocido como media y σ es la desviación estandar. Manualmente podríamos calcularlo con las tablas de distribución normal.

Las funciones de densidad de probabilidad (de variables aleatorias continuas) cumplen con las siguientes propiedades:

- El área bajo la curva de la función de densidad de probabilidad es igual a 1
- La probabilidad de que X se encuentre en determinado intervalo (a, b) es igual al área bajo la curva entre los puntos a y b.
- $P(X = c) = 0$ para cualquier valor c para el que se encuentre definida la función de densidad.

La funcion de densidad de probabilidad de una variable aleatoria x que se distribuye como normal con media μ y desviacion estandar σ es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\dfrac{(x-\mu)^2}{(2\sigma)^2}}$$

DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT

La función de densidad t de Student se define como:

En el caso de la distribución t la media $\mu = 0$ y

$$\sigma^2 = \frac{v}{(v-2)}$$

para $v > 2$ respectivamente.

La apariencia general de la distribución t es similar a la de la distribución normal estándar: ambas son simétricas y unimodales, y el valor máximo de la ordenada se alcanza en la media $\mu = 0$. Sin embargo, la distribución t tiene colas más amplias que la normal; esto es, la probabilidad de las colas es mayor que en la distribución normal. A medida que el número de grados de libertad tiende a infinito, la forma límite de la distribución t es la distribución normal estándar.

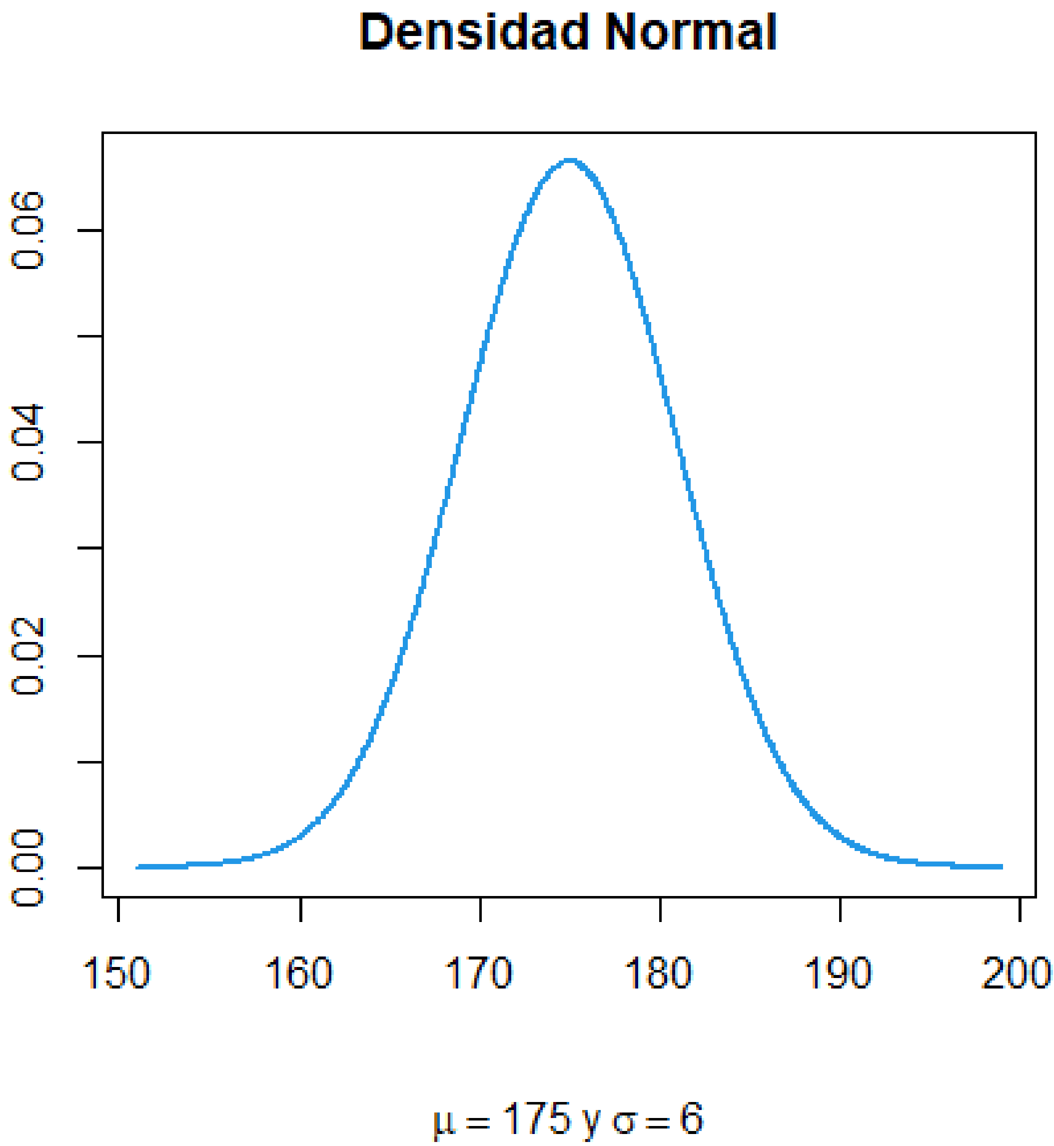

Figure 1: Distribución normal

PROPIEDADES DE LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT

- Cada curva tiene forma de campana con centro en 0.
- Cada curva t está más dispersa que la curva normal estandar z
- A medida que v aumenta, la distribución de la curva t correspondiente disminuye
- A medida que $v \to \infty$ la secuencia de curvas t se aproxima a la curva normal estandar, por lo que la curva z recibe a veces el nombre de curva t con grados de libertad (gl)$gl = \infty$.

La distribución de la variable aleatoria t está dada por:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi v \sigma}} \cdot \left(1 + \frac{1}{v}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

De donde debemos recordar que σ^2 corresponde a varianza y no desviación estandar. Y que v son los grados de libertad.

La formula de la varianza es:

$$\sigma^2 \cdot \frac{v}{v-2}$$

, la moda es $= \mu$

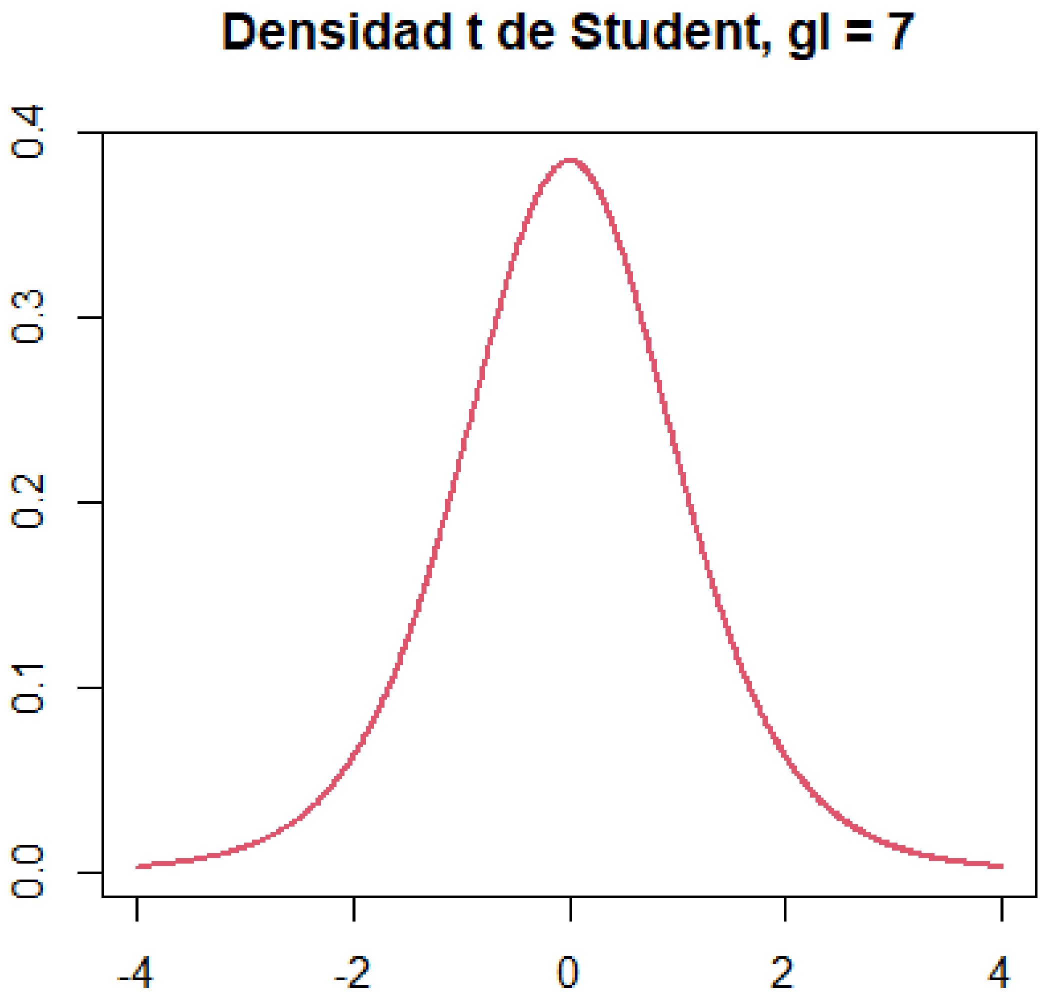

Figure 2: Densidad t de student con 7 GDL