

1 目的

オペアンプを用いた反転増幅回路、非反転増幅回路を作成し、増幅率、電流と電圧波形の位相角を求める。また、オペアンプを用いたハイパスフィルタ回路についてカットオフ周波数の実測値と計算値の比較や出入力電圧の振幅比と位相角の周波数特性を求める。

2 原理

2.1 オペアンプとは

実験課題5で見たように、トランジスタを用いれば増幅回路を構成できることがわかる。複数のトランジスタを用いることによって増幅率の値が大きくなり安定した回路を作ることが出来る。この増幅回路を、トランジスタ周囲の抵抗なども含めてシリコン基板上に集積回路として組んだものが演算増幅器(オペアンプ)である。

2.2 理想的なオペアンプ

オペアンプの2つの入力を V_- (反転入力)、 V_+ (非反転入力)、出力を V_{out} とする。オペアンプの出力電圧は、2つの入力の差に比例する。つまり次のように表せる。

$$V_{out} = A(V_+ - V_-) \quad (1)$$

A は開放電圧利得と呼ばれる。

理想的なオペアンプは以下の特徴をもつ。

- ・入力インピーダンスが無限大
- ・出力インピーダンスは0
- ・オフセット電圧、電流が0
- ・開放電圧利得 A は無限大
- ・周波数帯域幅が DC から無限大
- ・深い負帰還を安定してかけることが出来る

理想的なオペアンプでは A は無限大で、かつ出力は有限であるから、式(1)より次式が成立する。

$$V_+ = V_- \quad (2)$$

これより、入力電圧が等しくなるイマジナリーショートが成立する。

2.3 反転増幅回路

次の図 1 のように、出力を、抵抗を介し反転入力に戻すように構成した回路を反転増幅回路と呼ぶ。入力電圧を V_{in} 、出力電圧 V_{out} とする。理想的なオペアンプを考えると、オペアンプの入力インピーダンスは無限大であるから、反転入力端子 V_- には電流が流れず、全て R に流れる。したがって、r を流れる電流 I_1 と R を流れる電流 I_2 は等しく、 $I_1 = I_2$ である。

一方、 I_1 と I_2 はそれぞれ次式で表される

$$I_1 = \frac{V_{in} - V}{r}$$

$$I_2 = \frac{V - V_{out}}{R}$$

イマジナリーショートのために $V_- = 0$ であるから、入力電圧と出力電圧の比は、

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R}{r} \quad (3)$$

となり抵抗の比のみで決まる。負号は出力電圧の位相が反転していることを表している。

図 1 オペアンプの反転増幅回路

図 2 オペアンプの非反転増幅回路

2.4 アクティブハイパスフィルタ

一般にオペアンプの増幅作用を用いたフィルタ回路をアクティブフィルタという。

図3を見ればわかるように、ハイパスフィルタ回路では反転増幅回路の入力側の抵抗が抵抗とキャパシタの直列回路になっている。したがって、式(3)の r のかわりに $r + 1/j\omega C$ を代入した形で電圧比が表される。すなわち、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{R}{r} \frac{j\omega r C}{1 + j\omega r C} \quad (4)$$

となる。この式(4)で $\omega = 1/rC$ となるような角周波数を考えれば、このときの周波数 f_0 は次式で与えられる。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi r C} \quad (5)$$

この周波数はカットオフ周波数と呼ばれる。式(4)より、電圧比の絶対値をカットオフ周波数 f_0 は次式で表される。

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{R}{r} \frac{\frac{f}{f_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0} \right)^2}} \quad (6)$$

周波数がカットオフ周波数 f_0 に等しいとき、電圧比の大きさは最大値から $1/\sqrt{2}$ だけ小さく、すなわち電圧利得(ゲイン)は 3dB だけ低下する。

図3 オペアンプによるハイパスフィルタ回路

3 実験方法

図4 IC741 のオペアンプパッケージ

以下の測定では、オペアンプの4番ピン($-V_{CC}$)に $-15V$ 、7番ピン($+V_{CC}$)に $+15V$ を接続する必要がある。

3.1 反転増幅回路、非反転増幅回路

1. $r = 10k\Omega$ 、 $R = 20k\Omega$ として、図1の回路をブレッドボードに組み立てた。
2. ノイズ防止のため、オペアンプ IC の4pin-GND 間、7pin-GND 間に 0.1 または $0.01\mu F$ のキャパシタを挿入した。
3. 回路、ファンクションジェネレータ(FG)とオシロスコープの GND を接続した。
4. オシロスコープの CH1 の増幅回路の入力 V_{in} に、CH2 を出力 V_{out} につないだ。
5. FG の出力を V_{in} として回路の入力につないだ。
6. オシロスコープの両波形の GND レベルを合わせた。観測時は入力結合を AC とした。
7. 電源と FG を ON にし、波形を sin 波、発信周波数を $5kHz$ 、出力を pp 値で $1V$ とした。
8. CH1 と CH2 の両波形の pp 値と位相差を測定し、波形をスケッチした。
9. 反転増幅回路の測定が終わったら、電源と FG を OFF にして、図2を元に非反転増幅回路を作り、同様の測定を行った。ただしこの時は、発振周波数は $10kHz$ とした。

3.2 アクティブハイパスフィルタ

1. 図3より、ハイパスフィルタ回路をブレッドボードに組み立てた。 $r = R = 10k\Omega$ 、 $C=0.01\mu F$ とし、LCR メータなどで容量を実測した。
2. ノイズ防止のため、オペアンプ IC の4pin-GND 間、7pin-GND 間に 0.1 または $0.01\mu F$ のキャパシタを挿入した。
3. 求めた抵抗とキャパシタの実測値から、式(5)によりカットオフ周波数を算出した。

4. FG の出力とオシロスコープの CH1 を回路入力 V_{in} に、CH2 を出力 V_{out} につないだ。
5. 電源を ON にし、FG から sin 波を発生させた。発振周波数を f_0 とし、FG からの出力レベルが pp 値でおおよそ 1V にした。以降で出力電圧が 10mV などと小さくなるような周波数では、FG の出力を 1V よりも大きくして測定を行った。
6. V_{out}/V_{in} が理論的に期待される値と精度よく一致する周波数、すなわちカットオフ周波数の実測値 f_{r0} を求めた。また、 f_{r0} における位相差も記録した。
7. f の値を $f_{r0}/10 \sim 10f_{r0}$ の範囲で変え、振幅比と位相差を測定した。データを 1 点測定するごとに、ゲインと位相差を計算し、各々片変数グラフにプロットした。

4 実験結果

4.1 反転増幅回路、非反転増幅回路

まず、テキスト 48 ページの設問の回答は、次のように導けた。

$$\begin{aligned}
 V_+ &= V_{in} & V_- &= V_{in} \\
 I_1 &= -\frac{V_1}{r} & I_2 &= \frac{V_- - V_{out}}{R} \\
 V_{out} &= V_- - I_2 R = V_- + V_- \frac{R}{r} = V_{in} \left(1 + \frac{R}{r}\right) & \frac{V_{out}}{V_{in}} &= 1 + \frac{R}{r}
 \end{aligned}$$

次に、先ほど述べた手順に従って得られた測定結果および原理で述べた式を用いて得られる理論値を、以下の表 1 にまとめた。また、反転増幅回路の波形のスケッチを図 5、非反転増幅回路の波形のスケッチを図 6 として次のページに添付した。

表 1. 反転増幅回路と非反転増幅回路の各測定結果

		V_{in} (CH1)	V_{out} (CH2)	位相差	位相角	増幅率
		/V _{pp}	/V _{pp}	/μs	/deg	V_{out}/V_{in}
反転増幅回路	測定値	1.08	2.08	101	-180	1.93
	理論値	1.00	2.00	-	-180	2.00
非反転増幅回路	測定値	1.00	3.00	0	0	3.00
	理論値	1.00	3.00	-	0	3.00

4.2 アクティブハイパスフィルタ

まず LCR メータで測定した抵抗 r 、 R とキャパシタ C の静電容量の値は次のようになった。

$$r = 10.0048 \text{ k}\Omega$$

$$R = 10.0128 \text{ k}\Omega$$

$$C = 9.948 \text{ nF}$$

この測定値と式(5)を用いてカットオフ周波数 f_0 を計算すると、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi r C} = \frac{1}{2 \times \pi \times 10.0048 \times 10^3 \times 9.948 \times 10^{-9}} = 1599.10 \text{ Hz}$$

と導くことが出来た。また、式(6)より、電圧比 $V_{\text{out}}/V_{\text{in}}$ の理論値は、

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{R}{r} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10.0128 \times 10^3}{\sqrt{2} \times 10.0048 \times 10^3} \cong 0.7077$$

であった。これより、この値とオシロスコープでの電圧比の実測値が有効数字 3 桁程度で一致するような周波数を探した。しかし、オシロスコープで CH1 の方の電圧値の単位は V だったのだが、それが 0.01V ずつしか変動しないうえ、CH2 の方の電圧値の単位 mV では 40mV ずつしか値が変動しなかったので、ついに有効数字 3 桁までで一致するような周波数は求めることが出来なかった。そこで、TA さんに事情を話し許可をもらい、カットオフ周波数の実測値 f_{r0} は、電圧比が有効数字 2 桁で一致し、最も近かった、理論値 f_r と同じ、とすることとした。

次に周波数を変えて、それぞれの振幅比と位相差を測定し、得られた値を以下の表 2 にまとめた。

表 2. アクティブハイパスフィルタの各測定値

周波数 f/Hz	V_{in} / V	$V_{\text{out}} / \text{V}$	$\Delta t / \mu\text{s}$	$ V_{\text{out}}/V_{\text{in}} $
100	0.69	0.06	2600	0.0884
200	0.78	0.11	1340	0.1443
300	0.93	0.19	940	0.2026
500	1.01	0.30	600	0.3010
700	1.01	0.40	450	0.4000
1000	1.01	0.53	340	0.5267
1599.10	1.02	0.72	232	0.7059
2000	1.01	0.78	196	0.7683
3000	1.01	0.88	141	0.8713
5000	1.01	0.94	90	0.9347
7000	1.01	0.98	66	0.9663
10000	1.01	0.98	47	0.9743
20000	1.01	0.99	24	0.9822

また、ゲイン($G = 20\log|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$)と位相角の実験値と理論値を各々算出し、以下の表 3 にまとめた。それに伴い、片対数グラフ用紙に、横軸に周波数、縦軸にゲインと位相角をとり、プロットした。グラフは次に図 7、図 8 として添付した。

表 3. アクティブハイパスフィルタにおけるゲインと位相角

周波数 f /Hz	ゲイン G /dB		位相角 ϕ /deg	
	実験値	理論値	実験値	理論値
100	-21.07	-24.09	-93.6	-93.6
200	-16.81	-18.12	-96.5	-97.1
300	-13.87	-14.68	-101.5	-100.6
500	-10.43	-10.50	-108.0	-107.4
700	-7.96	-7.93	-113.4	-113.6
1000	-5.57	-5.50	-122.4	-122.0
1599.10	-3.03	-3.00	-133.6	-135.0
2000	-2.29	-2.14	-141.1	-141.4
3000	-1.20	-1.08	-152.3	-151.9
5000	-0.59	-0.42	-162.0	-162.3
7000	-0.30	-0.21	-166.3	-167.1
10000	-0.23	-0.10	-169.9	-170.9
20000	-0.16	-0.02	-175.7	-175.4

5 考察

5.1 反転増幅回路、非反転増幅回路

図5と図6より、反転増幅回路の入力電圧と出力電圧の波形は反転しており、非反転増幅回路の入力電圧と出力電圧の波形は反転しておらず、位相差も0であることが分かる。これより、これらの回路は理論通り動作しているとみなせる。

反転増幅回路の位相差の理論値は分からなかった。非反転増幅回路の位相差の理論値は0であることは原理より明らかであった。

増幅率に関して、反転増幅回路の方では理論値と実験値との間に3.5%の差が生まれてしまった。原因として、回路の組み立て方が悪かったことが挙げられる。抵抗やキャパシタなどにいくつかのクリップをつけて測定を行ったので、お互いが触れてしまい、このような誤差が生じたと考えられる。非反転増幅回路の方は理論値通りの結果となり、こちらは大変上手くできたのだと思う。

5.2 アクティブハイパスフィルタ

カットオフ周波数の実測値と理論値の違いについては、実験結果で述べたようなことがあったので細かく追究できないが、測定を行っていて、もう少し大きな値になるのではないかと予想はついた。カットオフ周波数における振幅比についてはほぼ理論値と一致していた。しかし位相角については1%ほどの理論値より実測値の方が小さくなっていた。ほぼ正確だといえるが、やはりオシロスコープで細かな測定ができなかったことが遺憾だ。

ゲインについて、カットオフ周波数よりも高周波領域では、周波数が2倍になるとゲインの値は約1/4倍になっている。例えば周波数 $f = 5000\text{Hz} \sim 10000\text{Hz}$ ではゲインは -0.42dB から -0.10dB に変化しており、その差は 0.32dB であり、値はやはり約1/4倍になっている。一方カットオフ周波数よりも低周波領域では、周波数が2倍になるとゲインの値は3/4倍近くになっている。例えば周波数 $f = 100\text{Hz} \sim 200\text{Hz}$ ではゲインは -24.09dB から -18.12dB に変化しており、その差は 5.97dB であり、値はやはり約3/4倍になっている。カットオフ周波数付近の周波数においては、周波数が2倍になるとゲインの値は約1/2倍になっている。例えば周波数 $f = 1000\text{Hz} \sim 2000\text{Hz}$ ではゲインは -5.50dB から -2.14dB に変化しており、その差は 2.36dB であり、値はやはり約1/2倍になっている。

図7をみても、このようなゲインの値の変化を見て取れる。低周波領域では傾きの大きな直線、カットオフ周波数付近では緩やかな曲線、高周波領域では傾きの小さい直線に近い曲線がみられる。位相角に関しては、カットオフ周波数付近ではよく変化するがその周波数より離れたところでは穏やかな変化をしている。

次に、実測値と理論値との誤差について考察する。カットオフ周波数よりも周波数の大きい高周波領域では、位相角に関しては実測値と理論値との差はほぼなかったが、ゲインについてはどの周波数でも、実測値のほう約 0.1dB 小さくなっていた。一方、カットオフ周波数よりも周波

数の小さい低周波領域では、こちらも位相角はほぼ差はなかったが、ゲインは低くなればなるほど実測値と理論値との差は大きくなっていた。最大で3dBもの差が生じていた。回路を組み立てた時、入力電圧のスイッチをONにしていなくても関わらず、オシロスコープでは微量の電流を示していた。おそらく先の実験操作でキャパシタが電圧をもち、それが流れたことが原因だと考えられる。これにより、低周波数ではこの影響を大きく受けてしまい、このようなゲインの誤差が生まれてしまったのだと考えた。

以上より、実験課題4のローパスフィルタとは対照的に、この回路は高周波成分だけを通過させていることより、ハイパスフィルタであると言える。

6 レポート課題

6.1 他のフィルタ回路

オペアンプを利用したフィルタ回路には他にバンドパスフィルタやバンドストップフィルタがあることが分かった。

6.2 教科書の例のフィルタ回路

この回路の周波数特性を考える。図の回路は反転増幅回路の R を $\frac{R}{1+j\omega RC}$ に置換したものであるの
で、反転増幅回路の増幅率の式を利用すると、この回路の増幅率は、

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{R}{r} \frac{1}{1+j\omega RC}$$

となっている。 $f_1 = \frac{1}{2\pi RC}$ となる周波数 f を考えると、

$$-\frac{R}{r} \frac{1}{1+j\omega RC} = -\frac{R}{r} \frac{1}{1+j\frac{f}{f_1}}$$

より、増幅率は、

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1} \right)^2}}$$

となる。よって電圧利得は、

$$20 \log_{10} \left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = 20 \log_{10} \left[\frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1} \right)^2}} \right]$$

と表される。この式より、 $f \ll f_1$ のとき $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 1$ 、 $f \gg f_1$ のとき $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 0$ となり、低周波数では減衰が少なく、高周波数では減衰の大きいローパスフィルタとして動作すると考えられる。

7 感想

最初は理解に苦しんだが、今は大分理解できたと思う。回路の組み立て方については、抵抗の片方の足にクリップが集中してしまったりして、あまりきれいな配線ができなかったのも、そこはまだ勉強のしがいがあると思う。

8 参考文献

著・高木亀一 『基礎電気電子回路』 第1版第23刷 オーム社