

Relatório da Tarefa 6: Compensadores de avanço e atraso de fase a partir da análise da resposta em frequência.

Aluno: Mairon Schneider Cardoso.

Data: 29/05/2021

Número de matrícula: 17102515.

1 Introdução

No âmbito de sistemas de controle, o uso da resposta em frequência de um sistema é uma importante ferramenta de análise de projeto, uma vez que, é necessário adequar o sistema, observando as margens de ganho e frequência, na tentativa de garantir um ganho e uma fase que compreenda o limite para que o sistema seja estável. Sabendo disso, o capítulo que compreende o avanço e atraso em frequência dos sistemas, abrange a prototipação de um compensador que tem como objetivo cumprir especificações pré-determinadas do projeto de modo a obter a melhor relação entre desempenho (características transientes) e esforço dos sistemas.

2 Metodologia

O estudo deste trabalho será fundamentado em ideias e pressupostos teóricos que apresentam significativa importância na definição e construção de sistemas de controle a partir da análise na resposta em frequência. Para obter os resultados e respostas acerca da empregabilidade de compensadores em sistemas de controle, foi idealizado no escopo deste trabalho, em primeiro lugar a descrição do compensador que será empregado no restante do trabalho assim como duas descrições de diferentes sistemas, de modo a propiciar a avaliação do impacto de um compensador em duas diferentes situações.

3 Resultados e Discussões

Para projetar corretamente um compensador, diferentemente da prototipação através do mapa de zeros e polos que utilizava-se do método dos lugares das raízes, é necessário garantir a correta frequência em que é imprescindível, em relação aos requisitos do projeto, atrasar ou adiantar a fase do sistema em malha aberta, o que impacta diretamente nas características transientes da resposta do sistema. Sabendo disso, em primeiro momento, será projetado um compensador de avanço (*lead*), que deverá garantir um avanço na fase do sistema em malha aberta, que cumpra a condição da largura de barramento (*bandwidth*) ser maior que 10 radianos por segundo. A escolha pela concepção do compensador *lead* se dá justamente pelas características da planta e requisitos do projeto, através das características da planta, o compensador *lead* mostra-se uma boa opção uma vez que é garantido uma melhor resposta em termos das características transientes quando comparamos com o compensador de atraso (*lag*), além disso, observar o comportamento da planta e controlador através do diagrama de bode, nos evidencia a possibilidade de garantir um menor defasagem do sinal (ϕ_{max}) que desejamos adicionar, visto que, a equação de transferência do controlador com a planta, tem como característica um ganho igual a -20dB perto das margens de ganho (como visto no relatório anterior).

A correta prototipação do compensador de avanço de fase $G_c(s)$ é feita através da equação 1, que por sua vez, servirá para extrair as relações matemáticas que serão úteis para descrever o comportamento que é requisitado na concepção do compensador para cumprimento das especificações (os cálculos dos valores de ϕ_{max} , ω , α_2 e τ estão presentes no arquivo **Cálculo.pdf**).

$$G_c(s) = \frac{\alpha_2 \tau s + 1}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Portanto, aproveitando-se das relações estabelecidas através da equação do compensador, é possível descrever algumas características do diagrama de Bode do compensador $G_c(s)$. O parâmetro que descreve a frequência na qual o zero e o polo irá acontecer, será obtida através da equação 2a e 2b, isto é, com os parâmetros α_2 e τ em mãos e, sabendo que em um compensador *lead* o zero acontece antes do polo, teremos que a frequência do zero será $\frac{1}{\alpha_2 \cdot \tau}$, já a frequência de ocorrência do polo estará localizado em $\frac{1}{\tau}$.

$$\alpha_2 = \frac{\sin(\phi) + 1}{1 - \sin(\phi)} \quad (2a)$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_n \sqrt{\alpha_2}} \quad (2b)$$

O compensador adicionado ao sistema tem as frequências de ocorrência do polo e zero representado através da figura 1, além disso, para que a condição *bandwidth* > 10rad/s seja satisfeita, precisamos que na frequência de 10,1rad/s ocorra o maior avanço de fase do sinal para garantir para que o ponto referente a 0dB do gráfico de magnitude, esteja localizado na condição proposta, é possível ver o comportamento do compensador através da figura 2. Portanto, a equação 3 descreve o comportamento do compensador.

$$G_c(s) = \frac{0.1651s + 1}{0.05937s + 1} \quad (3)$$

3.1 Certificando o impacto da concepção de um sistema com compensador em contrapor com um sistema sem compensador

Antes de efetivamente entrarmos nos termos de impacto do compensador, precisamos primeiramente adicionar a planta um controlador proporcional integral, justamente para garantir a característica de estabilidade do sistema e também obter um erro de regime permanente igual a zero quando aplicado uma entrada do tipo degrau unitário. O ganho da parte proporcional do controlador não é uma característica determinante no projeto, então foi admitido um ganho que saia da região de marginalidade (equação 4) com um k, em primeiro momento, igual a -0.5.

$$C(s) = -0,5 \cdot \left(\frac{1}{s} + 1 \right) \quad (4)$$

Nessa parte do relatório, estamos preocupados em analisar o impacto de implementação do compensador para atingir a especificação requisitada. O diagrama de Bode do sistema em malha aberta com o controlador projetado em contraste com a função de transferência que leva em consideração tanto o compensador $G_c(s)$ quanto o controlador $C(s)$, pode ser observado através da figura 3. O diagrama de Bode nos apresenta alguns dados relevantes quanto ao impacto do compensador no sistema, a figura 4 nos mostra que, o *bandwidth* do sistema que leva só em consideração a planta e o controlador $C(s)H(s)$ é igual a 6,67rad/s. Já quando adicionamos o compensador $G_c(s)$, obtemos um *bandwidth* igual a 10,1rad/s, cumprindo a especificação do projeto.

Não obstante, o emprego do compensador $G_c(s)$ do tipo *lead*, também acrescenta vantagens quanto as características de esforço de controle do sistema, a figura 5 exibe a considerável diminuição do esforço para controle do sistema que é composto também pelo compensador $G_c(s)$ em contraste com o que não utiliza o compensador (figura 6). E por consequência disso, sua característica de rejeição também fica consideravelmente melhor com o comparador (figura 7).

Acrescentando-se que, ao modificar o sistema adicionando o compensador tipo *lead*, acabamos por obter uma melhor resposta ao degrau, na figura 8 é visível a vantagem que um compensador *lead* acrescenta nas características de resposta do sistema, isso dá justamente pelo aumento do ganho no sistema para altas frequências e também no avanço da fase (figura 9).

3.2 Certificando o impacto da concepção de um sistema com compensador em contrapor com um sistema sem compensador e maior ganho proporcional adicionado ao controlador PI.

Como notamos anteriormente, o emprego de um compensador acrescenta uma série de vantagens, justamente pelo aumento do ganho em altas frequências, entretanto, sabemos que é possível aumentar o ganho do sistema alterando o parâmetro k do controlador. Aumentar o ganho proporcional do sistema impacta no aumento do ganho em todas as frequências do sistema, diferentemente do compensador *lead*, que aumenta o ganho em uma determinada frequência.

Sabendo disso, foi projetado um controlador com um ganho proporcional maior (equação 5) na tentativa de obter a mesma *bandwidth* do sistema com compensador projetado no tópico anterior, tal controlador servirá para demonstrar as vantagens do emprego de um compensador quando comparado ao aumento de ganho do controlador.

$$C_1(s) = -0.83 \cdot \left(\frac{1}{s} + 1 \right) \quad (5)$$

Através do diagrama de Bode dos sistemas com compensador e sem compensador porém, com ganho proporcional maior (figura 10), é possível notar que ambos os sistemas possuem *bandwidth* superior a 10rad/s (figura 11), entretanto, como comentado anteriormente, o ganho elevado no controlador aumentou também o ganho de baixas frequências, diferentemente do sistema com compensador, que aumenta somente a partir da ocorrência do zero do compensador.

Relacionando o esforço de controle de ambos os sistemas (figura 12) é possível ver que quando aumentamos o ganho do controlador, acabamos por obter uma curva que se assemelha a do sistema com compensador (figura 13), entretanto, a curva de esforço do sistema com compensador ainda é uma melhor opção, quando se trata de esforço de controle. Além disso, as rejeições dos sistemas (figura 14), como esperado, são melhores quando tratamos do sistema com o compensador.

A análise das respostas ao degrau dos sistemas (figura 15) exibe um resultado esperado, onde, apesar de bastante semelhantes, as características transientes do sistema com compensador levam uma leve vantagem quando se trata do sobre-passo do sistema (figura 16), assim como o tempo de acomodação (com tolerância de 2%), entretanto, o sistema com controlador garante um tempo de subida mais rápido. É importante notar que aqui estamos falando exclusivamente da resposta ao degrau do sistema, já quando aplicamos uma entrada igual a $1/s^2$, acabamos por obter um erro maior dependendo do compensador (figura 17).

4 Conclusões

Portanto, através dos experimentos propostos a cerca do emprego de compensadores de avanço e atraso de fase, conseguimos perceber que a função do compensador por avanço de fase e mudar a curva de resposta em frequência para obter um ângulo de avanço de fase suficiente para compensar o excessivo atraso de fase do sistema. Também é possível distinguir as vantagens de um sistema que possui um compensador *lead* e por que utilizar um compensador ao invés somente aumentar o ganho do controlador.

A planta objeto de estudo do relatório não possibilita ver algumas das desvantagens do controlador *lead* no sistema, uma delas seria, ao aumentar o *bandwidth* mais suscetível a ruídos o sistema se tornaria, além disso, a limitação do ângulo de avanço do *lead*, faz com que seja necessário adicionar em cascata mais compensadores, o que prejudica o sistema em custo e conseqüentemente, como vimos anteriormente, maior seria o esforço. Portanto, é necessário conseguir adequar a posição do polo e do zero no compensador para garantir um ângulo ϕ adequado (com esforço em um nível aceitável para projeto) e garantir o restante do ganho através da modificação do parâmetro proporcional do controlador (quando se tem um controlador PI, PID ou P).

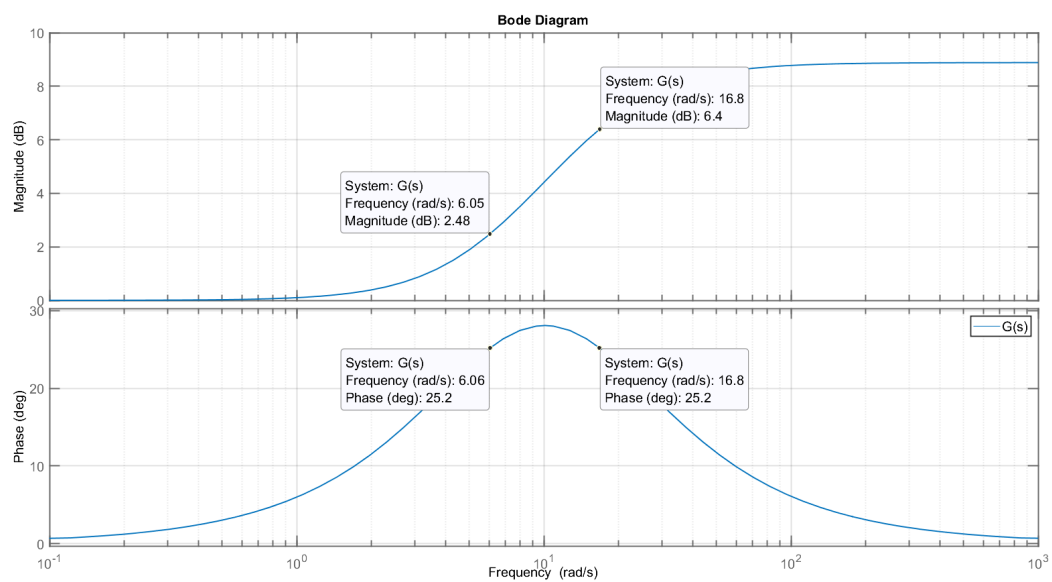


Figura 1: Frequências do compensador $G(s)$.

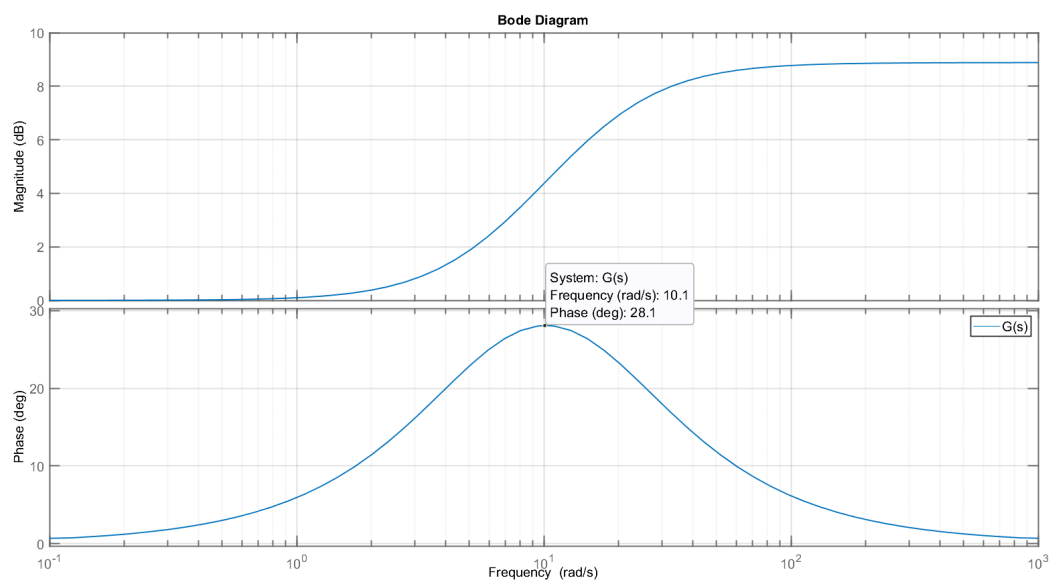


Figura 2: Ganho na frequência ω no compensador $G(s)$.

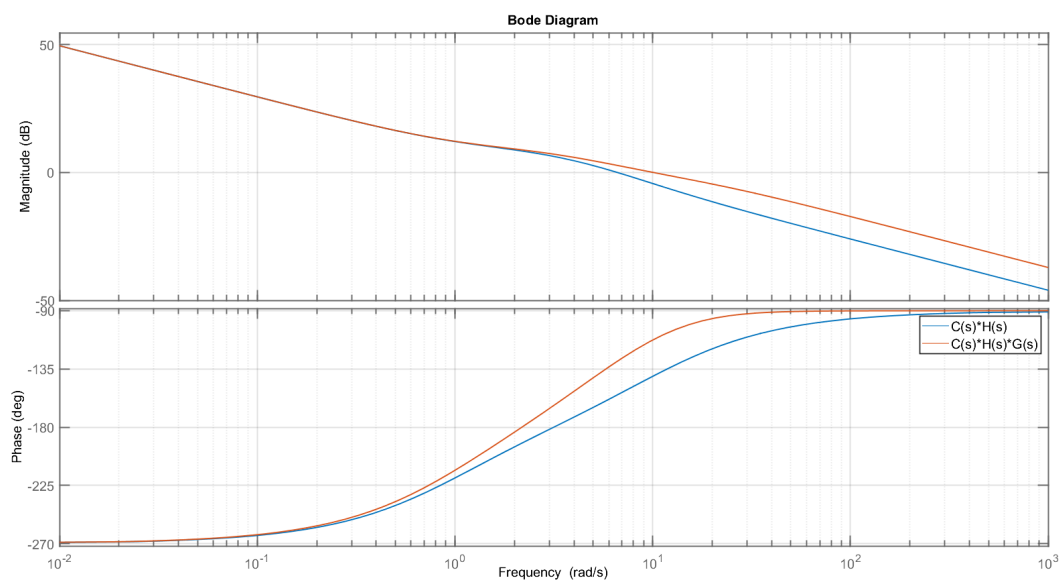


Figura 3: Diagrama de Bode do sistema em malha aberta.

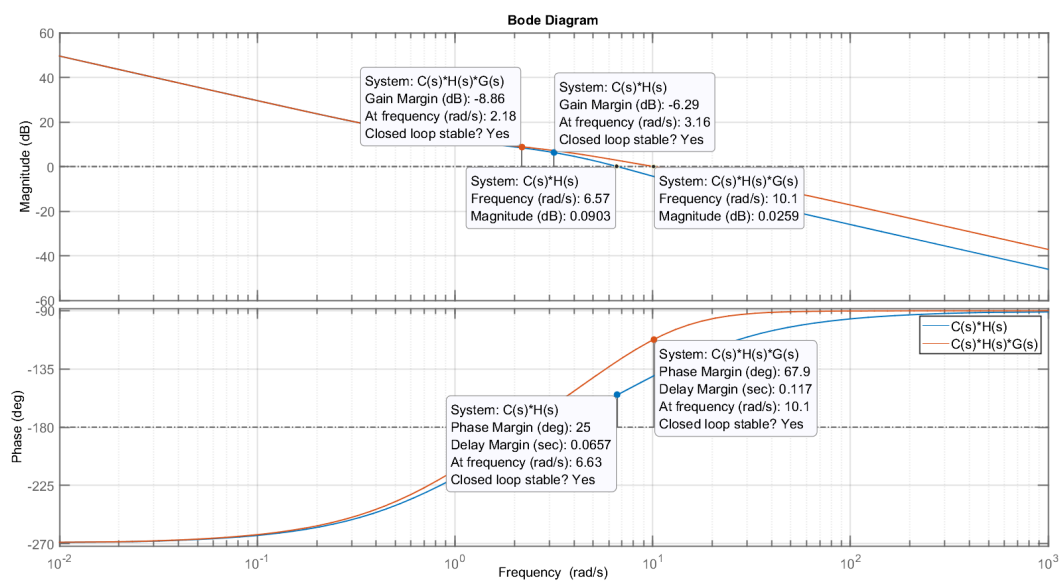


Figura 4: Informações sobre a margem de fase e ganho dos sistemas em malha aberta.

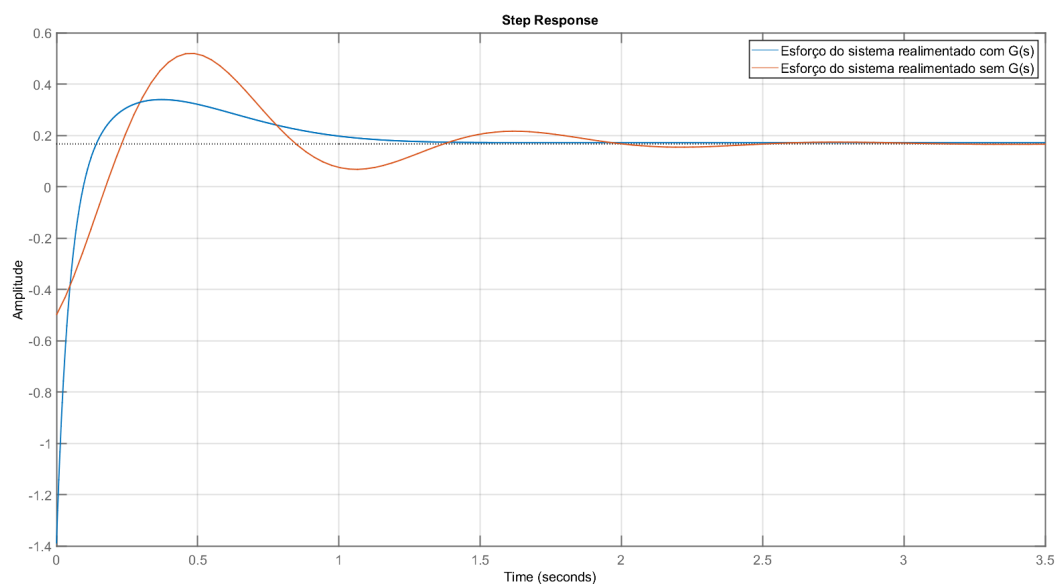


Figura 5: Esforço dos sistemas com e sem compensador $G(s)$.

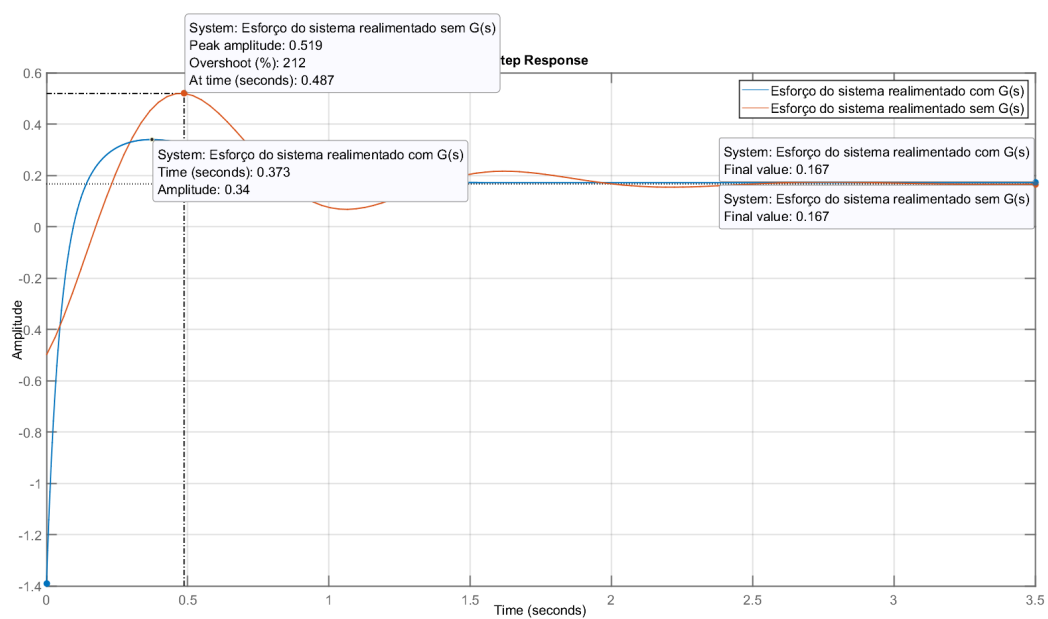


Figura 6: Características dinâmicas do esforço dos sistemas com e sem compensador $G(s)$.

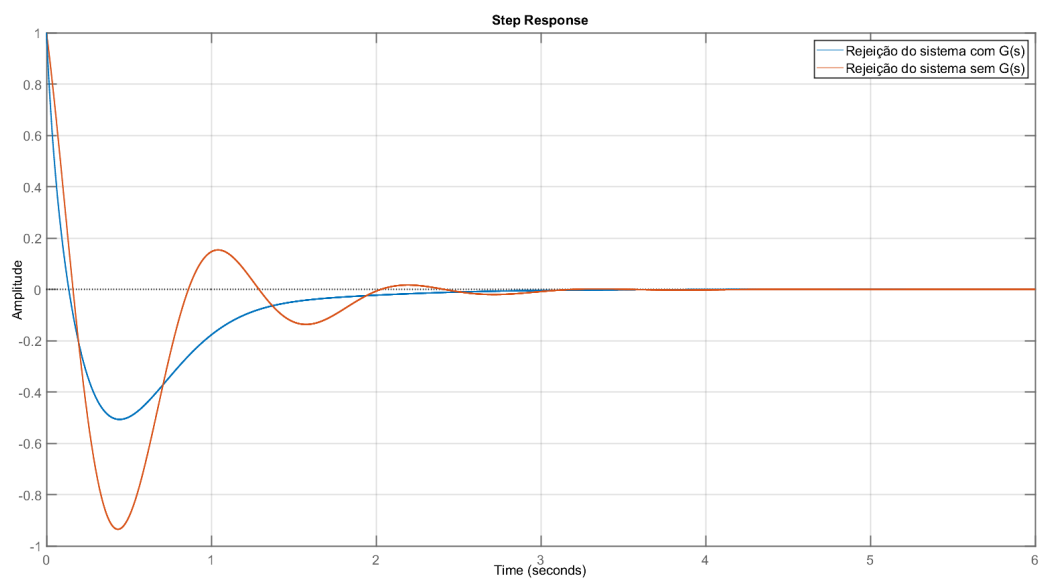


Figura 7: Rejeição de ambos os sistemas com e sem compensador $G(s)$.

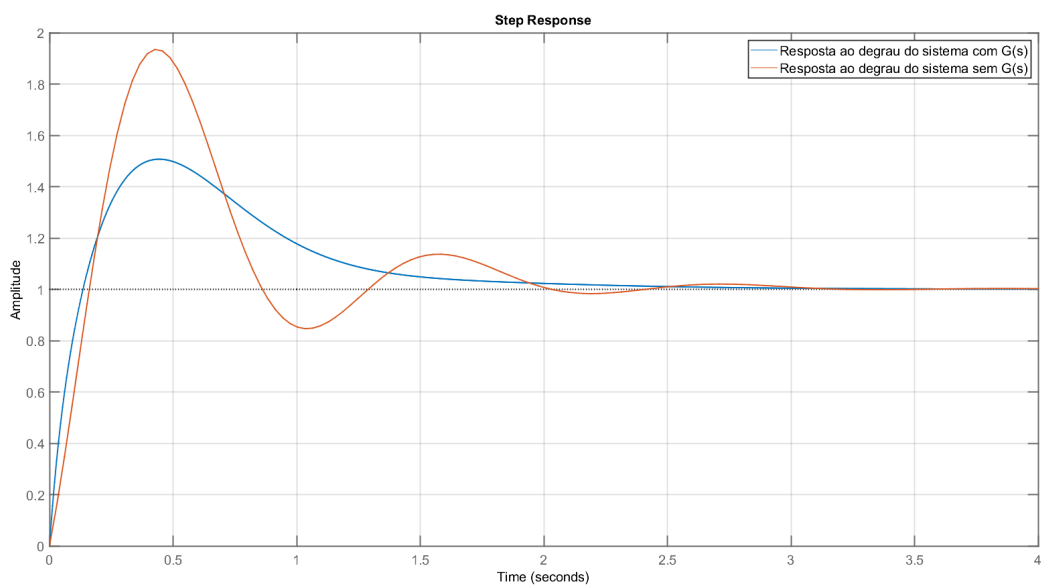


Figura 8: Resposta ao degrau dos sistemas com e sem compensador $G(s)$.

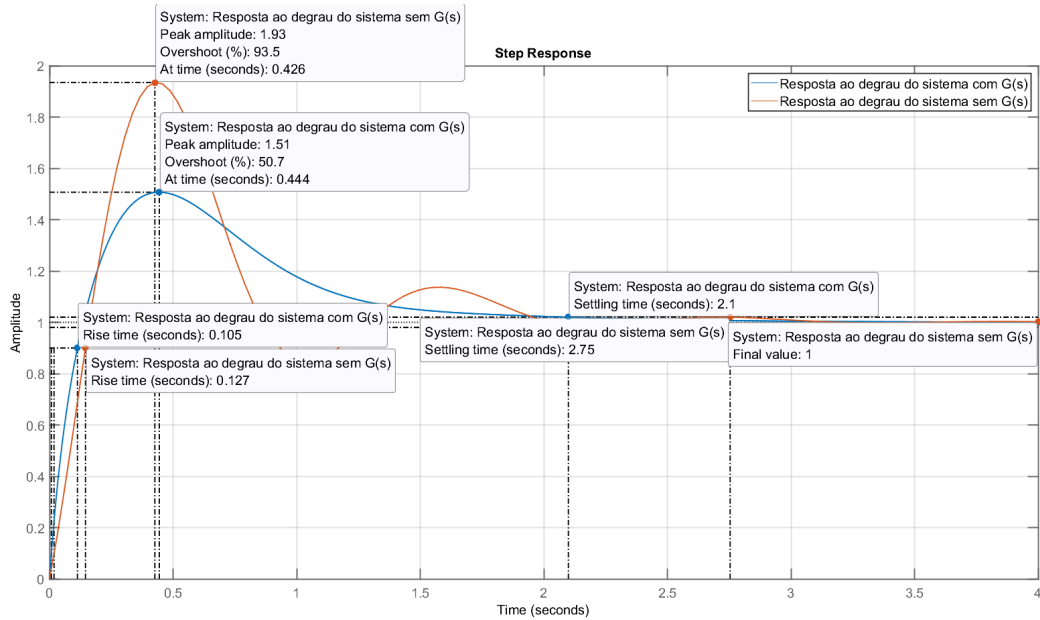


Figura 9: Características dinâmicas da resposta ao degrau dos sistemas com e sem compensador $G(s)$.

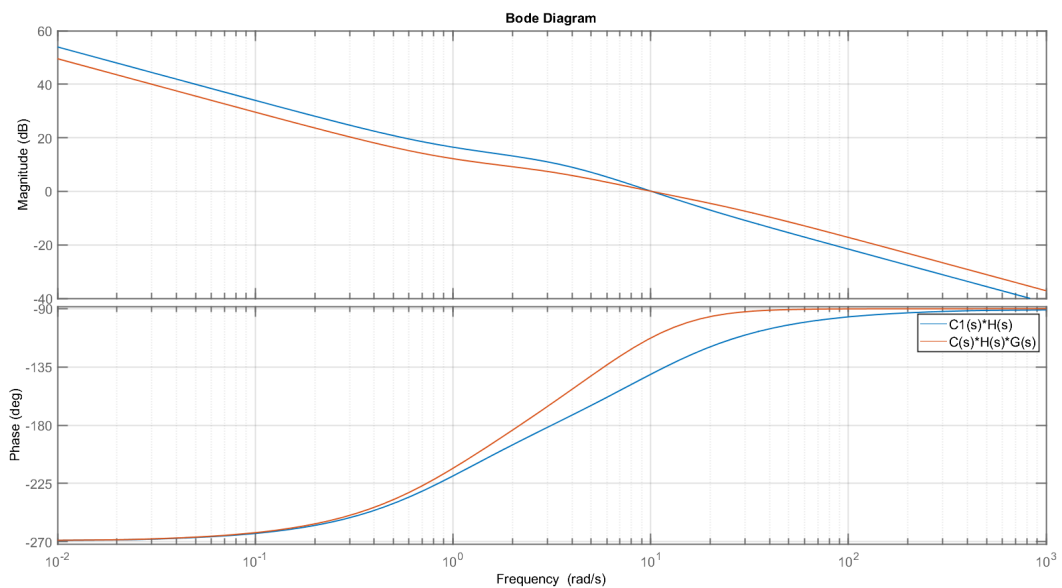


Figura 10: Diagrama de Bode de um sistema com compensador $G(s)$ e outro sistema com um controlador com um maior ganho proporcional (k).

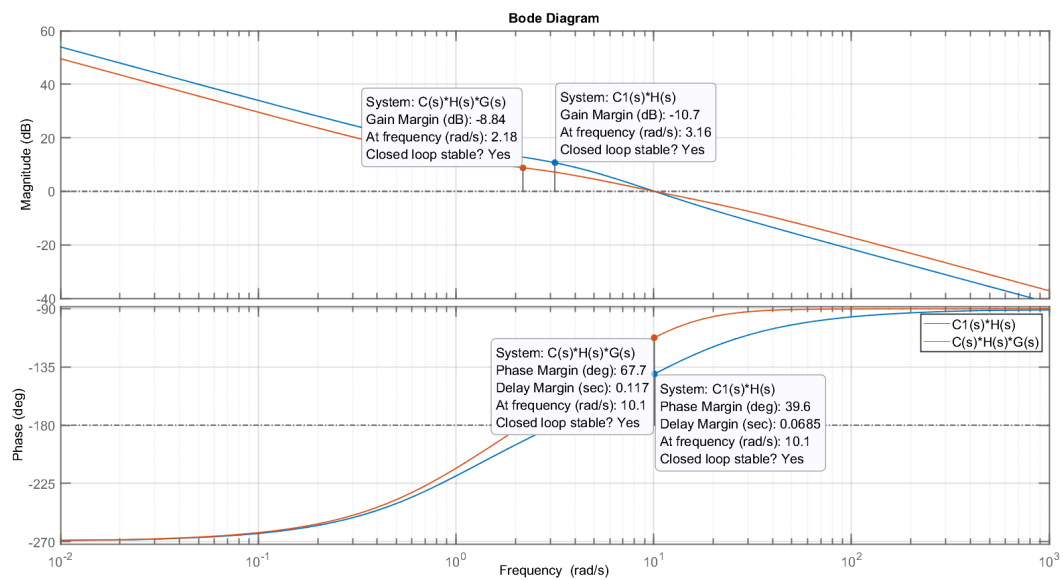


Figura 11: Informações sobre a margem de fase e ganho dos sistemas em malha aberta.

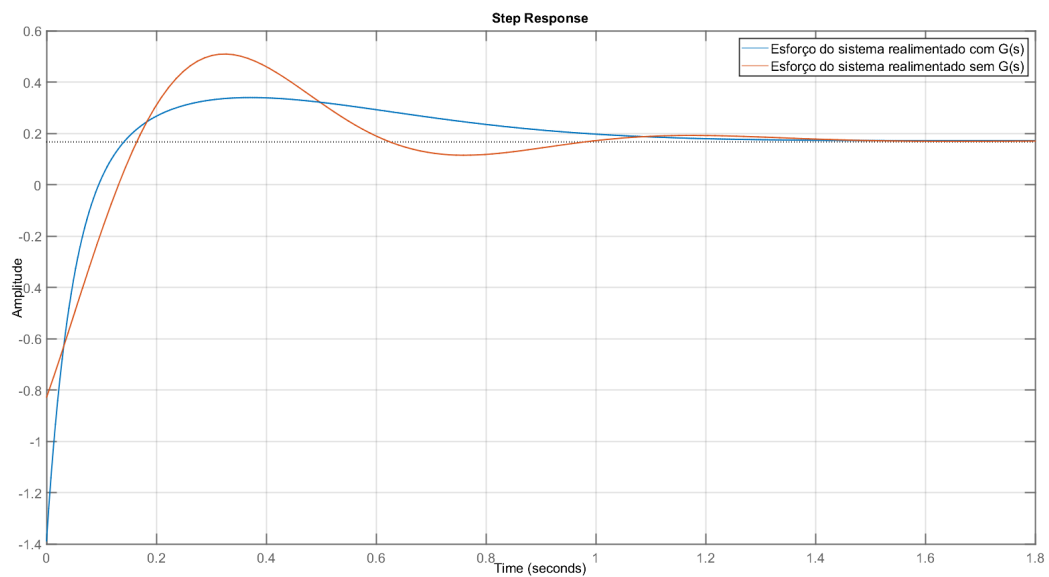


Figura 12: Esforço de ambos os sistemas um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional.

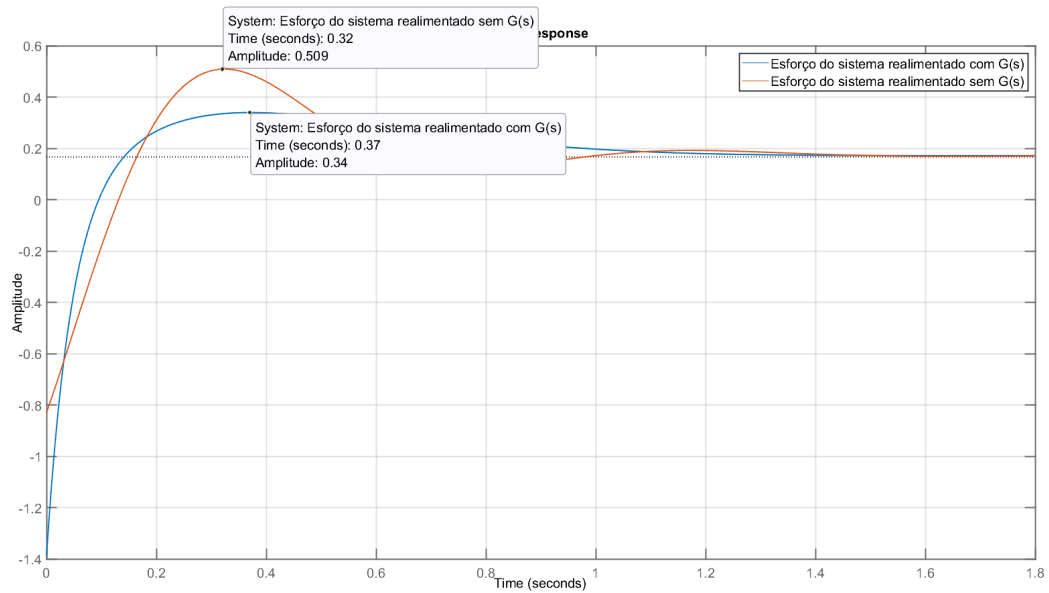


Figura 13: Características dinâmicas de ambos sistemas um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional.

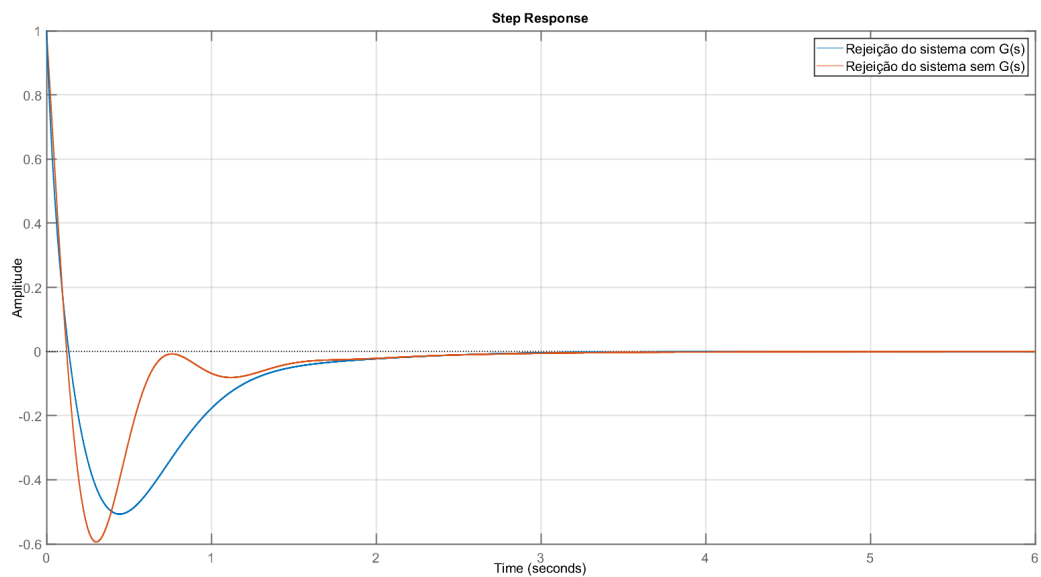


Figura 14: Rejeição de ambos os sistemas um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional.

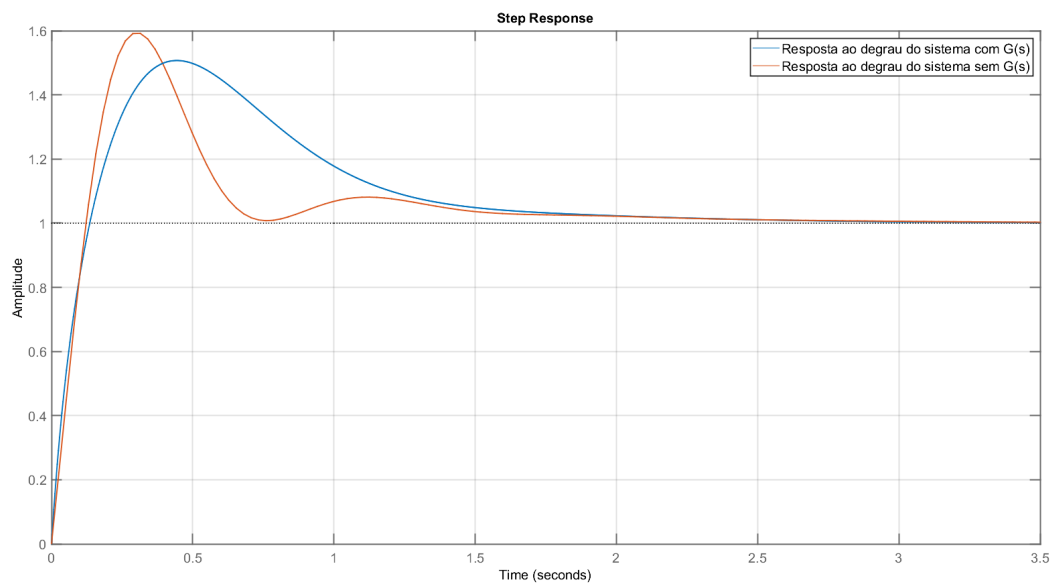


Figura 15: Resposta ao degrau de ambos sistemas um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional.

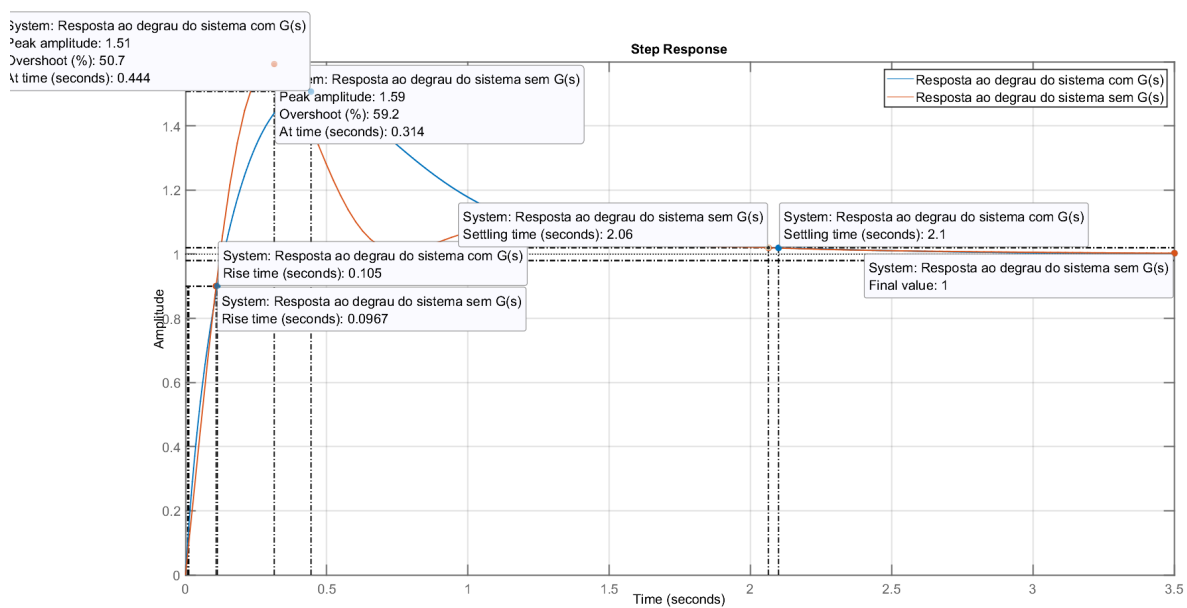


Figura 16: Características dinâmicas da resposta ao degrau de ambos sistemas um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional.

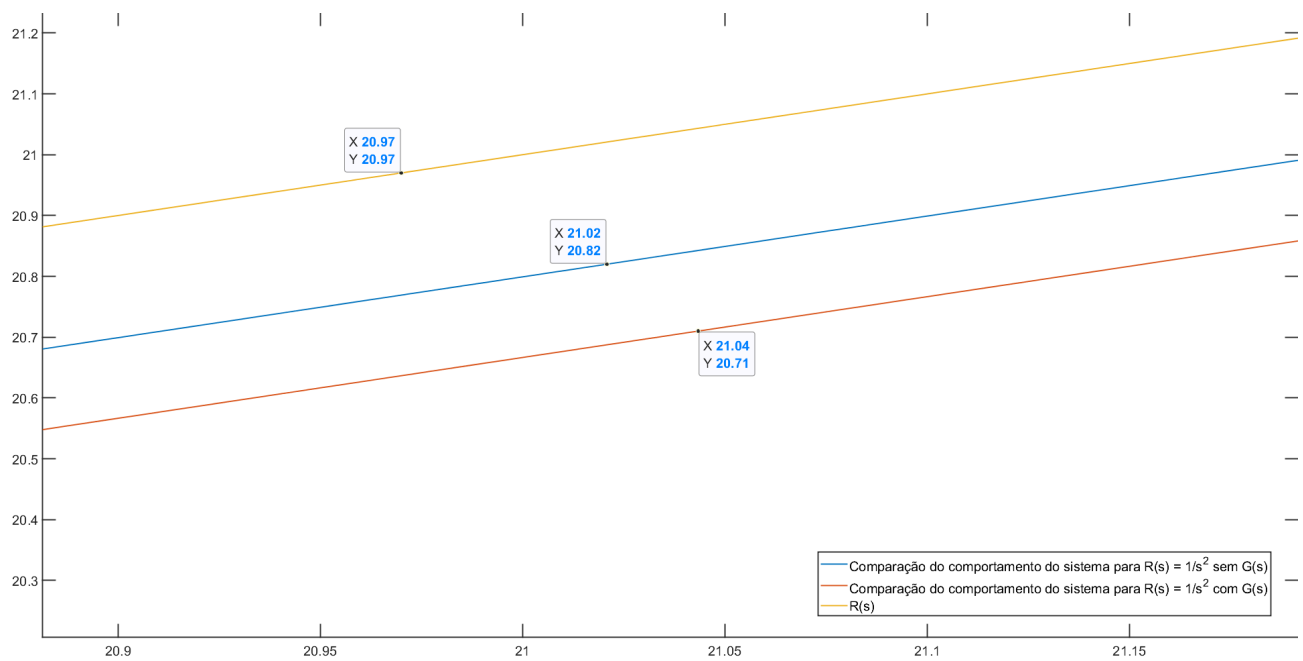


Figura 17: Resposta quando na entrada é aplicada uma rampa em ambos sistemas, um deles com compensador $G(s)$ e outro com um maior ganho proporcional..