

г. Владивосток
2021

Содержание

Введение	3
Задача 1.	4
Постановка задачи	4
Решение	4
Задача 2. Разрешить уравнения	6
Постановка задачи	6
Решение	7
Задача 3.	9
Постановка задачи	9
Решение	10
Заключение	12

Введение

В лабораторной работе требуется решить и оформить задания при помощи программ компьютерной математики («*Maxima*», «*Wolfram Mathematica*», «*MATLAB*» и др.).

Задача 1.

Постановка задачи

Для следующих линейных дифференциальных уравнений дать характеристику и найти общее решение:

1. $y'' + y' - 4y = 0$

2. $y'' - 2y' + 10y = 5x^2 \cdot e^x \cdot \cos 3x$

3. $x^2 \cdot (2 \ln x - 1) \cdot y'' + 4y = x \cdot (2 \ln x + 1) \cdot y'$

4. $x(y'' - y) \sin x + 2(xy' + y) \cos x + 2y' \sin x = e^x$

5. $(x^2 + 1)y'' = 2y$

Решение

1. $y'' + y' - 4y = 0$

Характеристика: Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение: $y = C_1 e^{\left(\frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(-\frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)x}$

2. $y'' - 2y' + 10y = 5x^2 \cdot e^x \cdot \cos 3x$

Характеристика: Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение: $y = C_1 e^x \sin 3x + C_2 e^x \cos 3x + \frac{5}{18} e^x x^3 \sin 3x + \frac{5}{36} e^x x^2 \cos 3x - \frac{5}{108} e^x x \sin 3x$

3. $x^2 \cdot (2 \ln x - 1) \cdot y'' + 4y = x \cdot (2 \ln x + 1) \cdot y'$

Характеристика: Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

Общее решение: $y = C_1 \ln x \left(2 \ln (2 \ln x - 1) - 2 \ln (\ln x) + \frac{1}{\ln x} \right) + C_2 \ln x$

4. $x(y'' - y) \sin x + 2(xy' + y) \cos x + 2y' \sin x = e^x$

Характеристика: Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, допускающее интегрирование дважды

Общее решение: $y = \frac{C_1 \csc x}{x} + C_2 \csc x + \frac{e^x \csc x}{x}$

5. $(x^2 + 1)y'' = 2y$

Характеристика: Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

Общее решение: $y = C_1((x^2 + 1) \arctan x + x) + C_2(x^2 + 1)$

Задача 2.

Постановка задачи

Для заданных уравнений найти решение, удовлетворяющее заданным условиям. Построить график решения:

$$1. \begin{cases} \frac{y''}{y'} = 2e^{2y} \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{y''}{y'^3} = \frac{1}{y^2} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Решение

$$1. \begin{cases} \frac{y''}{y'} = 2e^{2y} \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

Характеристика: In progress

Общее решение: In progress

Частное решение: In progress

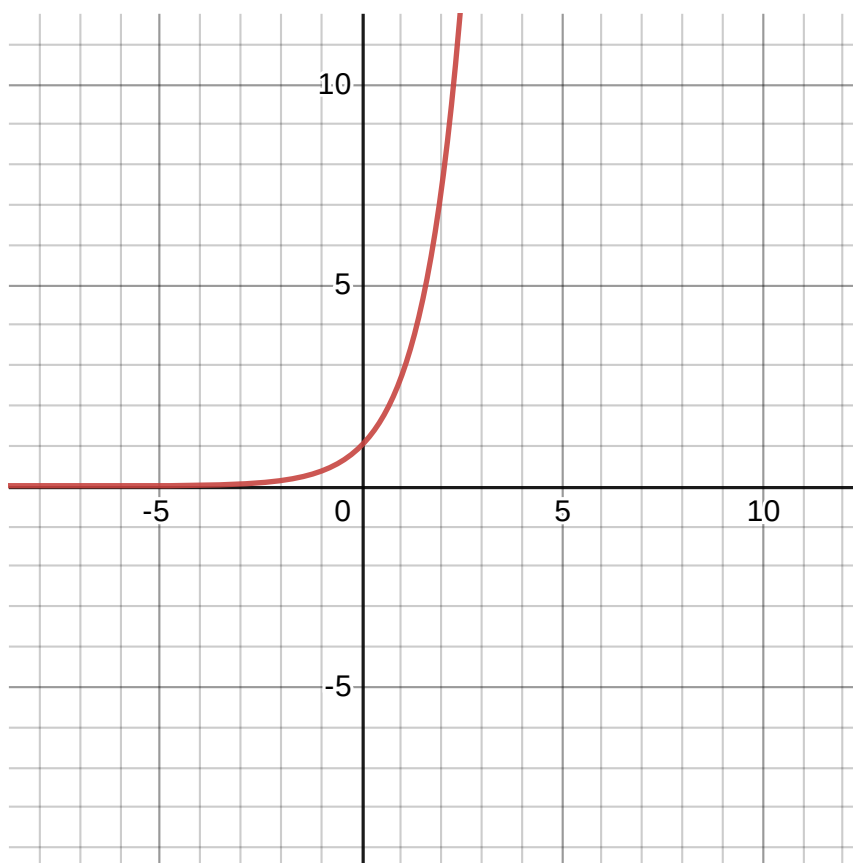


Рис. 1: График уравнения 1

$$2. \begin{cases} \frac{y''}{y^3} = \frac{1}{y^2} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Характеристика: Уравнение вида $F(y, y', y'') = 0$, допускающее понижение порядка заменой $y' = p$.

Общее решение: $\ln y - C_1 y = x + C_2$

Частное решение: $\ln y = x$

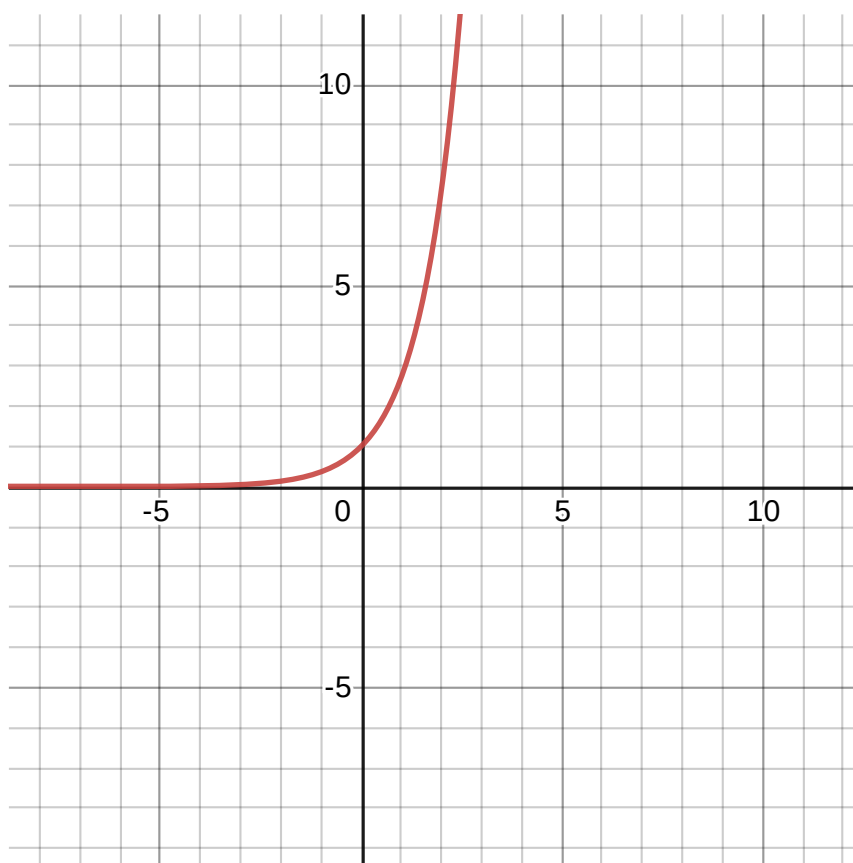


Рис. 2: График уравнения 2

Задача 3.

Постановка задачи

Для модели «Хищник-Жертва» описать поведение решений соответствующих уравнений системы при заданных коэффициентах. Построить график решения.

Реализацию программы провести на языке «С».

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta \cdot y) \cdot x \\ \frac{dy}{dt} = (\delta \cdot x - \gamma) \cdot y \end{cases}$$

$$x(0) = y(0) = 1$$

$$\alpha = \gamma = 0.76$$

$$\beta = \delta = 0.62$$

Решение

Kod:

```
#include <stdio.h>

typedef double F(double, double);

const double alpha = 0.76, gamma = 0.76;
const double beta = 0.62, delta = 0.62;

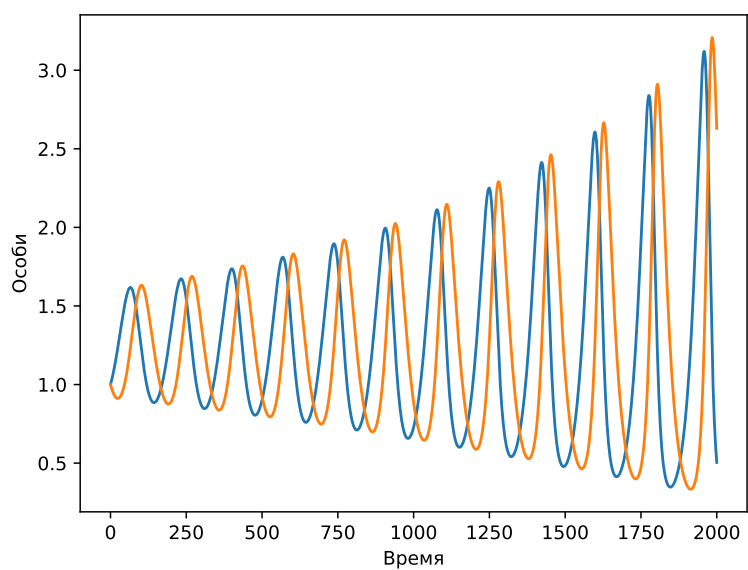
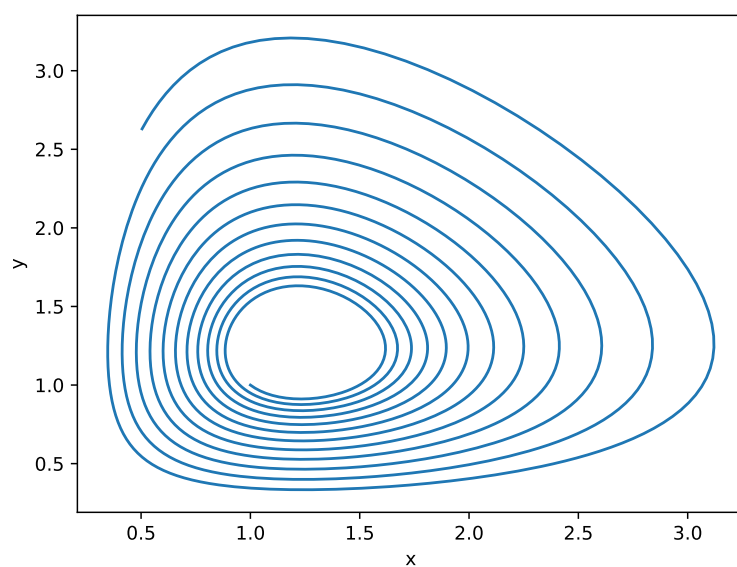
void euler(
    F f1, F f2, double t, double t0,
    double x, double y, double n
) {
    FILE *fp = fopen("results.txt", "w");
    fprintf(fp, "%f %f\n", x, y);
    double h = (t - t0) / (n + 1);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double _x = x;
        x = x + h * f1(x, y);
        y = y + h * f2(_x, y);
        fprintf(fp, "%f %f\n", x, y);
    }
    fclose(fp);
}

double f1(double x, double y) {
    return (alpha - beta * y) * x;
}

double f2(double x, double y) {
    return (delta * x - gamma) * y;
}

int main() {
    const double x = 1, y = 1;
    const double t0 = 0, t = 100;
    euler(f1, f2, t, t0, x, y, 2000);
    return 0;
}
```

Графики:



Заключение

В результате выполнения данной лабораторной работы, мною были решены и оформлены задания при помощи \LaTeX и системы компьютерной математики *Wolfram Alpha*.