Microsoft Whiteboard

2o. examen parcial de Análisis Vectorial ISC.

2o examen parcial de Análisis Vectorial ISC

Nombre:____________________________ Grupo:______ Profesor: Zelin Miguel Pilar.

Resuelva todos los problemas claramente. Cada problema vale 2 puntos.

1 Trace la curva cuyas ecuaciones paramétricas son:

$\vec{r}$ = (acost, bsent, 0).

El parámetro t puede tomar todos los valores reales, a y b son constantes.

2 Para el campo escalar: $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1$

a) Calcular las curvas de nivel, graficar al menos tres de ellas y decir qué lugar geométrico representan.

b) A partir de las curvas de nivel del inciso anterior, obtener la gráfica de la función. Decir qué representa.

3 Para el campo vectorial: $\mathbf{F}(x, y) = (y, -x)$

a) Calcular las líneas equipotenciales, graficar al menos tres de ellas y decir que lugar geométrico representan.

b) Dibujar el diagrama de flechas usando al menos 4 puntos en la primera línea equipotencial, pueden ser las intersecciones de las líneas equipotenciales con los ejes coordenados x e y.

4 **Sea $\mathbf{r}(x, y, z) = (x, y, z)$ y $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \|\mathbf{r}\|$. Probar las identidades siguientes.**

a) $\boldsymbol{\nabla} \cdot (r^n \mathbf{r}) = (n + 3) r^n$.

b) $\boldsymbol{\nabla} \times (r^n \mathbf{r}) = \mathbf{0}$.

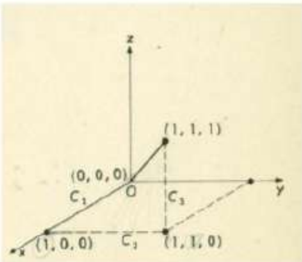
64 %

22/12/2023

Tercer examen parcial de Análisis Vectorial

Resuelva todos los problemas de manera clara y correcta. Cada problema vale 2.5 puntos. Zelin Miguel Pilar.

PROBLEMA 4.5 Si $\mathbf{f} = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$, calcular $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ desde $(0, 0, 0)$ a $(1, 1, 1)$ a lo largo de (a) una recta que conecta estos dos puntos y (b) un camino C, como se muestra en la figura 4.1, que consiste en tres segmentos de recta C_1, C_2, C_3 que ligan estos dos puntos vía $(1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0)$.



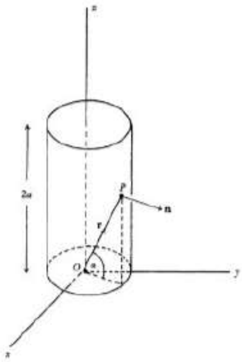
PROBLEMA 4.23 Calcular $\iiint_R \nabla \times \mathbf{f}\, dV$ si $\mathbf{f} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$ y R es cualquier región del espacio con volumen V.

3. If $\mathbf{f} = ax\mathbf{i} + by\mathbf{j} + cz\mathbf{k}$, a, b, c constants, show that $\iint_S \mathbf{f} \cdot d\mathrm{S} = \frac{4}{3}\pi(a + b + c)$, where S is the surface of a unit sphere. (Utilizar los teoremas integrales) .

EXAMPLE 16. Let $\mathbf{r}$ denote the position vector of a point P relative to the origin O. Evaluate

$$\int_S \mathbf{r} . d\mathbf{S},$$

where S is the curved surface of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$, $0 \leqslant z \leqslant 2a$.



PROBLEMA 4.57 Si C es una curva cerrada, mostrar que

$$\oint_C \nabla\phi \cdot d\mathbf{r} = 0.$$

(Utilizar los teoremas integrales) .

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Primer parcial(1CV4)

Espacios Euclidianos $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$

1. **Sean $\vec{u} = \hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{v} = 2\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ y $\vec{w} = -2\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} - 4\hat{k}$. Determinar si $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes o dependientes.**

2. **Considerar los vectores $\vec{u} = 3\hat{\imath}+4\hat{\jmath}$ y $\vec{v} = \hat{\imath}+\alpha\hat{\jmath}$. Determinar α de tal manera que:**
   - **$\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales.**
   - **$\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean paralelos.**
   - **$\vec{u}$ y $\vec{v}$ formen un ángulo de $\frac{\pi}{4}$.**

3. **Sean $\vec{a'} = \frac{\vec{b}\times\vec{c}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$, $\vec{b'} = \frac{\vec{c}\times\vec{a}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$ y $\vec{c'} = \frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$ con $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c} \neq 0$, vectores en $\mathbb{R}^3$. Obtener**
   - $\vec{a'} \cdot \vec{a}$
   - $\vec{b'} \cdot \vec{c}$
   - **De acuerdo con el resultado anterior, ¿que ángulo forman entre sí los vectores $\vec{b'}$ y $\vec{c}$?**

4. - **Encuentre una ecuación del plano perpendicular al vector $\vec{A} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 6\hat{k}$ y que pasa por el punto terminal del vector $\vec{B} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$.**
   - **Encuentre la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto terminal del vector $\vec{B} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y el origen.**
   - **Obtener la distancia del plano obtenido en el primer punto y el origen.**

5. **Determinar la fórmula para obtener la distancia de cualquier punto $P(x_1, y_1, z_1)$ a la recta $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(v_x, v_y, v_z)$.**

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Extraordinario

Extraordinario

1. Hallar el vector unitario tangente a la curva C representada por la función vectorial $\vec{f}(t) = acos(t)\hat{i} + asen(t)\hat{j}$ con $0 \leq t \leq 2\pi$, en $t = \frac{\pi}{2}$ y obtener la longitud de la curva.

2. Sea $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, mostrar que $\vec{\nabla}(\frac{1}{r}) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$.

3. Si $f(x,y) = xcos(y) + ysen(xy)$, calcular f_x, f_y, f_{xx} y $f_{xy}(1, \frac{\pi}{2})$.

4. Evaluar la integral de línea $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$, donde $\vec{f}(x,y) = x^2\hat{i} + xy\hat{j}$ y C es el perímetro del cuadrado unitario en R^2.

5. Evaluar la integral doble trazando la región correspondiente, donde R es la región limitada por $x = -y$, $x = y$ y $y = 2$.

$$\iint_R e^{y^2} dA \tag{1}$$

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Segundo parcial(1CV4)

Cálculo Diferencial Vectorial

1. La curva generada por $\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath} + (1-t^2)\hat{k}$ está sobre un plano, determinar la ecuación de dicho plano. Cuando $t = 2$, ¿en dónde la recta tangente intersecta al plano xy?

2. Una partícula parte del origen con una velocidad inicial $\vec{v}(t=0) = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$. Si su aceleración es $\vec{a}(t) = t\hat{\imath} + \hat{\jmath} + t^2\hat{k}$. Determinar su función de posición.

3. Sea Φ cualquier función escalar. Obtener el rotacional del gradiente de Φ.

4. El voltaje V de un circuito eléctrico sencillo está decreciendo lentamente a medida que se consume la bateria. La resistencia R está aumentando lentamente a medida que se calienta el resistor. Utiliza ley de Ohm ($V = IR$), para encontrar cómo está cambiando la corriente I en el instante cuando $R = 400\Omega$, $I = 0.08A$, $\frac{dV}{dt} = -0.01\frac{V}{s}$ y $\frac{dR}{dt} = 0.03\frac{\Omega}{s}$. Utilizar regla de la cadena.

5. Sea $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x^2+y^2+10}$ Hallar la tasa de variación de f en $(2,1)$ según la dirección que apunta hacia el origen.

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Tercer parcial(1CV4)

Cálculo Integral Vectorial

1. Evaluar la integral de línea $\int_C ydx + zdy + xdz$ Donde C es el segmento de recta que une al punto $(4,0,0)$ a $(6,8,10)$, seguido por el segmento de recta que une al punto $(6,8,10)$ a $(6,8,0)$.

2. Calcular $\int_C \Phi d\vec{r}$ para $\Phi = x^3y + 2y$ de $(1,1,0)$ a $(2,4,0)$ a lo largo de la parábola $y = x^2$.

3. Hallar una función escalar de potencial para el campo vectorial.

$$\vec{F} = (y + zcos(xz)\hat{\imath} + x\hat{\jmath} + (xcos(xz))\hat{k} \tag{1}$$

4. Mediante una integral triple determinar el volumen de un cilindro de radio $1u$ y una altura de $10u$.

5. Evaluar la integral $\iint_R xsen(y^3)dA$, donde R es el triángulo con vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(1,2)$.

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Primer parcial(1CV7)

Espacios Euclidianos $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$

1. **Sean $\vec{u} = \hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{v} = 2\hat{j} + 7\hat{k}$ y $\vec{w} = -2\hat{i} + 12\hat{j} - 4\hat{k}$. Determinar si $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes o dependientes.**

2. **Encuentre los ángulos internos de un triángulo en el que dos de sus lados están formados por los vectores $\vec{A} = -2\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$ y $\vec{B} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.**

3. **Sean $\vec{a'} = \frac{\vec{b}\times\vec{c}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$, $\vec{b'} = \frac{\vec{c}\times\vec{a}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$ y $\vec{c'} = \frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}$ con $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c} \neq 0$, vectores en $\mathbb{R}^3$. Obtener**
   - $\vec{a'} \cdot \vec{a}$
   - $\vec{b'} \cdot \vec{c}$
   - **De acuerdo con el resultado anterior, ¿que ángulo forman entre sí los vectores $\vec{b'}$ y $\vec{c}$?**

4. **Sean $P(1, 0, 1)$, $A(6, 1, -3)$ y $B(2, 3, -1)$ puntos en $\mathbb{R}^3$. Obtener**
   - **La ecuación paramétrica de la recta que pasa por A y B, así como la distancia de la recta al origen.**
   - **El punto más cercano al punto P sobre la recta.**

5. **Sean $r_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$, $r_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$, $r_3 = x_3\hat{i} + y_3\hat{j} + z_3\hat{k}$ los vectores de posición de los puntos P_1, P_2 y P_3. Encontrar una ecuación para el plano que contiene P_1, P_2 y P_3.**

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Extraordinario (1CV7)

Extraordinario

1. Encuentra las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva generada por $x = sen(\pi t)$, $y = \sqrt{t}$, $z = cos(\pi t)$ en el punto $(0, 1, -1)$.

2. Sea $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, mostrar que $\vec{\nabla}(\frac{1}{r}) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$.

3. Determina todas las derivadas parciales de primer orden de la función $f(x, y, z) = 3xln(x^2yz) + x^{\frac{y}{z}}$.

4. Evaluar la integral de línea $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$, donde $\vec{f}(x, y, z) = yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}$ y C está formada por los segmentos de recta que unen a $(1, 0, 0)$ a $(0, 1, 0)$ a $(0, 0, 1)$.

5. Evaluar la integral doble trazando la región correspondiente, donde R es la región limitada por $y = x^2$, $y = 2x$.

$$\iint_R 4x^3ydA \tag{1}$$

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Segundo parcial (1CV7)

Cálculo Diferencial Vectorial

1. Determinar una función vectorial que represente la curva de intersección entre el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y el plano xy. Una vez que se tenga la función, obtener su longitud.

2. Sea $\vec{r}(t) = t^2\hat{i} + (t^3 - 2t)\hat{j} + (t^2 - 5t))\hat{k}$ el vector de posición de una partícula en movimiento. Determinar los puntos en los que la partícula pasa por el plano xy. Obtener su velocidad, aceleración y rapidez en uno de esos dos puntos.

3. El voltaje V de un circuito eléctrico sencillo está decreciendo lentamente a medida que se consume la bateria. La resistencia R está aumentando lentamente a medida que se calienta el resistor. Utiliza ley de Ohm ($V = IR$), para encontrar cómo está cambiando la corriente I en el instante cuando $R = 400\Omega$, $I = 0.08A$, $\frac{dV}{dt} = -0.01\frac{V}{s}$ y $\frac{dR}{dt} = 0.03\frac{\Omega}{s}$. Utilizar regla de la cadena.

4. Sean $\vec{v} = \vec{w} \times \vec{r}$. Mostrar que la mitad del rotacional de $\vec{v}$ es $\vec{w}$. Donde $\vec{w}$ es constante.

5. Encontrar los valores de las constantes a, b y c, de modo que la derivada direccional $\Phi = axy^2 + byz + cz^2x^3$ en $(1, 2, -1)$ tenga un máximo de magnitud 64 en una dirección paralela al eje z?

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Análisis Vectorial
Profesora. Flores Meraz Yesica Sonia

Nombre: Tercer parcial(1CV7)

Cálculo Integral Vectorial

1. Evaluar la integral de línea $\int_C d\vec{r}$. Donde C es el círculo $x^2 + y^2 = a^2$, con a una constante.
2. Calcular $\int_C \Phi d\vec{r}$ para $\Phi = x^3y+2y$ de $(1,1,0)$ a $(2,4,0)$ a lo largo de la parábola $y = x^2$.
3. Mostrar que el campo vectorial $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ es conservativo, determinar el potencial escalar y el trabajo realizado cuando un objeto se mueve del origen a $(1,1,1)$.
4. Mediante una integral triple determinar el volumen de la región entre una esfera de radio 10 y una esfera de radio igual al número de letras de tu nombre.
5. Evaluar la integral $\iint_R 3y^2\sqrt{x}dA$, donde R es la región limitada por $y = x^2$, $y = -x^2$ y $x = 4$.

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Ingeniería en Sistemas Computacionales
Departamento de Formación Básica
Academia de Ciencias Básicas
Unidad de Aprendizaje de Análisis Vectorial
Primer Examen Ordinario tipo A

NOMBRE: ______________________________ BOLETA: __________ GRUPO: ________

Resolver cada problema de forma clara, ordenada y sin omitir procedimientos. Valor total del examen: 8 puntos.

1. Dada la siguiente configuración de tres vectores **a**, **b**, **c** en el espacio $\mathbb{R}^3$, diga si son linealmente dependientes o independientes escribiendo la ecuación de la combinación lineal de los vectores y los escalares correspondientes. Justifique su respuesta. (2.0 ptos.)

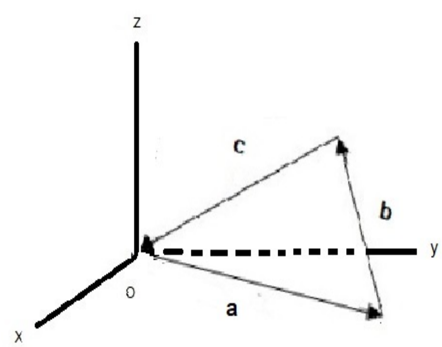


Figura 1: Tres vectores consecutivos en $\mathbb{R}^3$.

2. Considere un rectángulo de lados vectoriales. Calcule la longitud de cada una de las dos diagonales del rectángulo y diga si tienen la misma longitud o no, demostrándolo por cálculo directo. Dibuje el esquema geométrico asociado al problema.(2.0 ptos.)

3. Dados dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, qué condición deben de cumplir $\vec{A}$ y $\vec{B}$ para que el valor del producto punto sea igual al del producto cruz? Justifique su respuesta analíticamente y trace el diagrama ilustrativo. (2.0 ptos.)

4. *a*) En el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$ halle una ecuación para el plano XY que pasa por el origen de coordenadas O, siendo $\mathbf{r} = (x, y, z)$ un punto cualquiera sobre el plano. Cuál es el vector normal? Justifique analíticamente su respuesta. (1.0 ptos.)

   b) En el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$ halle una ecuación para la recta conocida como eje X que pasa por el origen de coordenadas O, siendo $\mathbf{r} = (x, y, z)$ un punto cualquiera sobre dicho eje. Cuál es un vector paralelo al eje X? Justifique analíticamente su respuesta. (1.0 ptos.)

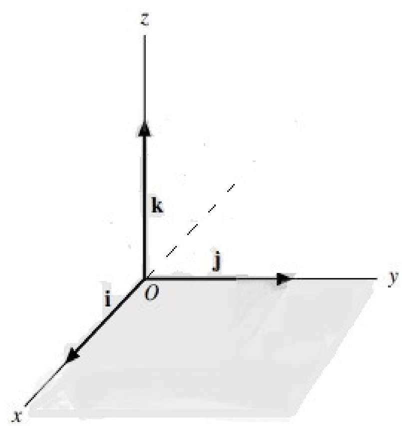
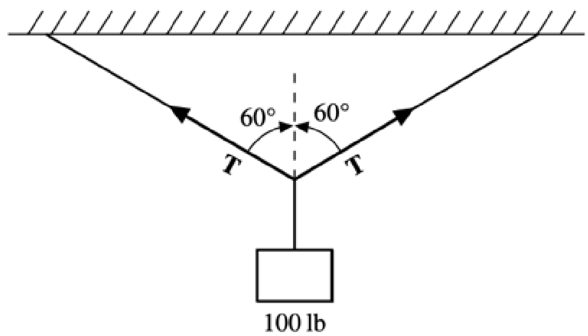


Figura 2: Eje X y plano XY en el espacio $\mathbb{R}^3$.

Elaboró: Zelin Miguel Pilar. 10/11/2023

Primer examen de Análisis Vectorial

1. Las diagonales del paralelogramo son los vectores A=(3,-4,-1) y B=(2,3,-6), demuestre que el paralelogramo es un rombo y determine la longitud de sus lados y ángulos
2. Sea P=(3,1,2) y P=(1,-2,-4)
   a) encuentre una ecuación del plano que pasa por Q y es perpendicular a PQ. b) Calcule la distancia del punto (-1,1,1) al plano.
3. Encuentre el área del triángulo con vértices a)(3,-1,2), (1,-1,-3) y (4,-3,1) b) (2,-3,-2), (-2,3,2) y (4,3,-1)
4. Sea P=(3,-2,-1), Q=(1,3,4) y R=(2,1,-2) y el origen O=(0,0,0), encuentre la distancia de P al plano OQR
5. Un peso de 100 libras está suspendido de su centro por medio de una cuerda, como se aprecia en la figura, Determine la tensión T en la cuerda.



Segundo examen

Dados los siguientes campos vectoriales y escalares

$$\vec{\boldsymbol{A}} = (yz, 2xz, 3xy) \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = (xy, y, xy^2z)$$
$$\phi = xyz \qquad \psi = 7(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 7r^4$$

Calcule:

a) $\nabla \cdot (\vec{\mathrm{A}} \times \nabla\phi)$

a) $(\vec{B} \cdot \nabla\psi)$

b) Calcule la derivada direccional del campo escalar ϕ en el punto (1,2,3) la dirección u=**2i+4j+4k**.

Para los próximos incisos considere las superficies $s1$: $x + y + z = 4$ y $s2$: $z = x^2 + y^2$

c) Calcular un punto p1 donde se crucen las superficies, distinto del punto p = (1,1,2)

d) Calcular el coseno del ángulo agudo con el que se cruzan las superficies en el punto p

e) Calcule la ecuación del plano tangente a la superficie s2 en el punto p

f) Calcule la ecuación de la recta perpendicular a la superficie s2 que pasa por el punto p

Tercer examen

- La aceleración de una partícula para $t \geq 0\ es\ \vec{a}(t) = (e^{-t}, cos(t), -sen(t))\ , si\ \vec{v}(0) = \hat{k}, \vec{r}(0) = \hat{\imath}, obtener\ \vec{v}(t)\ y\ \vec{r}(t)$,
- Evalué directamente y mediante el teorema de Green la integral $\oint_c (3x^2 + 2y, -(x + 3y)) \cdot (dx, dy)$, alrededor del paralelogramo cuyos vértices están en (0,0), (2,0), (2,1) y (0,1)
- Evalue $\oiint_S \vec{r} \cdot \hat{n}\, dS$, donde a) S es la esfera de radio 3 con centro en (0,0,0), b) S es la superficie del cubo limitado por $x = \pm 1, y = \pm 1, z = \pm 1$, c) S es la superficie limitada por $z = 4 - (x^2 + y^2)$

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Departamento de Formación Básica
Academia de Ciencias Básicas
Unidad de Aprendizaje de Análisis Vectorial
Examen Extraordinario tipo A

NOMBRE:
GRUPO:
Resolver cada problema de manera clara y ordenada. No omitir procedimientos. Cada problema vale 1 punto.

1. Demostrar el teorema de Pitágoras para un triángulo rectángulo cualquiera
$$c^2 = a^2 + b^2. \tag{1}$$
con a y b la longitud de los catetos y c la longitud de la hipotenusa (1.5 pts.)

2. El parámetro continuo t puede tomar todos los valores reales. Trazar la curva cuyas ecuaciones paramétricas son:
$$x = at, y = bt, z = 0, \tag{2}$$
qué representa la gráfica?

3. Esbozar tres curvas de nivel y la gráfica de la función $f : \mathbf{R^2} \mapsto \mathbf{R}$ dada por:
$$f(x, y) = x^2 + 4y^2, \tag{3}$$
qué representa la gráfica?

4. Si $\mathbf{a}$ es un campo vectorial constante y $\mathbf{r}$ es el vector de posición de un punto cualquiera, demostrar que:
$$\nabla\times(\mathbf{a}\times\mathbf{r}) = 2\mathbf{a}. \tag{4}$$

5. Si $\mathbf{F}(x, y, z) = ax\hat{\imath} + by\hat{\jmath} + cz\hat{\mathbf{k}}$, calcular $\oint\oint_S \mathbf{F}\cdot d\mathbf{S}$, sobre cualquier superficie cerrada S, que encierre una región de volumen V en el espacio.

6. Para el campo vectorial dado por

$$\mathbf{F}(x, y) = (-y, x). \tag{5}$$

   Hallar las curvas equipotenciales y dibujar tres de ellas. Decir qué representan. Dibujar la gráfica de flechas. Use al menos cuatro puntos de la primera curva equipotencial. Diga además si $\mathbf{F}$ es rotacional, irrotacional o solenoidal, demostrándolo por cálculo directo. El campo vectorial se expande o se contrae? Rota o no rota?

7. Use el teorema de Stokes o el teorema de Green en el plano para hallar el área de una circunferencia de radio a en el plano XY, centrada en el origen.

8. Considere el campo escalar $\phi(r, \theta, z) = \tan\theta$ en coordenadas cilíndricas. Calcule $\nabla\phi$.

9. Calcular $\int\int_S \mathbf{r}\times d\mathbf{S}$, donde S es la superficie esférica cerrada representada por $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

10. Si el ángulo entre los vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ es de $60\circ$ y $||\mathbf{a}|| = ||\mathbf{b}|| = 3$, demostrar que $||\mathbf{a} - \mathbf{b}|| = 3$.

Elaboró: Zelin Miguel Pilar. 19/01/2024

ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse

$$36x^2 + 81y^2 + 216x - 324y - 2268 = 0$$

en el punto que corresponde al valor de $t = \frac{\pi}{6}$.

2._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie S representada por

$$S : \begin{cases} x = 3u^3 + 3v^3 - 2u - 1 \\ y = 7u^3 + 2v^2 - 5u + 2 \\ z = 2u^3 + v^3 + u + 1 \end{cases}$$

para $u = -1$ y $v = -1$.

3._ Para la función $\mathbf{f}(x, y) = [e^{-3x^2+2y^2}, \ln(7 - 2x^2 + 5y^2), \arctan(\frac{y}{x})]$, calcular $\mathbf{Df}$.

4._ Para las funciones $f(u, v, w) = 3u^2v^3w^2$ y $\mathbf{g}(x, y, z) = [e^{-3x^2y^2z^3}, x^2y^3z^2, e^{-xyz}]$ aplicar el segundo caso especial de la regla de la cadena para calcular la derivada de $f \circ \mathbf{g}$.

5._ Dada la función vectorial $\mathbf{f} = (3x^2y^2z^3 - 6xy^2 + 7z^2)\mathbf{i} + (2x^3yz^3 - 6x^2y + 3y^2z)\mathbf{j} + (3x^3y^2z^2 + 14xz + y^3)\mathbf{k}$. a) Mostrar que $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$. b) Hallar una función escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.

ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse

$$64x^2 + 25y^2 - 896x + 100y + 1636 = 0$$

en el punto que corresponde al valor de $t = \frac{5\pi}{4}$.

2._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie S representada por

$$S : \begin{cases} x = u^3 + 3v^3 - 7v + 2 \\ y = u^2 + 5v^3 + 2u - v + 3 \\ z = 3u^3 - v^3 + u - 3v + 1 \end{cases}$$

para $u = -1$ y $v = -1$.

3._ Para la función $\mathbf{f}(x, y, z) = [(x^2 - 2y^2 + z^3)e^{-x^2+y^2+z^2}, \ln(3x^2 + 5y^2 - 7z^2)]$, calcular $\mathbf{Df}$.

4._ Para las funciones $f(u, v, w) = 7u^3v^2w^3$ y $\mathbf{g}(x, y, z) = [x^3y^3z^3e^{-xyz}, x^2y^2z^2e^{-x^2y^2z^2}, xyze^{-x^3y^3z^3}]$ aplicar el segundo caso especial de la regla de la cadena para calcular la derivada de $f \circ \mathbf{g}$.

5._ Dada la función vectorial $\mathbf{f} = (14xy^3z^3 + 10xz^2 + 3x^2z^2)\mathbf{i} + (21x^2y^2z^3 + 6y^2z^2)\mathbf{j} + (21x^2y^3z^2 + 10x^2z + 4y^3z + 2x^3z)\mathbf{k}$. a) Mostrar que $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$. b) Hallar una función escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1.- Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido $z = 81 - x^2 - y^2$ acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante.

2.- Calcular el trabajo que realiza una fuerza $\mathbf{f} = xy^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j}$ a lo largo de la línea quebrada que une los puntos $A = (0, 0)$, $B = (5, 4)$ y $C = (9, 8)$.

3.- Para la función vectorial $\mathbf{f} = (6xy^3z^2 - 10xy^3 + 14xz^2)\mathbf{i} + (9x^2y^2z^2 - 15x^2y^2 - 6y^2z^2)\mathbf{j} + (6x^2y^3z + 14x^2z - 4y^3z)\mathbf{k}$

a) Demostrar que es conservativo.

b) Hallar el potencial escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.

c) Comprobar que $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \phi(P_f) - \phi(P_i)$, donde $P_i = (2, 1, -1)$ y $P_f = (5, 4, -3)$ y C es cualquier curva que una dichos puntos.

4.- Comprobar el teorema de Green en el plano para la región encerrada entre las curvas $y = x^2$ y $y = x$. Siendo $\mathbf{f} = 3xy^2\mathbf{i} - 2x^2y^2\mathbf{j}$.

5.- Si $\vec{f} = -3yz\hat{i} + 5xz\hat{j} - x^2y\hat{k}$, calcular $\iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es el cilindro parabólico $z = 13 - y^2$ y acotado por los planos $x = 0$ y $x = 9$ en el primer octante.

ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido $z = 64 - x^2 - y^2$ acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante.

2._ Calcular el trabajo que realiza una fuerza $\mathbf{f} = 3xz\mathbf{i} + 5x^2z\mathbf{j} - 2x^2y\mathbf{k}$ a lo largo de la línea quedrada que una los puntos $A = (0, 0, 0)$, $B = (-1, 3, 5)$ y $C = (2, -4, -7)$.

3._ Para la función vectorial $\mathbf{f} = (10xy^3z^3 + 4xy^3 - 6xz^3)\mathbf{i} + (15x^2y^2z^3 + 6x^2y^2 + 8yz^3)\mathbf{j} + (15x^2y^3z^2 - 9x^2z^2 + 12y^2z^2)\mathbf{k}$

a) Demostrar que es conservativo.

b) Hallar el potencial escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.

c) Comprobar que $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \phi(P_f) - \phi(P_i)$, donde $P_i = (3, -1, 2)$ y $P_f = (-5, -3, 1)$ y C es cualquier curva que una dichos puntos.

4._ Comprobar el teorema de Green para $\oint_C 3x^2y\,dx - 2xy^2dy$ y la región del plano xy encerrada por las curvas $y = 1 - x^2$ y $y = 1 - x$.

5._ Si $\vec{f} = 3yz\hat{i} - 5xz^2\hat{j} + 2xy^2\hat{k}$, calcular $\iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es el cilindro parabólico $z = 11 - x^2$ y acotado por los planos $y = 0$ y $y = 9$ en el primer octante.

ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ (a)Desarrollar y simplificar la expresión

$$(2\mathbf{A} - 3\mathbf{B} + 5\mathbf{C}) \cdot (-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - 4\mathbf{C}) \times (6\mathbf{A} + \mathbf{B} - 5\mathbf{C})$$

(b) Comprobar el resultado para $\mathbf{A} = [3, -5, 4]$, $\mathbf{B} = [2, -1, -4]$ y $\mathbf{C} = [7, -1, 2]$.

2._ (a) Demostrar que la distancia d entre los planos $\mathscr{P}_1 : Ax + By + Cz = D_1$ y $\mathscr{P}_2 : Ax + By + Cz = D_2$ es

$$d = \frac{|D_2 - D_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(b) Usar el resultado anterior para hallar la distancia entre los planos

$$\mathscr{P}_1 : \begin{cases} x = 3u - v + 5 \\ y = u - 5v + 2 \\ z = 4u - 3v - 1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \mathscr{P}_2 : \begin{cases} x = 3u - v - 7 \\ y = u - 5v + 3 \\ z = 4u - 3v + 2 \end{cases}$$

3._ Hallar la ecuación de la recta $\mathscr{L}_2$ que pasa por el punto $A = (-7, 3, -5)$ y que es paralela a las recta $\mathscr{L}_1$, donde $\mathscr{L}_1 = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ es la intersección de los planos $\mathscr{P}_1$ y $\mathscr{P}_2$, con

$$\mathscr{P}_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \middle| \, 7x - 2y + 5z = -4\right\} \qquad \text{y} \qquad \mathscr{P}_2 : \begin{cases} x = 2u + v - 3 \\ y = 5u - v + 1 \\ z = 3u - 2v - 4 \end{cases}$$

4._ Si $\vec{a}_1 = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 5\hat{k}$, $\vec{a}_2 = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath} - \hat{k}$ y $\vec{a}_3 = 5\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$, forman un conjunto recíproco de vectores. (a) Obtener a los vectores $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ y $\vec{b}_3$.(b) Para el vector $\vec{d} = 7\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 3\hat{k}$. Comprobar que

$$\vec{d} = (\vec{d} \cdot \vec{b}_1)\vec{a}_1 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_2)\vec{a}_2 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_3)\vec{a}_3$$

5._ (a) Utilice métodos vectoriales para hallar las ecuaciones de las alturas del triángulo ΔPQR donde $P = (-5, 2)$, $Q = (2, -2)$ y $R = (4, 7)$. (b) Calcule el área de dicho triángulo.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ (a)Desarrollar y simplificar la expresión

$$(3\mathbf{A} - \mathbf{B} + 4\mathbf{C}) \cdot (5\mathbf{A} + \mathbf{B} - 6\mathbf{C}) \times (7\mathbf{A} - \mathbf{B} - 2\mathbf{C})$$

(b) Comprobar el resultado para $\mathbf{A} = [5, -1, 4]$, $\mathbf{B} = [3, 2, -1]$ y $\mathbf{C} = [6, 1, -2]$.

2._ Hallar la ecuación del plano $\mathscr{P}_2$ que dista 13 unidades del plano $\mathscr{P}_1$, donde

$$\mathscr{P}_1 = \left\{ \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \middle| \, \mathbf{v} = \alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 \right\}$$

con $\mathbf{v}_1 = [-5, 3, -2]$, $\mathbf{v}_2 = [4, 1, -1]$ y $\mathbf{v}_3 = [1, -4, 2]$.

3._ Hallar la distancia del punto $P_1 = (-7, 1, -5)$ a la recta $\mathscr{L}$ donde $\mathscr{L} = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ es la intersección de los planos $\mathscr{P}_1$ y $\mathscr{P}_2$, con

$$\mathscr{P}_1 = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 5x - y + 3z = -2 \right\}$$

y

$$\mathscr{P}_2 = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 7y + 2z = 9 \right\}$$

4._ Sea el triángulo ΔPQR donde $P = (x_1, y_1)$, $Q = (x_2, y_2)$ y $R = (x_3, y_3)$. Demostrar que el área de dicho triángulo es igual al valor absoluto de

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

5._ Si $\vec{a}_1 = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{a}_2 = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - \hat{k}$ y $\vec{a}_3 = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, forman un conjunto recíproco de vectores. (a) Obtener a los vectores $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ y $\vec{b}_3$.(b) Comprobar que

$$\vec{a}_1 \times \vec{b}_1 + \vec{a}_2 \times \vec{b}_2 + \vec{a}_3 \times \vec{b}_3 = \vec{0}$$

6._ Utilice métodos vectoriales para hallar las ecuaciones de las bisectrices del triángulo ΔPQR donde $P = (-7, -3)$, $Q = (5, 1)$ y $R = (-2, 8)$.