

Das Watson–Theorem ist prinzipiell auf den Energiebereich elastischer Reaktionen bis ca. 308 MeV Laborenergie beschränkt und deshalb für die hier vorliegende Analyse der Pionphotoproduktion im Schwellenenergiebereich anwendbar.

Die in Gleichung 2.7 angegebene Zerlegung der Übergangsamplitude der Pionphotoproduktion nach Multipolamplituden mit definiertem Winkelverhalten läßt sich zur Bestimmung der Multipole sowie ihrer Energieabhängigkeit aus experimentellen Daten differentieller Wirkungsquerschnitte heranziehen. Hierzu wird im folgenden Abschnitt die Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts in der Multipoldarstellung erläutert.

2.2 Physikalische Observable und Multipole

2.2.1 Wirkungsquerschnitt und Multipole

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Pionphotoproduktion im πN –Schwerpunktsystem ist gegeben durch das Betragsquadrat des Reaktionsmatrixelements (Gleichung 2.5) sowie einen kinematischen Phasenraumfaktor mit dem Pionimpuls q und dem Photonimpuls k :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(W, Q) = \frac{q}{k} \left(\frac{m_N}{4\pi W} \right)^2 \sum_{\epsilon} \sum_{m_i, m_f} |T_{fi}|^2. \quad (2.8)$$

Über die Polarisation ϵ des Photons sowie den Spin des Nukleons im Anfangszustand m_i ist zu mitteln und über den Spin des Nukleons im Endzustand m_f zu summieren. Diese Analyseschritte werden durchgeführt über eine Zerlegung der Produktionsamplitude in einen spinabhängigen und einen spinunabhängigen Anteil. Ausführliche Erläuterungen zu diesen Rechnungen finden sich in [Bec90] und [Fuc96]. Mit der expliziten Darstellung des Reaktionsmatrixelements T_{fi} nach Gleichung 2.5 und unter Verwendung der Entwicklungen nach Gleichung 2.7 kann der differentielle Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der CGLN–Amplituden F_j bzw. der Multipole wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(W, \theta_\pi) = & \frac{q}{k} [|F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + \text{Re}(F_1 F_4^*) + \text{Re}(F_2 F_3^*) \\ & + \{ \text{Re}(F_3 F_4^*) - 2\text{Re}(F_1 F_2^*) \} \cos(\theta_\pi) \\ & - \{ \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + \text{Re}(F_1 F_4^*) + \text{Re}(F_2 F_3^*) \} \cos^2(\theta_\pi) \\ & - \{ \text{Re}(F_3 F_4^*) \} \cos^3(\theta_\pi)] . \end{aligned} \quad (2.9)$$

Zur Beschreibung des Wirkungsquerschnitts bei niedrigen Energien bzw. Pionimpulsen q_π ($\hbar l \approx q_\pi \cdot r$; $r \approx 1 fm$) kann die Entwicklung der F_j bereits nach wenigen Bahndrehimpulsen abgebrochen werden, d.h. Beiträge höherer Drehimpulse können vernachlässigt werden. Insbesondere tragen nahe der Produktionsschwelle nur s– und p–Wellen–Multipole zum Wirkungsquerschnitt bei, es können also nur Pionen mit

einem Bahndrehimpuls l_π von 0 und 1 relativ zum Rückstoßnukleon emittiert werden. Die Konsequenzen dieser s- und p-Wellen-Näherung werden in Abbildung 2.2 in einer Drehimpulsbetrachtung der Pionphotoproduktion dargestellt. Im Anfangszustand trägt das Photon Spin 1 und hat einen Bahndrehimpuls l_γ relativ zum Targetnukleon mit Spin $1/2$. Spin und Bahndrehimpuls werden im Gesamtdrehimpuls L zusammengefaßt. Der Endzustand wird charakterisiert durch einen Bahndrehimpuls l_π des Pions relativ zum Rückstoßnukleon. In den ersten beiden Spalten der Tabelle in Abbildung 2.2 sind die in der s- und p-Wellen-Näherung möglichen elektromagnetischen Multipole mit dem Gesamtdrehimpuls L angegeben. Aufgrund von Paritäts- und Drehimpulserhaltung existieren nur vier korrespondierende π -N-Zustände, die durch ihren Gesamtspin J und den relativen Bahndrehimpuls des Pions charakterisiert werden (Spalte 3).

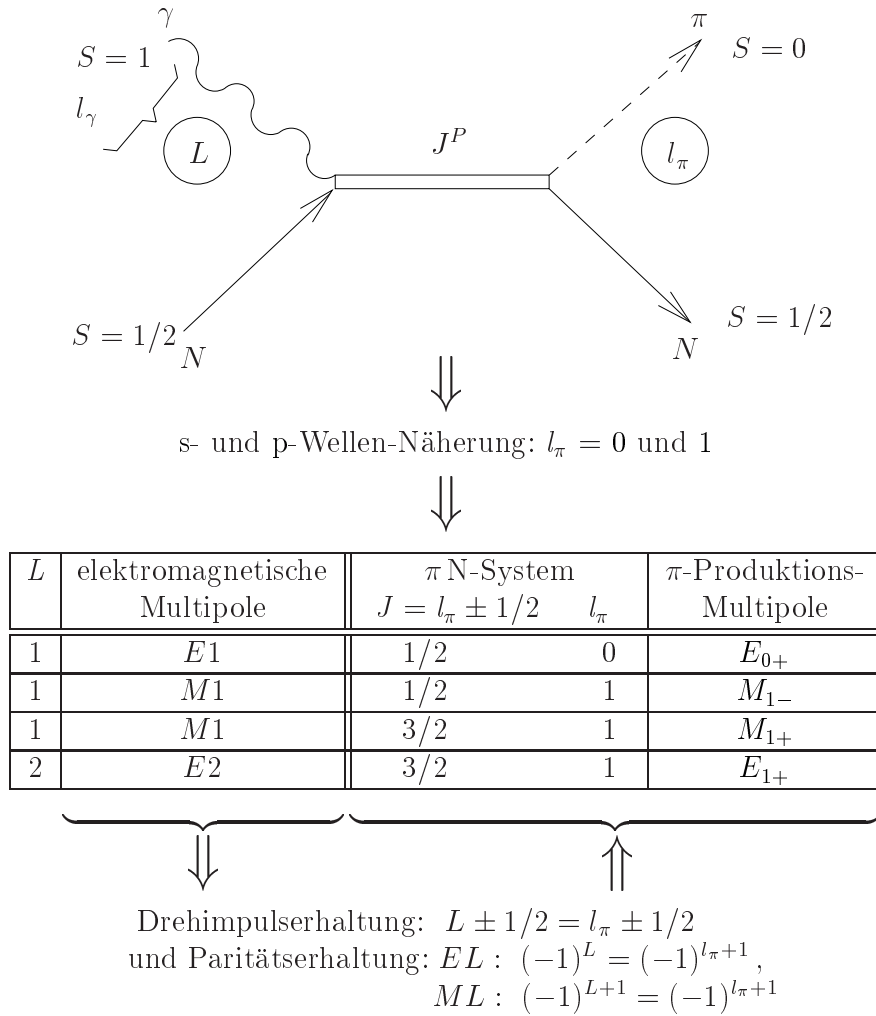


Abbildung 2.2: Drehimpulsbetrachtung der Pionphotoproduktion. Erläuterungen siehe Text.

In der letzten Spalte ist die Multipolnotation für den s-Wellen-Multipol E_{0+} und die drei p-Wellen E_{1+} , M_{1+} und M_{1-} angegeben. Sie parametrisieren die Struktur des Nukleons, wenn es mit niederenergetischen Photonen untersucht wird. Die explizite Darstellung der F_j in der s- und p-Wellen-Näherung lautet ($x = \cos(\theta_\pi)$):

$$\begin{aligned}
F_1 &= \sum_{l=0}^{\infty} [l M_{l+} + E_{l+}] P'_{l+1}(x) + \sum_{l=2}^{\infty} [(l+1) M_{l-} + E_{l-}] P'_{l-1}(x) \\
l = 0 : &= E_{0+} \\
l = 1 : &+ (M_{1+} + E_{1+}) 3x \\
F_2 &= \sum_{l=1}^{\infty} [(l+1) M_{l+} + l M_{l-}] P'_l(x) \\
l = 1 : &= 2 M_{1+} + M_{1-} \\
F_3 &= \sum_{l=1}^{\infty} [E_{l+} - M_{l+}] P''_{l+1}(x) + \sum_{l=3}^{\infty} [E_{l-} + M_{l-}] P''_{l-1}(x) \\
l = 1 : &= 3(E_{1+} - M_{1+}) \\
F_4 &= \sum_{l=2}^{\infty} [M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-}] P''_l(x) \\
&= 0 .
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Setzt man diese Ergebnisse für die Funktionen F_j in Gleichung 2.9 ein, so ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt mit Hilfe der Beziehungen

$$\begin{aligned}
A &= |E_{0+}|^2 + \frac{1}{2} |2M_{1+} + M_{1-}|^2 + \frac{1}{2} |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
B &= 2 \operatorname{Re}(E_{0+} (3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*) \\
C &= |3E_{1+} + M_{1+} + M_{1-}|^2 - \frac{1}{2} |2M_{1+} + M_{1-}|^2 - \frac{1}{2} |E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2
\end{aligned} \tag{2.11}$$

in sehr einfacher Form zu ($\theta_\pi = \theta$)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{q}{k} (A + B \cos(\theta) + C \cos^2(\theta)) . \tag{2.12}$$

Der totale Wirkungsquerschnitt läßt sich durch Integration von Gleichung 2.12 über den vollen Raumwinkel Ω ermitteln und über die Koeffizienten A und C ausdrücken:

$$\sigma = 4\pi \frac{q}{k} \left(A + \frac{1}{3} C \right) . \tag{2.13}$$

Durch eine Anpassung gemäß Gleichung 2.12 an experimentell ermittelte differentielle Wirkungsquerschnitte können die drei Winkelverteilungskoeffizienten A , B und C bestimmt werden. Diesen drei Koeffizienten stehen jedoch vier zu bestimmende Multipolamplituden, E_{0+} , E_{1+} , M_{1+} und M_{1-} , gegenüber. Aufgrund des zu geringen

Informationsgehalts der totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte können nur Kombinationen der Multipole bestimmt werden. Da ein besonderes Interesse an der Messung der E_{0+} -Amplitude besteht, werden die drei p-Wellen-Amplituden in zwei Kombinationen, P_1 und P_{23} , zusammengefaßt:

$$\begin{aligned} P_1 &= 3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-} \\ P_{23}^2 &= \frac{1}{2}(P_2^2 + P_3^2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

mit

$$\begin{aligned} P_2 &= 3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-} \\ P_3 &= 2M_{1+} + M_{1-} . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Damit ergeben sich folgende Beziehungen für die Koeffizienten A , B und C :

$$\begin{aligned} A &= |E_{0+}|^2 + |P_{23}|^2 \\ B &= 2\text{Re}(E_{0+}P_1^*) \\ C &= |P_1|^2 - |P_{23}|^2 . \end{aligned} \quad (2.16)$$

Man sieht, daß eine Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts sowie die Bestimmung der Koeffizienten A , B und C eine Festlegung der Multipole E_{0+} und P_1 sowie der Multipolkombination P_{23} erlaubt. Die Ergebnisse der bisher im Schwellenbereich durchgeführten Messungen zur Pionphotoproduktion am Nukleon werden in Abschnitt 2.3.2 dargestellt.

2.2.2 Photonasymmetrie und Multipole

Um die p-Wellen P_2 und P_3 auch getrennt voneinander bestimmen zu können und damit das in der Einleitung bereits angeführte neue Niederenergiethorem der ChPT für P_2 (Abschnitt 2.3.3) testen zu können, ist es notwendig, zusätzlich zum differentiellen Wirkungsquerschnitt eine weitere Größe zu messen, die eine Funktion der Multipole ist. Die Photonasymmetrie für die neutrale Photopionproduktion ist proportional zur Differenz der Quadrate von P_3 und P_2 ($\sim P_3^2 - P_2^2$) und kann gemessen werden, indem man linear polarisierte Photonen für den Prozeß im Schwellenbereich verwendet. Dieser Zusammenhang soll im folgenden erläutert werden.

Bei linear polarisierten Photonen ist der differentielle Wirkungsquerschnitt eine Funktion des Polarwinkels θ und des Azimutalwinkels ϕ , dem Winkel zwischen dem Polarisationsvektor \vec{E} der Photonen und der von Proton und Pion aufgespannten Reaktionsebene (Abbildung 2.3). Der Wirkungsquerschnitt hat folgende Form:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \{1 - \Sigma(\theta) \cos 2\phi\} . \quad (2.17)$$

Er ist damit gleich dem unpolarisierten, differentiellen Wirkungsquerschnitt, der durch eine $\cos 2\phi$ -Modulation überlagert wird, deren Amplitude durch die Größe der Photonasymmetrie Σ gegeben ist. Die Photonasymmetrie ist definiert als