

Relatório da Tarefa 2: Características e desempenho de sistemas de controle.

Aluno: Mairon Schneider Cardoso.

Data: 17/04/2021

Número de matrícula: 17102515.

1 Introdução

No âmbito de sistemas de controle de sistema, uma das características importantes que um engenheiro deve tomar conhecimento é a capacidade de extrair respostas essenciais do sistema de modo a garantir que em um projeto o correto dimensionamento de características transientes seja feito de maneira a economizar recursos, além disso, a tomada de decisão quando pensamos a cerca da sua resposta em regime permanente também deve ser algo planejado para que não haja o consumo desnecessário de recursos. Controladores possuem características únicas em suas funções, através dos experimentos conseguiremos distinguir algumas características entre o proporcional-integral e o controlador integral.

2 Resultados e Discussões

Em primeiro momento, recordamos que no último relatório equacionamos a planta de um determinado sistema, onde através da equação dessa planta, conseguimos extrair as características de estabilidade do sistema e também a resposta ao degrau da planta. Nesse relatório queremos equacionar a função de transferência do sistema $T(s)$, que engloba tanto o bloco da planta, do último relatório, quanto do controlador proporcional-integral que está em série com a planta. Quando lembramos do equacionamento de uma saída através do diagrama de blocos na disciplina de sinais, vimos que no domínio do tempo, a combinação de dois blocos em série seria uma operação de convolução, quando tratamos do domínio frequência vemos que conseguimos representar essa operação através de uma multiplicação da resposta em frequência de ambos os blocos, portanto, conseguimos representar essa combinação através da multiplicação, contudo, com a adição do *feedback* conseguimos mudar dinamicamente o comportamento da função de transferência como observamos na equação 1 (o cálculo completo da extração da equação podem ser observadas detalhadamente no arquivo **Calculo.pdf**).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} = \frac{k(s+1) \cdot (-6s-60)}{s(0,6s^2-10) + (k(s+1) \cdot (-6s-60))} \quad (1)$$

Através de manipulações algébricas, conseguimos extrair o $T(s)$ isolando o a parte proporcional do controlador em k , isso facilitará quando quisermos comparar o comportamento transiente de um sinal de entrada aplicado no sistema para diferentes constantes proporcionais. Em relação a estabilidade do sistema $T(s)$ quando k é igual a -1, como conseguimos ver pela equação 2, notamos que os polos do sistema serão $s_1 = -1.209$, $s_{2,3} = -4.3954 \pm 7.9614i$, isto é, os polos estão localizados no semi plano esquerdo do plano cartesiano (figura 1), assim como os zeros, ou seja, o sistema é Bibo-estável com característica oscilatória (justamente por possuir polos complexos).

$$T(s) = \frac{6s^2 + 66s + 60}{0,6s^3 + 6s^2 + 56s + 60} \quad (2)$$

Quando avaliamos a resposta ao degrau unitário da função $T(s)$ com constante proporcional igual a -1, na tentativa de obter as características transientes da resposta do sistema quando excitado com um degrau na entrada (figura 2), percebemos um tempo de pico (t_p) 0,249 segundos, tempo de atraso (t_d) de 0,050 segundos, tempo de subida de (t_r) 0,0867 segundos, tempo de acomodação (t_s) de 0,556

segundos com tolerância de 8% com sobrepasso (M_p) de 51%. A análise dos dados das características transientes será feita quando variarmos as constantes de proporcionalidade futuramente no relatório.

O erro de regime permanente quando aplicamos uma entrada do tipo degrau unitário deve ser zero, uma vez que observamos que o controlador é do tipo proporcional-integrador, isto é, quando adicionamos o integrador no controlador em série com a planta, a ação do controle será proporcional ao erro e a sua integral, além disso, esse controlador tem a característica de ser do tipo um, isto é, ele adiciona um polo em zero. Quando multiplicamos a planta e o controlador, é possível notar que a ação integral-proporcional mantém o seu comportamento, isto é, ele continua implicando em um erro de regime permanente zero, a prova disso é feita através da aplicação do teorema do valor final no $T(s)$ multiplicado por $R(s)$ que nesse caso, é um degrau unitário.

O cálculo do erro de regime permanente através do teorema do valor final quando aplicamos uma entrada do tipo rampa no sistema, tende a um erro finito, isto é, quando equacionamos o erro obtemos um valor 16,67% (figura 3), isso quer dizer que quando comparamos com a entrada $R(s) = \frac{1}{s^2}$ veremos um erro no regime permanente (quando a resposta tender a infinito) de 0,1667. Podemos comparar o impacto desse erro através da comparação do gráfico contida na entrada e o comportamento do sistema quando excitado pela mesma entrada, tal comportamento é observado na figura 4.

O equacionamento da rejeição assintótica a perturbações do sistema realimentado $T(s)$ leva em consideração a aplicação de um somador na saída da planta, isto é, na entrada desse somador consideraremos a aplicação de um sinal simulando uma perturbação, no caso, aplicaremos a função de impulso (pois é a que mais se assemelha a um ruído) e através do princípio da superposição, calcularemos a função de transferência do diagrama de blocos levando em consideração a perturbação na saída da planta. Ao observarmos a representação gráfica da rejeição assintótica a perturbações (figura 5), conseguimos perceber o comportamento semelhante a resposta ao degrau extraída anteriormente, entretanto, espelhada em relação ao eixo y, isso é justificável justamente pela equação 3 conter os mesmos polos que a função de transferência do sistema $T(s)$, ou seja, para que um sistema rejeite a perturbação ele deve ser capaz de gerar o sinal da perturbação oposto ao sinal ao degrau, o que naturalmente cancelaria os dois sinais, o que faz sentido quando alteramos k para observar o comportamento. Conseguimos notar esse comportamento através do gráfico, nele conseguimos ver curvas que se aproximam fielmente da resposta do sistema.

$$\frac{Y(s)}{Q_2(s)} = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G(s)} \quad (3)$$

O esforço de controle do sistema realimentado é calculado de maneira semelhante ao da rejeição assintótica entretanto, agora, colocaremos o somador na saída do controlador e através do equacionamento dos blocos chegaremos na equação que descreve o comportamento de esforço de controle (equação 4), e novamente percebemos que na figura 6 os polos são comuns a $T(s)$, nesse caso, garantimos novamente o mesmo comportamento da resposta ao degrau, mudando apenas o ganho, além disso, nesse caso é possível observar que o sistema consome mais potência quando há o sobrepasso e quando a resposta ao degrau do sistema tende a zero o esforço continuará constante, ou seja, o controlador consome potência na tentativa de garantir o zero em regime permanente para uma entrada em degrau.

$$\frac{Y(s)}{Q_1(s)} = \frac{G}{1 + C(s) \cdot G(s)} \quad (4)$$

Por que escolhemos o controlador proporcional-integral ao invés de somente proporcional? A verdade é que o uso de controladores proporcional-integral é justamente para garantir um erro de regime permanente igual a zero, isto é, um menor esforço para manter a resposta em zero, entretanto, utilizando-se de um controle apenas proporcional, é possível atingir o mesmo resultado, contudo, quando pensamos a cerca do esforço do controlador, conseguimos perceber que a escolha do PI é justamente pelo menor custo em termos de consumo de energia, é possível observar a comparação entre a energia de ambos controladores através da figura 7.

Alterando a constante proporcional k e avaliando a resposta ao degrau unitário da função $T(s)$ (figura 8), conseguimos analisar suas características transientes quando diferentes k são aplicados na função de transferência $C(s)$, o comportamento avaliado são para k iguais a -1, -2, -5, -10 (figuras 2, 9, 10, 11, respectivamente). Tais dados podem ser observados na tabela 1, onde os dados são arredondados na terceira casa decimal. Através desses dados é possível observar o impacto que temos no sistema quando variamos k , isto é, conforme variamos esse k para um valor maior, deveríamos ampliar o ganho, consequentemente o sobrepasso, entretanto temos que considerar a parte integral do controlador e a significância do tempo integrativo (T_i) e sua relação com o tempo de acomodação, visto que, quanto maior o tempo integrativo, maior o amortecimento (quando passamos do limite) e consequentemente o seu tempo de acomodação, então é possível estabelecer essa relação proporcional na equação do controlador, tal comportamento é visualizado na aula 6. O tempo de subida é proporcional ao k , conseguimos perceber que a curva cresce mais rapidamente quanto menor nosso k , isso é a parte proporcional do controlador agindo. Portanto, através desses experimentos, conseguimos perceber que a adequação do k , em relação a obter o menor sobrepasso é a melhor forma de garantir as melhores características do desempenho transiente. No experimento, não é levando em consideração o atraso de transporte justamente por ser um valor muito próximo a zero em todos os casos, cerca de 10^{-38} .

3 Conclusões

Portanto, através dos experimentos propostos a cerca da aplicação de um controlador PI em uma planta, conseguimos perceber a sua viabilidade quanto a diversas necessidades de projetos (como erro de regime permanente zero), além disso, vimos que o uso de controladores proporcionais-integrativos servem em alguns casos como uma ferramenta importante para deixar o sistema Bibo-estável e também é de extrema importância adequar a constante de proporcionalidade quando queremos garantir o correto tempo de subida de uma resposta a um degrau de um sistema, o correto tempo de amortecimento e também para garantir o menor sobrepasso para garantir um menor consumo do sistema e uma resposta dinâmica mais adequada. Através dos experimentos, foram ilustrados os motivos de se utilizar um controlador proporcional-integral ao invés de um somente proporcional, com gráficos que descrevem a potência e energia de ambos.

4 Anexos

| k | t_s | t_r | t_d | t_p | M_p |
|-----|--------|--------|--------|--------|-------|
| -1 | 0,556s | 0,087s | 0,050s | 0,249s | 51% |
| -2 | 0,364s | 0,057s | 0,029s | 0,158s | 30% |
| -5 | 0,174s | 0,030s | 0,013s | 0,084s | 15% |
| -10 | 0,043s | 0,017s | 0,007s | 0,043s | 8% |

Tabela 1: Características transientes do sinal para diferentes constantes de proporção (k).

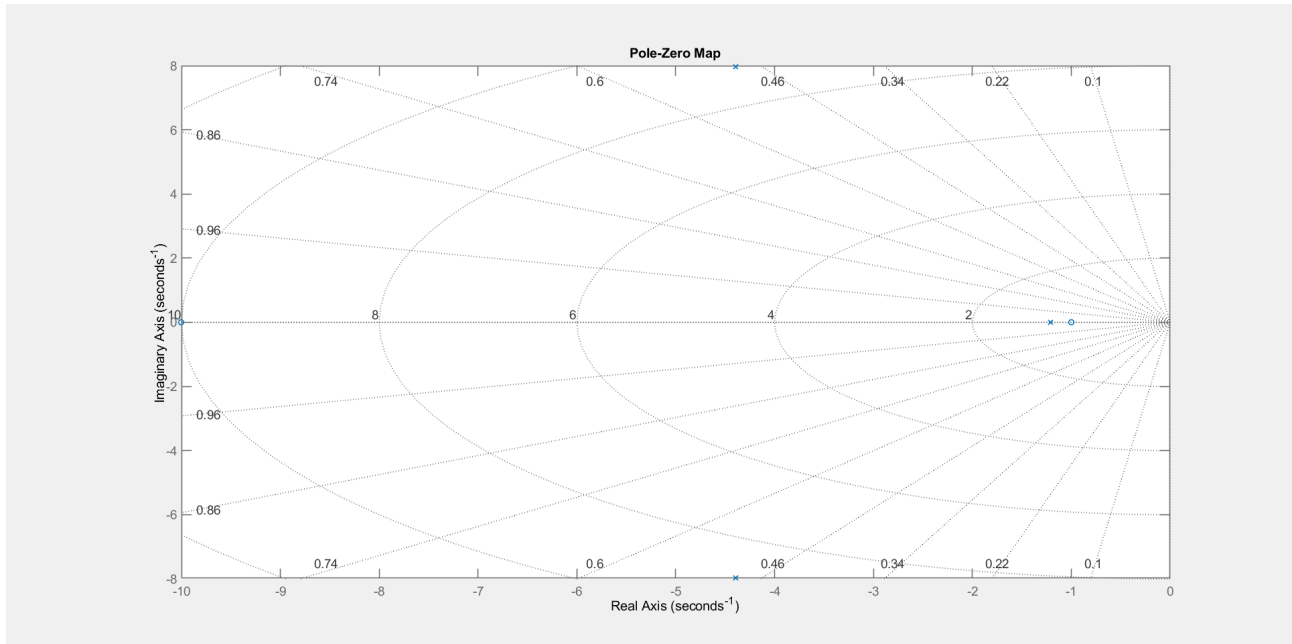


Figura 1: Polos e zeros do $T(s)$.

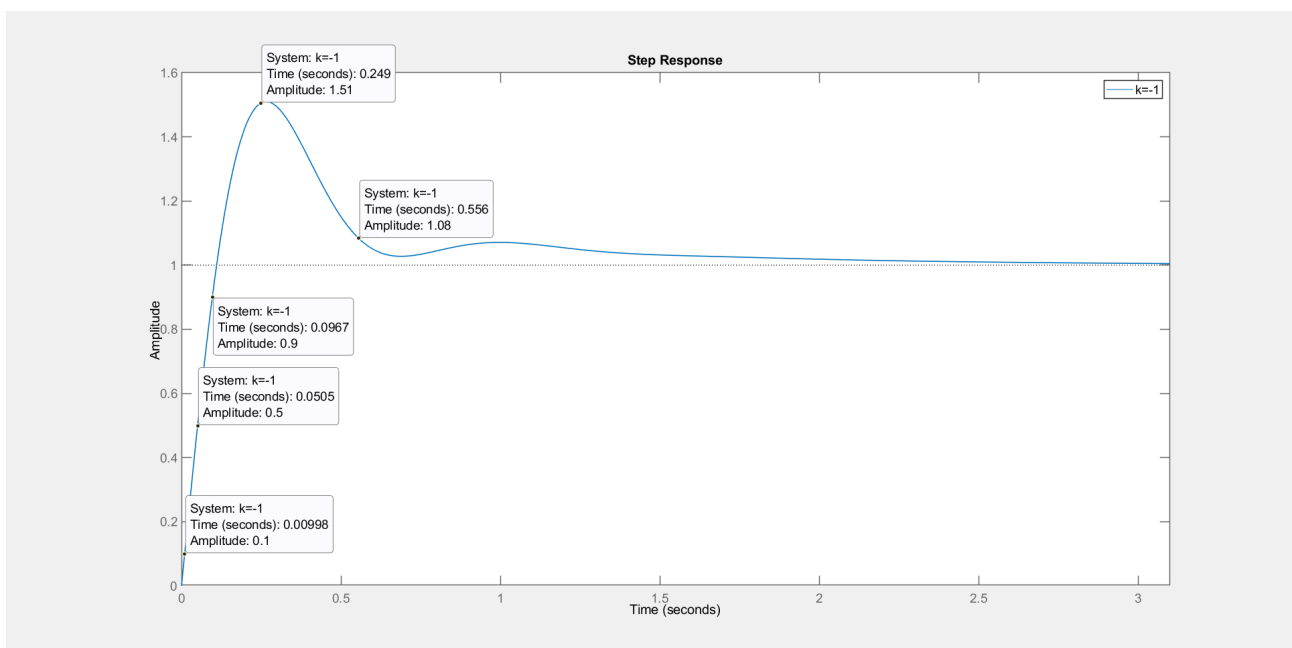


Figura 2: Resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com $k = -1$, extraindo também as características transientes do sinal.

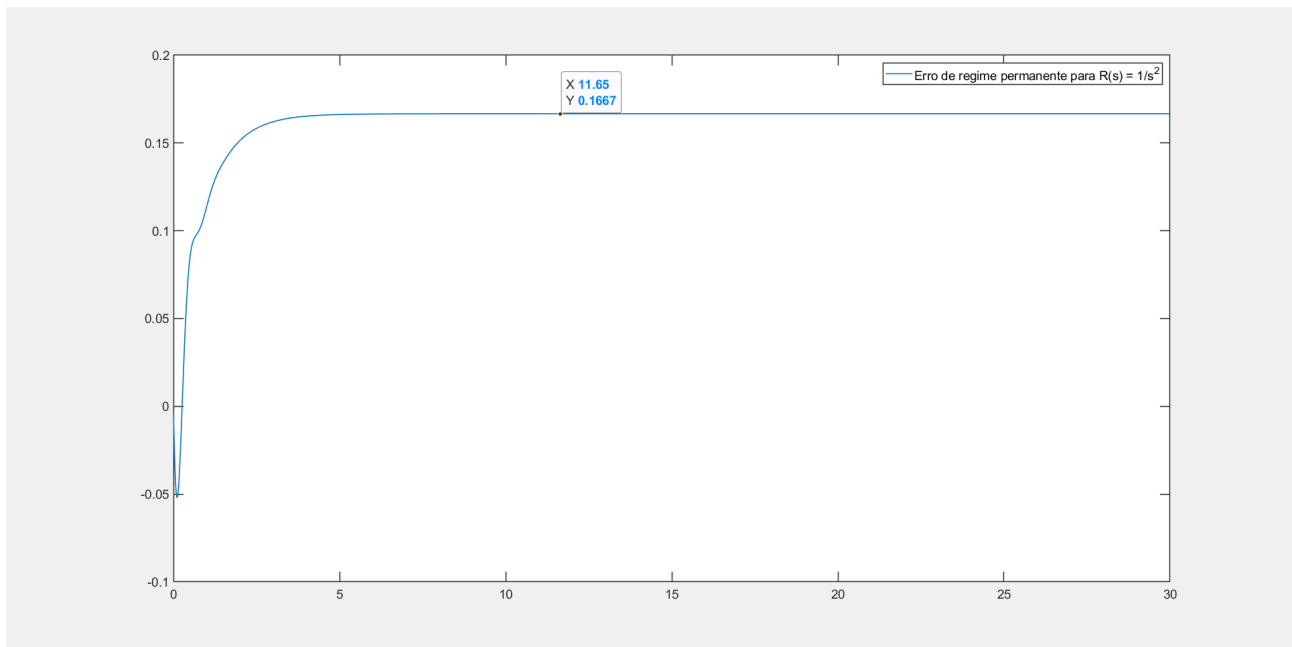


Figura 3: Erro de regime permanente do sistema $T(s)$ aplicando uma entrada do tipo rampa.

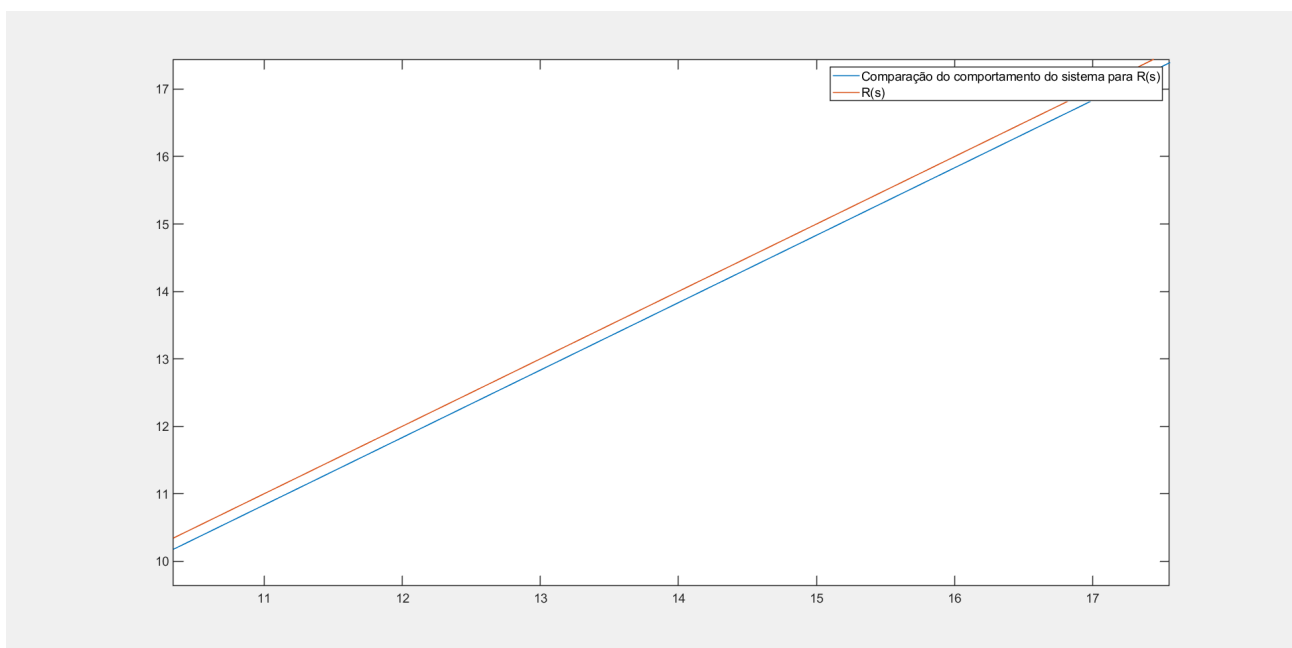


Figura 4: Comportamento do sistema para uma entrada tipo rampa e a representação gráfica de uma rampa.

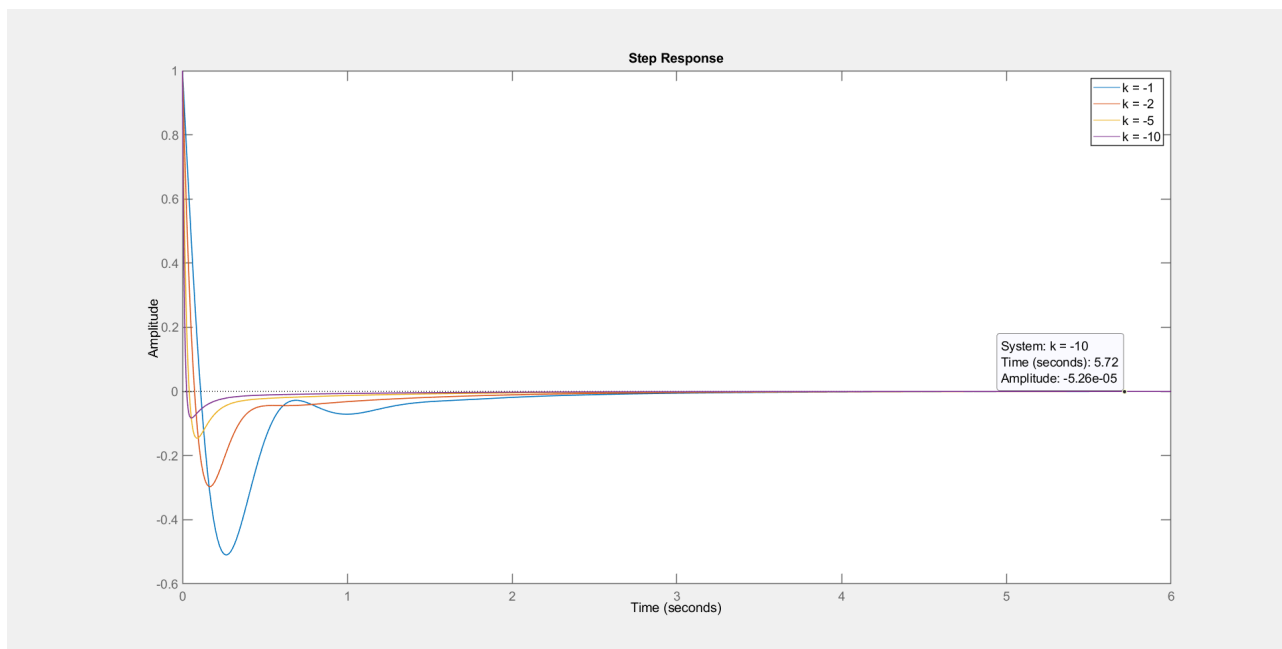


Figura 5: Rejeição assintótica a perturbações do sistema realimentado com diferentes k 's.

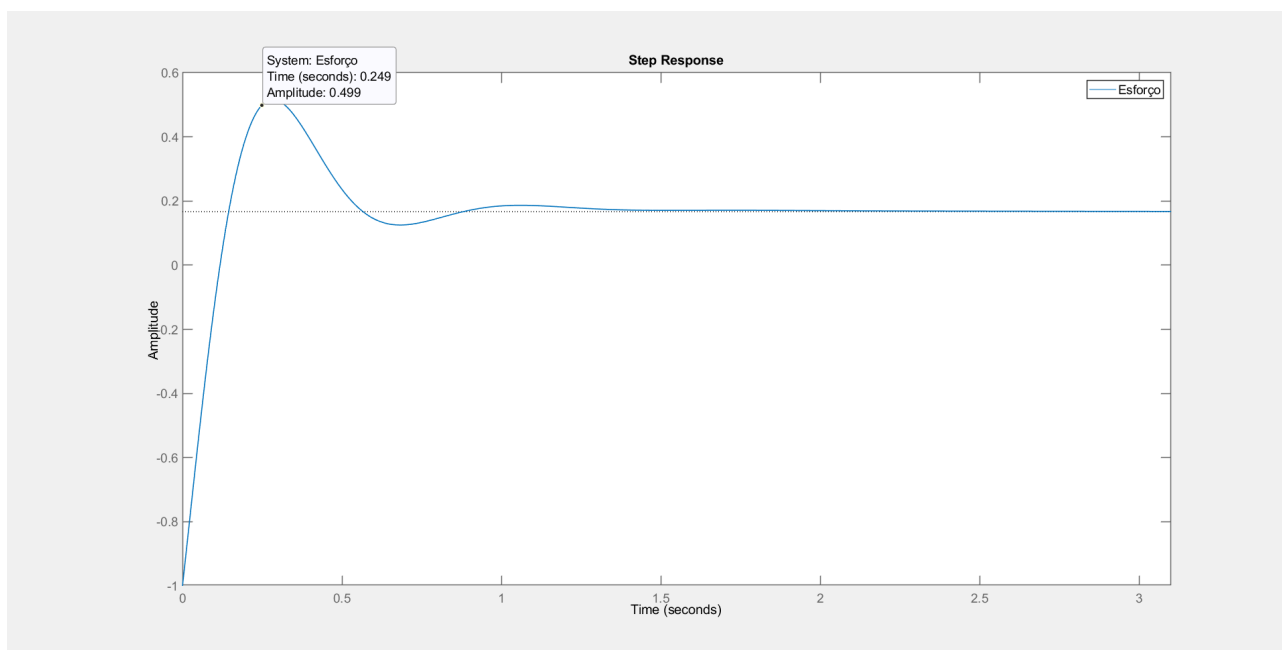


Figura 6: Esforço de controle do sistema realimentado (potência).

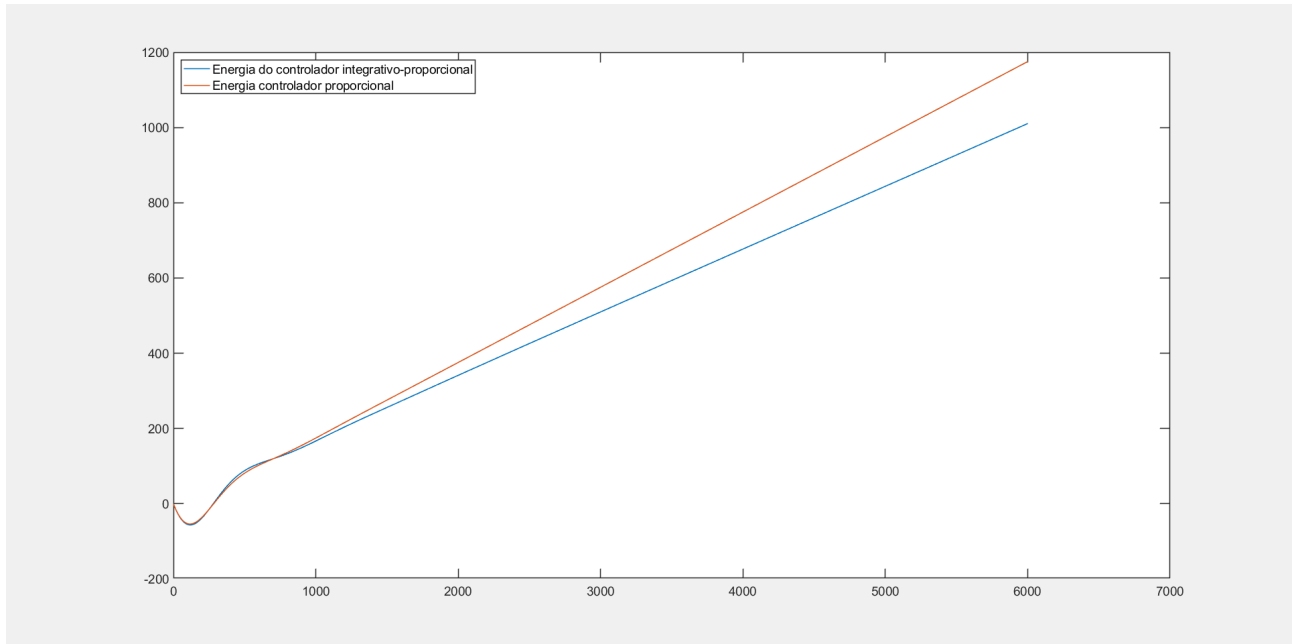


Figura 7: Diferença entre consumo de energia entre um controlador unicamente proporcional $C=k$ e um controlador integral-proporcional $C = k*(1+1/s)$.

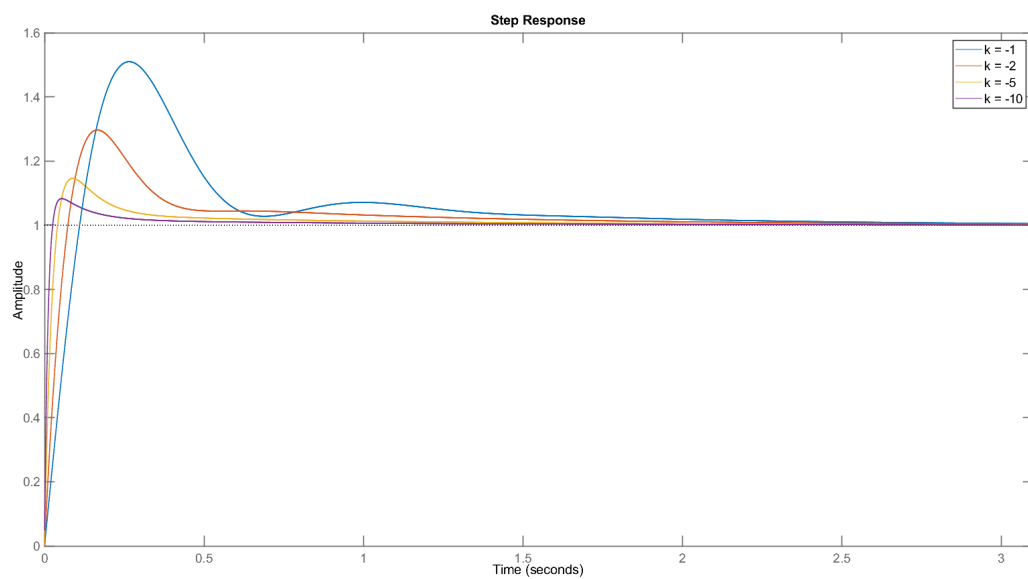


Figura 8: Resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com diferentes k 's.

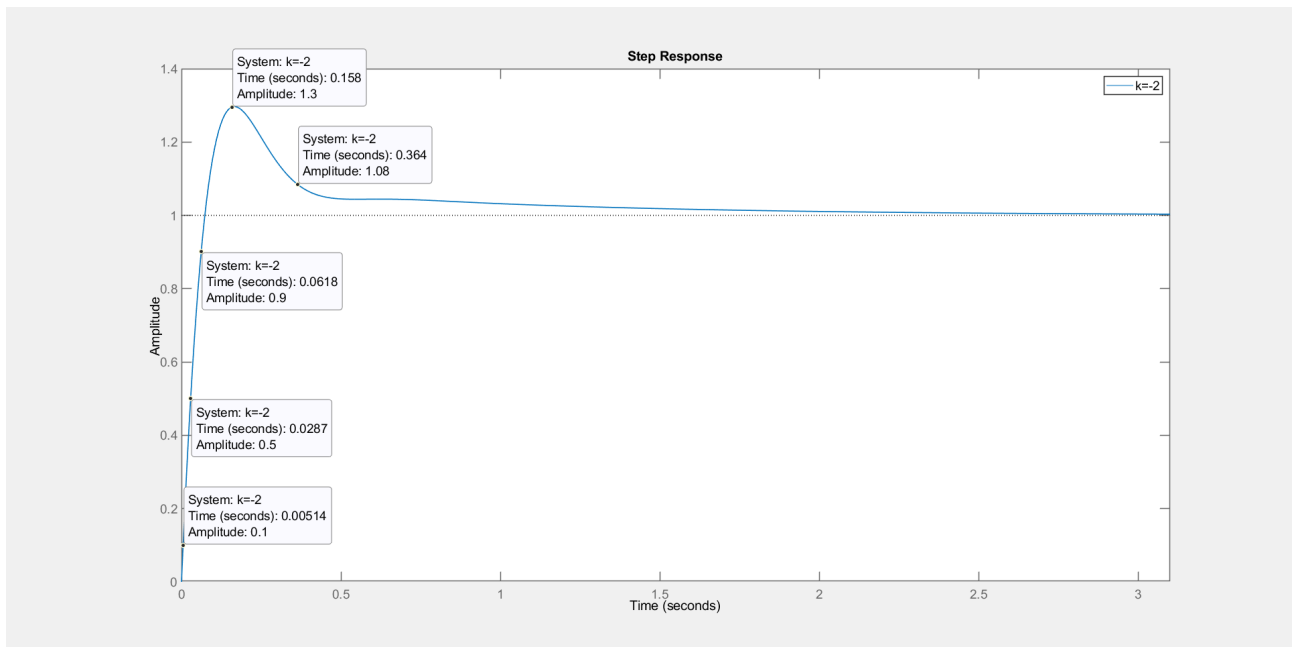


Figura 9: Resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com $k = -2$ extraindo, também as características transientes do sinal.

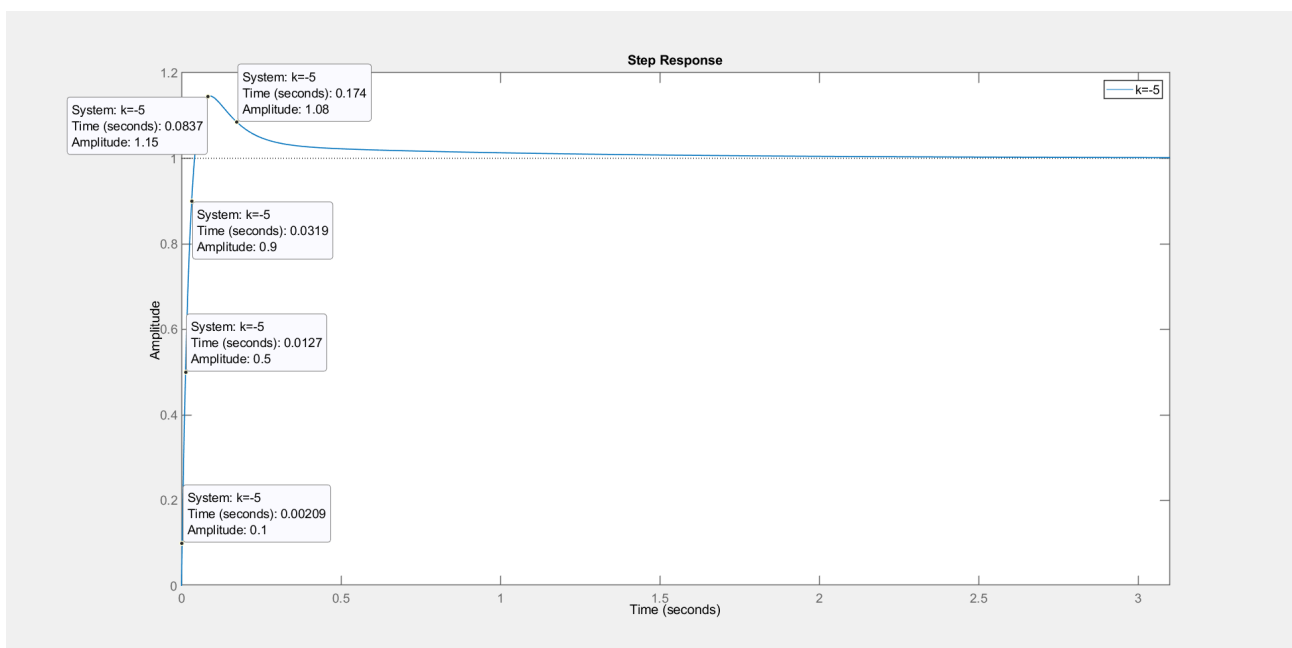


Figura 10: Resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com $k = -5$, extraindo também as características transientes do sinal.

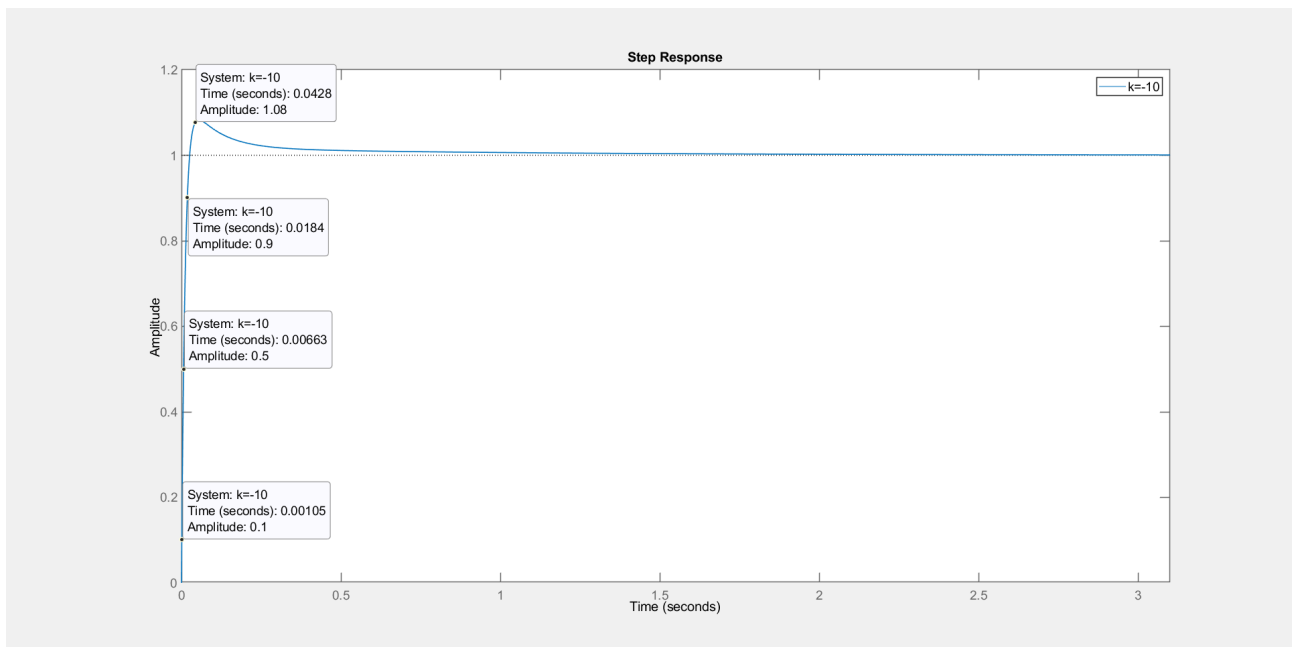


Figura 11: Resposta ao degrau do sistema $T(s)$ com $k = -10$, extraindo também as características transientes do sinal.