

Relatório da Tarefa 4: Projeto de sistemas de controle utilizando o Lugar das Raízes.

Aluno: Mairon Schneider Cardoso.

Data: 07/05/2021

Número de matrícula: 17102515.

1 Introdução

No âmbito de sistemas de controle, a concepção do controlador levando em consideração o método do lugar das raízes, possibilita observar o comportamento dos polos e zeros do sistema realimentado em função da variação do ganho proporcional (k), além disso, o método permite com que determinemos polos dominantes adicionando um compensador ao bloco de controle, para que possamos garantir a rápida resposta transiente do sistema realimentado e, portanto, garantir uma melhor resposta ao degrau do sistema e consequentemente um menor consumo de potência.

2 Resultados e Discussões

A concepção do projeto quando levamos em consideração o polo dominante determinado na especificações ($1 \pm 20j$), nos exige a necessidade de garantir que a condição da equação 1 seja cumprida, isto é, para definirmos um novo polo dominante, precisamos que a soma de todos os ângulos dos polos menos as dos zeros presentes no sistema sejam iguais a 180° . Com o auxílio da trigonometria, é possível determinar o ângulo entre um determinado polo ou zero em relação ao polo dominante utilizando-se das relações de cálculo das dimensões de um triângulo retângulo, ou seja, para calcularmos individualmente o ângulo de um polo ou zero até o determinante, é necessário somente determinar quais serão os catetos opostos e adjacentes e aplicar a função inversa da tangente (todos os cálculos dos ângulos, estão descritos de maneira gráfica no arquivo **Calculo.pdf**).

$$\sum \theta_p - \sum \theta_z = 180^\circ \quad (1)$$

Obtendo individualmente os ângulos de cada polo e zero da planta, com controlador integrador, até o polo dominante, é possível verificar a veracidade em relação a equação vista anteriormente, então para isso, os valores angulares são aplicados na equação 2. Através do intervalo obtido, conseguimos observar que, o zero do compensador deve respeitar o limite inferior ($32,5869^\circ$), isto é, ao passar deste valor, a representação do lugar das raízes do sistema realimentado não passará pelo valor do polo dominante, quando este mesmo polo procurar o zero, invalidando a especificação requisitada.

$$\begin{aligned} \theta_p + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - (\theta_4 + \theta_z) &= 180^\circ \\ \theta_p - \theta_z &= 180^\circ - 212,5869^\circ \\ \theta_p - \theta_z &= -32,5869^\circ \\ \theta_z &> 32,5869^\circ \end{aligned} \quad (2)$$

Sabendo o limite inferior, estipulamos um valor de polo e zero para o compensador Lead, na tentativa de encontrar uma resposta mais rápida nas suas características transientes, então, inicialmente, nosso compensador e a planta, possuem a função de transferência representada pela equação 3 e, através da função *rlocus* recebendo como parâmetros a equação da planta, e do controlador (isso engloba tanto o integrador quanto o compensador), conseguimos dimensionar o ganho do bloco proporcional (k) analisando o exato valor contido no valor do polo dominante (figura 1).

$$C(s) = \frac{s + 30}{s + 572,2} \quad (3)$$

$$G(s) = 10 \frac{(s + 10)}{(s + 4.0825)(s - 4.0825)}$$

Empregando esse bloco de ganho proporcional no sistema realimentado, o que devemos obter através do método do lugar das raízes é um comportamento que começa a partir do polo especificado na tarefa, conseguimos observar a representação desse comportamento através da figura 2. A resposta ao degrau do sistema $T(s)$, quando é utilizado um zero igual a -30 e um polo igual a -572,2, pode ser visto através da figura 3, através dela, conseguimos destacar alguns pontos em relação ao seu comportamento, um deles é justamente o erro de regime permanente igual a 0, o que é desejável, uma vez que o consumo de potência é um dos fatores críticos na hora de construir um controlador, além disso, suas características transientes respondem de forma a respeitar os limites do método do lugar das raízes.

Na tentativa de comparar características transientes, empregamos outro extremo do limite obtido através do método do lugar das raízes, isto é, foi aplicado no sistema um zero de valor igual a -5 e um polo, de valor igual a -20,24. O que observamos quando aplicamos o ganho adequado para fazer com que o polo comece a partir do valor determinado é que, as características transientes do sistema ficaram mais lerdas (figura 4), o que faz sentido, uma vez que, ao observar a aula que aborda o método do lugar das raízes, queremos garantir que os polos do sistema projetado, estejam na intersecção das três regiões para assegurar a uma menor taxa de amortecimento e também de tempo de acomodação.

Uma das nuances que percebemos quando visualizamos o diagrama de polos e zeros (figura 5), é justamente o nosso limite superior, ou seja, até onde podemos deslocar os polos e zeros do compensador é diretamente ligado ao polo contido na coordenada zero do gráfico, isso significa que, ao mover qualquer zero a direita desse polo localizado em zero, acabamos por casar o polo com esse zero (figura 6), o que significaria uma região não estável, portanto, descobrimos o nosso limite para mover o zero do compensador. Uma outra característica interessante que o diagrama de polos e zeros do sistema nos exibe é que, quando adicionarmos um zero no exato ponto que está localizado o polo, na origem, e avaliamos sua resposta ao degrau (figura 7), percebemos que, o zero irá cancelar o polo na origem, o que causará no nosso sistema $T(s)$, um erro de regime permanente não mais igual a zero, e como vimos através do relatório que tratava de características transientes, um sistema com erro permanente diferente de zero, acaba consumindo uma potência maior que a desejável.

Então, como já sabemos, o valor mais adequado para localizar os polos e zeros do compensador é o mais a esquerda possível do gráfico, utilizaremos como concepção do projeto, o valor já obtido anteriormente (zero igual a -30 e um polo igual a -572,2) que na concepção do compensador, é o valor mais rápido nas características transientes do sistema $T(s)$. Seu esforço de controle é calculado através da adição um bloco somador no sistema $T(s)$, seu resultado pode ser observado através da figura 8 e suas medidas podem ser observadas na figura 9, o que podemos perceber observando o gráfico é que, apesar do erro de regime permanente ser igual a zero, o sistema gasta um pouco de potência para tentar manter esse erro igual a 0.

3 Conclusões

Portanto, através dos experimentos propostos a cerca da concepção de um sistema de controle utilizando o método do lugar das raízes, conseguimos perceber a sua viabilidade quanto a diversas necessidades de projetos, uma vez que, combinado com a concepção de compensadores, é possível aumentar a velocidade de resposta do sistema, melhorando tempos da característica transiente da resposta ao degrau do sistema, além disso, também é possível manipular o erro de regime permanente (com compensadores Lags) o que diminui o esforço de controle do sistema realimentado.

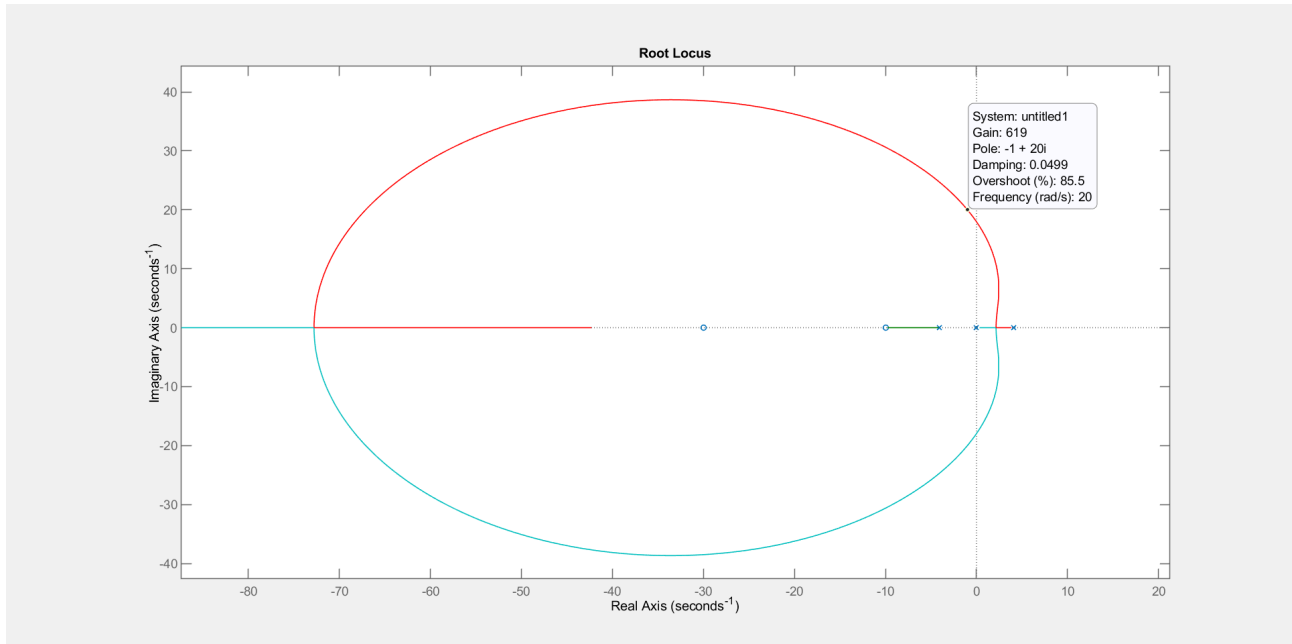


Figura 1: Valor do bloco K (ganho proporcional) do sistema realimentado que satisfaz as condições do polo dominante $-1 \pm 20i$ para um zero igual a -30.

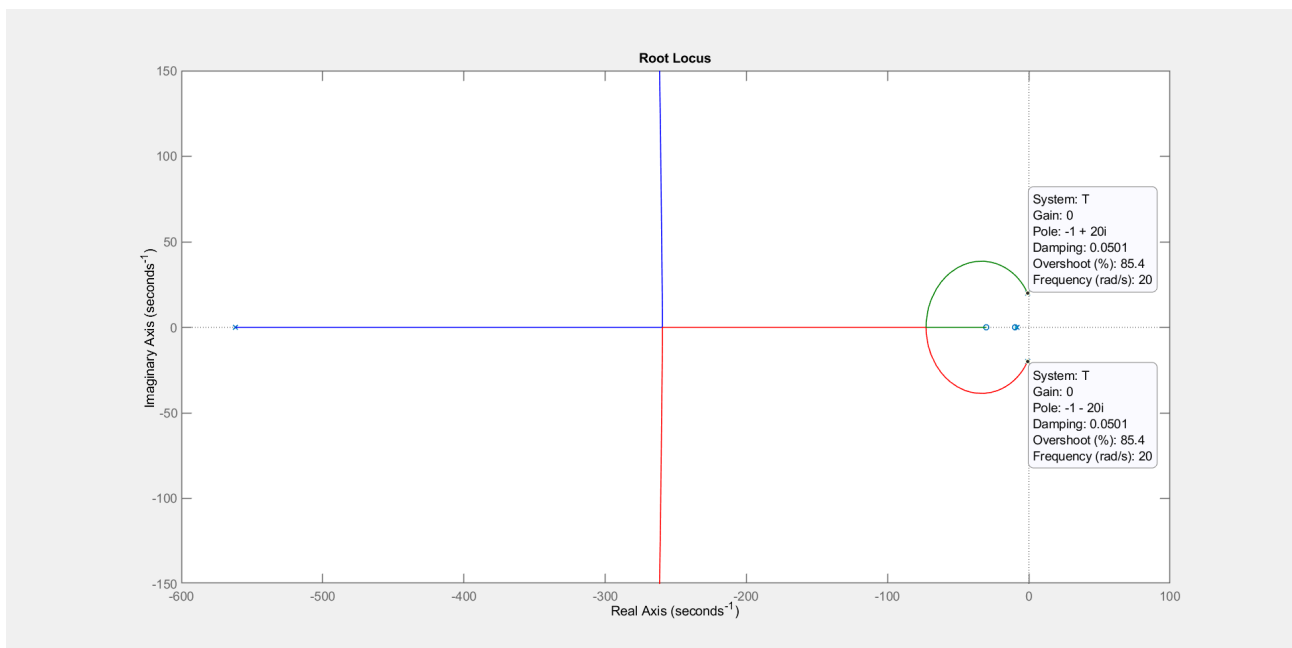


Figura 2: Gráfico que exhibe o comportamento do lugar das raízes do sistema $T(s)$.

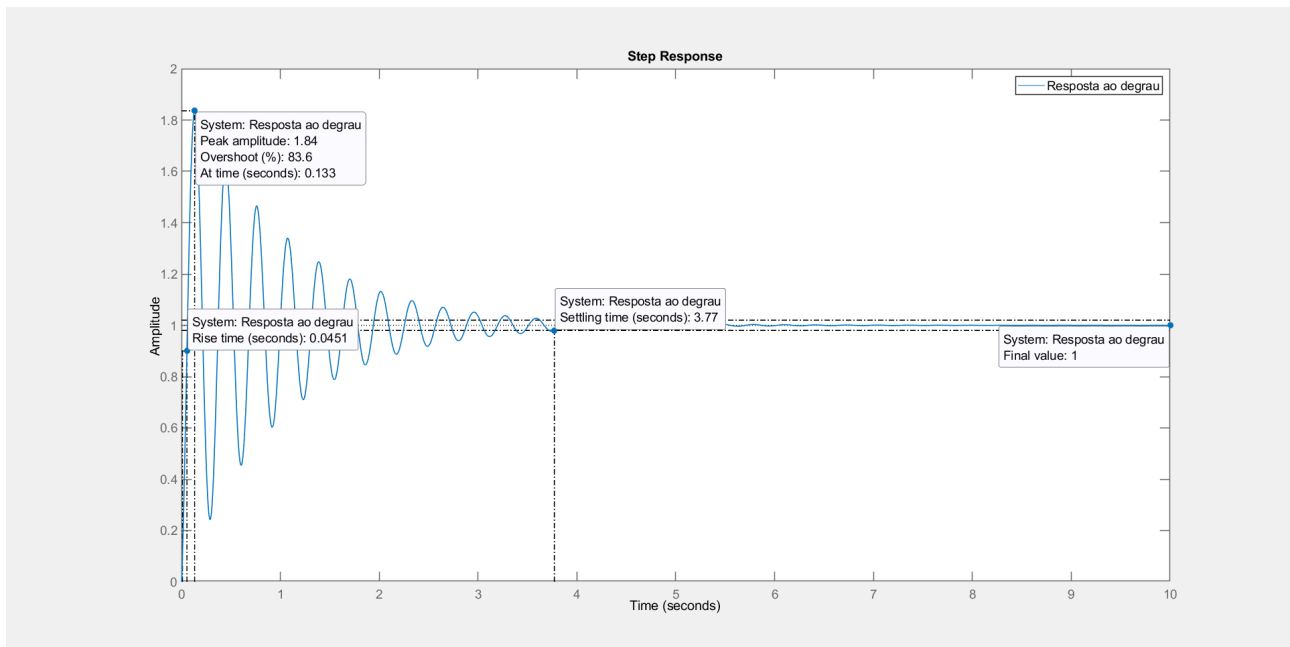


Figura 3: Características transientes da resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com zero igual a -30 e um polo igual a -572,2 com 2% de tolerância.

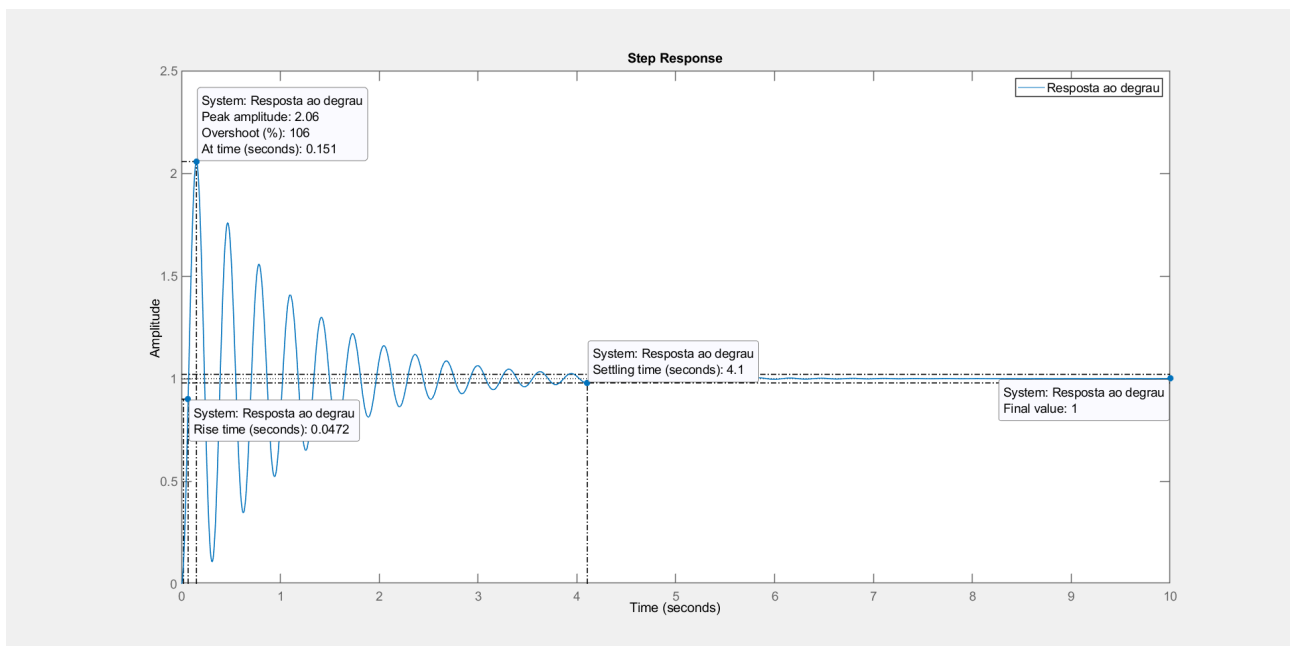


Figura 4: Características transientes da resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com zero igual a -5 e um polo igual a -20,24 com 2% de tolerância.

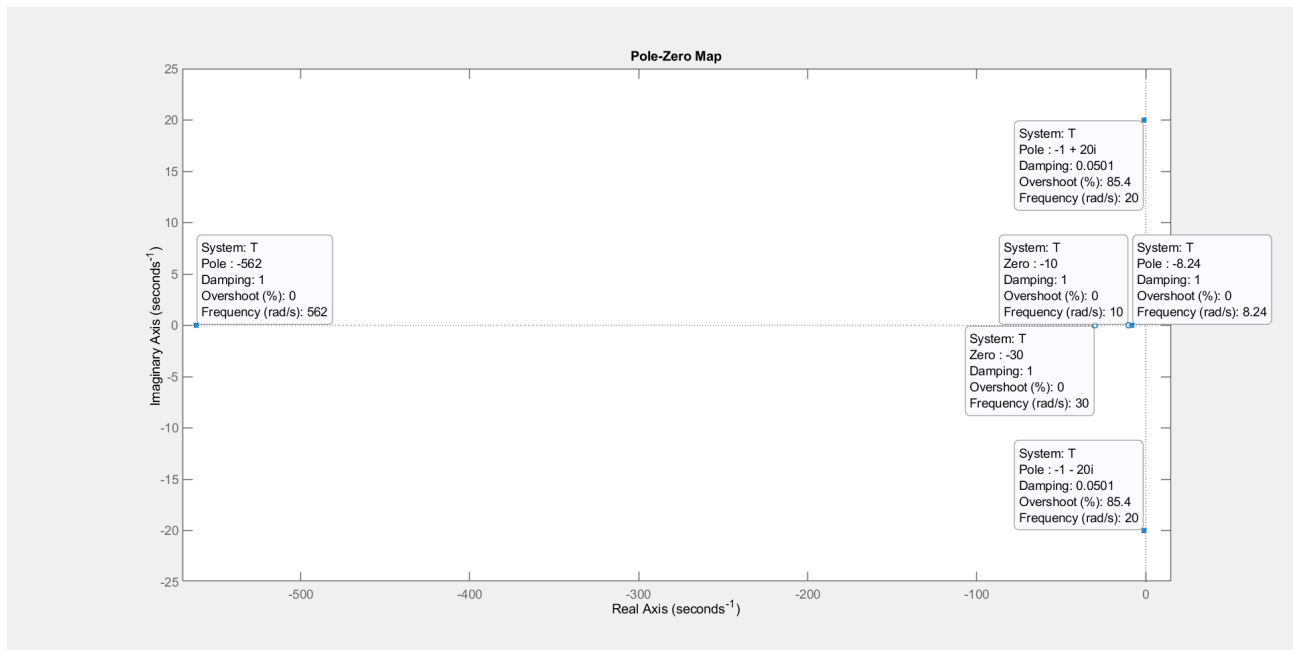


Figura 5: Diagrama de polos e zeros do sistema $T(s)$.

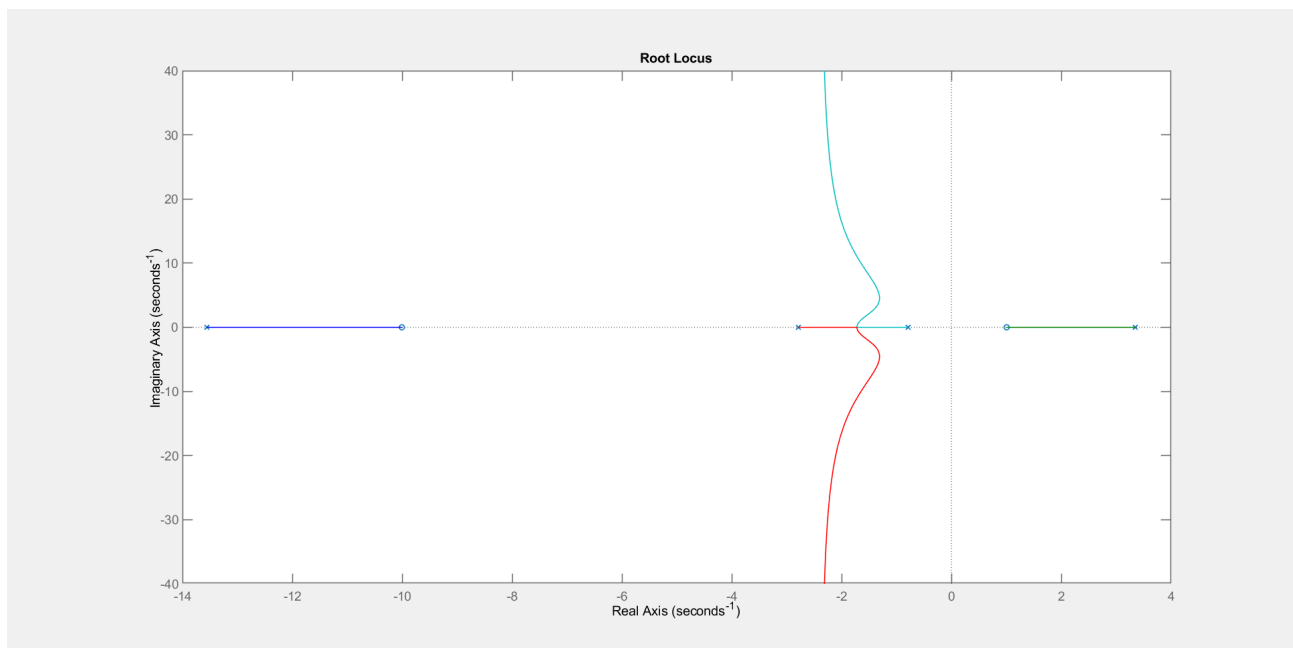


Figura 6: Lugar das raízes quando escolhemos um zero igual a 1.

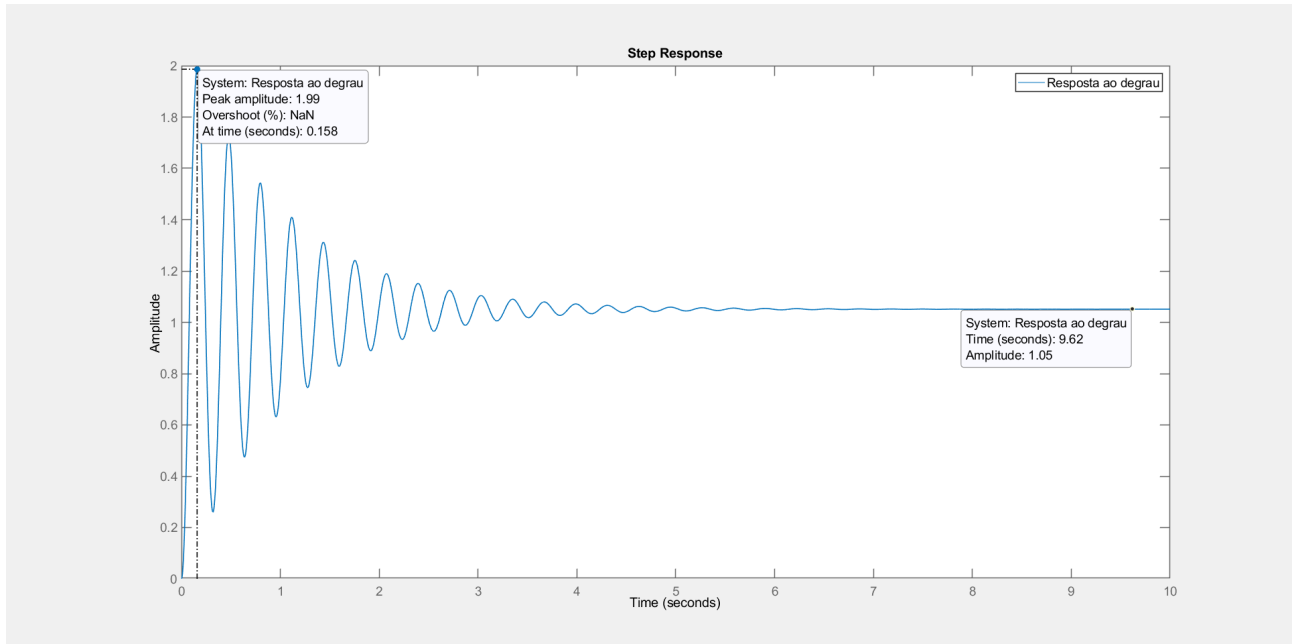


Figura 7: Características transientes da resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com zero igual a 0 (limite superior) com 2% de tolerância.

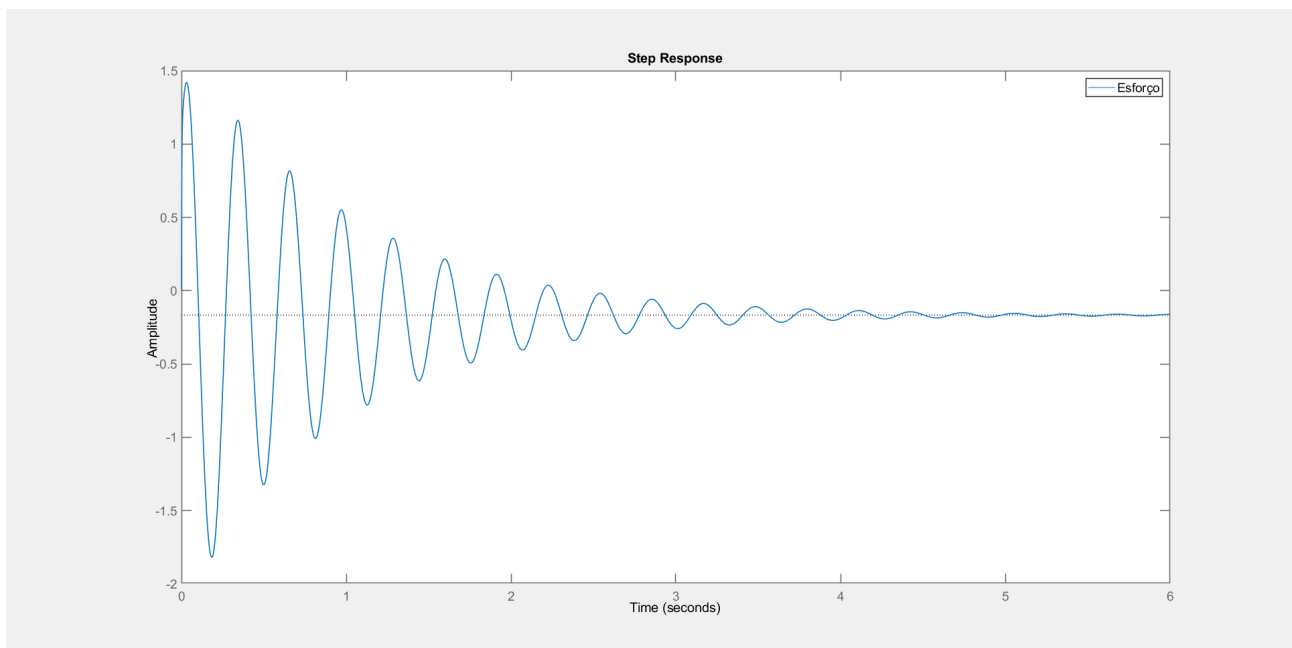


Figura 8: Esforço de controle do sistema $T(s)$ com zero igual a -30.

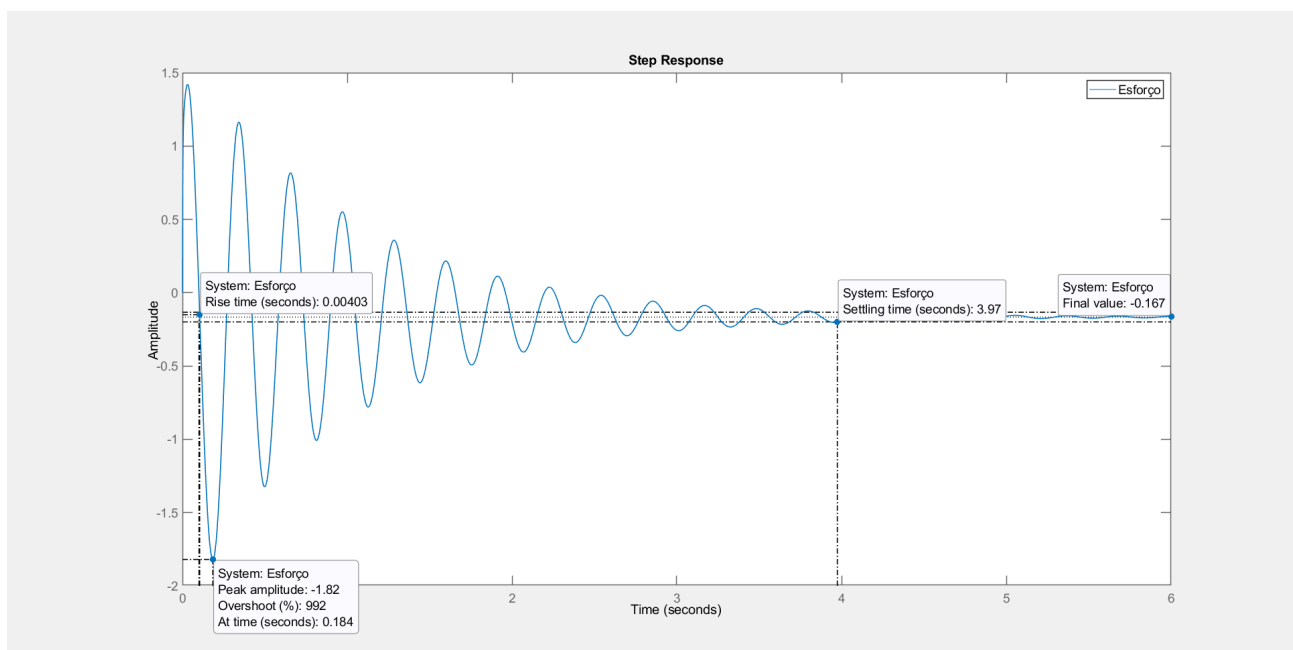


Figura 9: Características transientes do esforço de controle do sistema $T(s)$ com zero igual a -30 com 2% de tolerância.