

## Exercice 1 : Estimer les paramètres d'un ARMA

- 1°) Simuler une trajectoire de longueur 500 de la série :  
 $X_t = 1,5X_{t-1} - 0,75X_{t-2} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim BB(0, 1)$  Comment s'appelle ce modèle ? Est-il stationnaire (justifier) ?
- 2°) Afficher le graphe de son acf (autocorrelation function) puis de sa pacf (partial autocorrelation function) et commenter. .
- 3°) Simulez  $X_t = 0,4X_{t-1} - 0,75X_{t-2} + 0,5X_{t-3} - 0,7X_{t-4} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim BB(0, 1)$ . Essayer d'expliquer en quoi l'acf et la pacf sont cohérentes avec le modèle.
- 4°) Simuler une trajectoire de longueur 1000 de l'ARMA(2,1) :  
 $X_t = 0,89X_{t-1} - 0,5X_{t-2} + \epsilon_t - 0,23\epsilon_{t-1}, \epsilon_t \sim BB(0, 1)$   
Donner son acf et pacf. A l'aide de la commande `auto.arima` (package `forecast`) essayez de retrouver les coefficients p et q du modèle ARMA, puis estimer les paramètres du modèle en fonction des p ; q trouvés.  
Etudiez les résidus de cette estimation : obtient-on un bruit blanc ?

## Exercice 2 : Pétrole

- 1°) Installer le package `astsa` et afficher la série temporelle oil (prix du pétrole brut en dollars par baril ; taper `help(oil)` pour plus d'information). Ce sont des données hebdomadaires. Semble-t-elle stationnaire ?
- 2°) Créer la série différenciée. Représenter son chronogramme.
- 3°) Représenter son acf et pacf.
- 4°) Ajuster un modèle ARMA et regarder les résidus.
- 5°) On définit log-rendement comme le logarithme du ratio du prix pour la période actuelle sur le prix de la période précédente. C'est une manière de mesurer l'évolution des prix. Calculer la série des log rendements et afficher son chronogramme. Semble-t-elle stationnaire ?
- 6°) Afficher son acf et pacf. Commentez.
- 7°) Ajuster un modèle ARMA qui vous paraît convenir et étudier les résidus de cette modélisation. Aide : Si vous utilisez `auto.arima`, rajouter en option : `stationary=TRUE, seasonal=FALSE`.
- 8°) Quels résultats avez-vous si vous ajustez avec un modèle ARMA(2,2) ou ARMA(3,3) ?