

1 目的

キャパシタおよびインダクタのインピーダンスおよび位相角について、周波数特性を求める。

2 原理

実験課題1でも述べたことであるが、基準抵抗 R_{100} と公称抵抗値 $10\text{k}\Omega$ の抵抗器 Z を直列につないだ回路において、抵抗器にかかる電圧を V_A 、抵抗にかかる電圧を $\overline{V_B}$ とすると、抵抗のインピーダンスの大きさ $|Z|$ は、次の式(1)で表すことができる。

$$|Z| = \frac{V_A}{\overline{V_B}} \times R_{100} \quad (1)$$

さらに、電流波形 $\overline{V_B}$ に対する電圧波形 V_A の時間差を Δt とすれば、位相角 ϕ は、次の式(2)で求めることができる。

$$\phi = 360^\circ \times \Delta t \times f \quad (2)$$

インダクタまたはキャパシタを交流電源につなぎ、回路を流れる電流と素子両端の電圧を測定すればインピーダンスを求めることができるのは常識である。

また、理想的なインダクタあるいはキャパシタは、等価直列抵抗あるいは等価並列抵抗として評価される。通常は交流周波数が極めて低い場合を除いて、ESR が支配的であると考える。

したがって、インダクタあるいはキャパシタのインピーダンスは ESR の大きさを r 、インダクタンスを L 、キャパシタンスを C とすると、インピーダンス及び電流波形に対する電圧波形の位相角 ϕ は次の式(3)～(8)で表すことができる。

$$Z_L = r + j\omega L \quad (3)$$

$$|Z_L| = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} \quad (4)$$

$$Z_C = r + \frac{1}{j\omega C} \quad (5)$$

$$|Z_C| = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (6)$$

$$\phi_L = \tan^{-1} \frac{\omega L}{r} \quad (7)$$

$$\phi_C = \tan^{-1} \frac{-1}{\omega r C} \quad (8)$$

3 実験方法

3.1 インピーダンスの周波数特性

R_{100} とインダクタンスを測定する対象素子(Z 、インダクタ、キャパシタ)を直列につないだ回路に、交流電流としてファンクションジェネレータ(FG)をトランスを介して接続する。測定するときの手順は次の通りである。

1. 次の図1に従って、インダクタを Z として、基準抵抗 R_{100} との直列回路を組んだ。
2. トランスは前回の実験課題1に記載してある通りに接続した。
3. FG を ON にして、周波数 f を 10kHz とした。 Z 両端の電圧波形を CH1 に表示し、pp 値が 1~2V になるように調整した。実験課題1と同様に CH2 には R_{100} 両端の電圧を表示し、反転を ON にした。これ以降電圧は pp 値で測定した。
4. CH1 と CH2 の波形の振幅 V_A 、 $\overline{V_B}$ 、両波形の時間差 Δt を記録し、式(1)(2)に代入し、インピーダンスの大きさ $|Z|$ と位相角 ϕ を算出した。
5. 両対数グラフ用紙の横軸に周波数、縦軸にインピーダンスの大きさ $|Z|$ を、片対数グラフ用紙の横軸に周波数、縦軸に位相角 ϕ をとり、グラフにプロットした(図2、図3)。
6. 以上の測定を、 f を 0.5、1、2、3、5、20、50、100kHz と変化させ、繰り返し行った。10kHz のときのみ波形のスケッチをした。
7. インダクタについてこの1~6の手順を終えたのち、 Z を $0.1\mu\text{F}$ のキャパシタに替えて同様に測定を行った。

図1 インピーダンスの測定回路

3.2 インダクタンス、キャパシタンスと ESR の測定

実験室に用意された LCR メータで、本実験で用いたインダクタ及びキャパシタの、インダクタンス L とキャパシタンス C とその ESR をいくつかの周波数で測定した。

3.3 キャパシタと抵抗電圧波形のスケッチ

Z は $0.1\mu\text{F}$ のキャパシタのまま、を 10kHz とし、CH1 の振幅を適切に調整し、オシロスコープの CH1 と CH2 の波形をスケッチした。1 周期当たり約 9 点で電圧と時間を測定して記録し、グラフ用紙にプロットして滑らかな曲線を結んだ。

スケッチは図 4、図 5 として後のページに添付した。

以上の実験手順で使用した機器を下にまとめた。

- ・ インダクタ
- ・ キャパシタ
- ・ 基準抵抗 R_{100}
- ・ ブレッドボード
- ・ ファンクションジェネレータ (FG)
- ・ トランス
- ・ オシロスコープ
- ・ LCR メータ

4 実験結果

4.1 インピーダンスの周波数特性

先に述べた手順で測定した結果を、それぞれ以下の表にまとめた(表1、表2)。

ちなみに、インピーダンスの大きさと位相角を求める際には、式(1)(2)と、実験課題1でのマルチメータの測定値 $R_{100} = 99.4 \Omega$ を用いて導き出した。

表1. インダクタをZとしたときの周波数変化に伴う各測定値

f / kHz	FG / V_{pp}	V_A / mV_{pp}	V_B / V_{pp}	$\Delta t / \mu s$	$ Z / \Omega$	Φ / deg
0.5	5.2	76	2.00	380.0	3.78	68.4
1	5.2	144	2.00	216.0	7.16	77.8
2	5.2	272	2.00	116.0	13.52	83.5
5	5.5	664	2.00	50.0	33.00	90.0
10	6.2	1340	2.00	24.4	66.60	87.8
20	8.4	2580	2.00	12.0	128.23	86.4
50	17.6	6560	2.00	4.8	326.03	86.4
100	20.0	7680	1.10	2.5	694.00	90.0

表2. キャパシタをZとしたときの周波数変化に伴う各測定値

f / kHz	FG / V_{pp}	V_A / V_{pp}	V_B / mV_{pp}	$\Delta t / \mu s$	$ Z / \Omega$	Φ / deg
0.5	5.1	2.00	64	-480.0	3160.3	-86.4
1	5.0	2.00	130	-248.0	1529.2	-89.3
2	5.0	2.00	256	-124.0	776.6	-89.3
5	5.2	2.00	624	-48.0	318.6	-86.4
10	5.9	2.00	1280	-24.0	155.3	-86.4
20	8.0	2.00	2460	-12.2	80.9	-87.8
50	16.3	2.00	6080	-4.9	32.7	-88.2
100	20.0	1.30	7680	-2.4	16.8	-84.5

両対数グラフ用紙の横軸に周波数、縦軸にインピーダンスの大きさを、片対数グラフの横軸に周波数、縦軸に位相角をとり、グラフに黒点でプロットしたものを次に添付した(図2～6)。

4.2 インダクタンス、キャパシタンスと ESR の測定

測定結果は下の表にまとめた(表3)。また同時に、 $\omega = 2\pi f$ という関係式を利用して導いた角周波数もまとめた。

表3. インダクタンス、キャパシタンスと ESR の測定値

周波数 f /kHz	角周波数 ω /rad	L / μ H	インダクタの ESR / Ω	C / nF	キャパシタの ESR /m Ω
0.1	6.28×10^2	997.2	1.46	100.50	28.03
1	6.28×10^3	994.4	1.50	101.36	6.76
10	6.28×10^4	979.0	2.05	99.28	1.58
100	6.28×10^5	975.2	6.56	97.91	0.05

4.3 キャパシタと抵抗電圧波形のスケッチ

先に述べた手順で、オシロスコープで測定した電圧と時間の記録した値は、インダクタとキャパシタそれぞれのときのものを、下の表にまとめた(表4)。

表4. 波形におけるいくつかの電圧と時間

インダクタ CH1		インダクタ CH2		キャパシタ CH1		キャパシタ CH2	
時間	電圧	時間	電圧	時間	電圧	時間	電圧
/ μ s	/mV	/ μ s	/mV	/ μ s	/mV	/ μ s	/mV
0	0.13	0	0.94	0	0.14	0	-1.44
11	1.02	14	0.52	7	0.50	11	-0.96
25	1.48	24	0.00	25	0.90	23	0.02
37	1.00	32	-0.50	39	0.48	35	1.00
49	0.00	51	-0.94	48	0.00	48	1.40
60	-0.96	65	-0.52	57	-0.48	60	1.00
75	-1.48	72	0.00	73	-0.90	72	0.00
87	-1.00	83	0.48	83	-0.48	84	-0.98
99	0.00	100	0.92	100	0.12	100	-1.44

これらの値を用いて、波形のスケッチを行い、次のページに添付した(図6、図7)。

5 考察

表 3 に示した測定結果と、式(3)～(8)を用いて、インダクタとキャパシタのインピーダンスそれぞれの大きさ $|Z_L|$ 、 $|Z_C|$ と位相角 ϕ_L 、 ϕ_C を算出し、以下の表 5 にまとめた。

表 5. インピーダンスの大きさ、位相角の理論値

f /kHz	$ Z_L $ / Ω	$ Z_C $ / Ω	ϕ_L /deg	ϕ_C /deg
0.1	1.58	15923.57	23.21	-89.90
1	6.42	1570.99	76.49	-89.75
10	61.52	160.39	88.09	-89.44
100	612.46	16.27	89.39	-89.82

これらの理論値を前の図 2～5 に白点でさらにプロットした。

ただし周波数 $f = 0.1\text{kHz}$ のときのインダクタのインピーダンスの大きさに関しては、明らかに一つだけ外れていたもので、直線を引く際には無視した。おそらく初めて LCR メータを用いて測った値なので、測定方法を誤った可能性があるからだ。

測定結果を見ると、大体理論値通りの結果になっている。しかし細かく見ると、インダクタに関しては、インピーダンスの大きさも位相角も測定値の方が理論値よりも少し大きい。キャパシタに関しては、それらの測定値が理論値よりも少し小さい。これは、トランス内部のキャパシタ部分やプローブの影響などによるものである。

周波数が高いときまたは低いとき、グラフ用紙に入りきらなかったところもあるので断言はできないが、プロットしたみた様子をみると、ほぼ理論値通りであると予測できる

6 感想

実験手順が実験課題 1 と似ていたので、前回よりは実験をスムーズに進めることができ、理解もできていると思う。しかし、だんだん計算量が増えてきているのを感じた。両対数グラフや片対数グラフがまだ使い慣れず、たまに読み方・書き方を間違ってしまうので、さらに注意を払っていききたいと思う。

余談だが、先日秘書技能検定を受験した際、データを与えられ、分かりやすいグラフを書けという問が出題された。そこでこの実験や 1 年次の基礎科学実験のおかげでグラフをうまく書くことができ、初めて実験レポートを毎週苦しみながら書いてよかったと思った。という訳で、これからまだある残り 5 回のこの実験も頑張って乗り越えていこうと思う。