Universidade Federal de Pelotas
Curso de Engenharia de Computação
Disciplina: 22000275 – SISTEMAS DE CONTROLE
Turma: 2020/2 – T1
Professor: Vinícius V. A. Camargo

Relatório da Tarefa 1: Modelagem da planta.

Aluno: Mairon Schneider Cardoso. Data: 03/04/2021

Número de matrícula: 17102515.

1 Introdução

Sistemas de controle é um importante assunto quando refletimos acerca da possibilidade de controlar sistemas físicos através de relações matemáticas, onde no atual contexto da engenharia, é uma vantagem expressiva a capacidade de compreender e manipular um circuito através de uma função de transferência que descreve a relação entre a entrada e saída do sistema, visto que, conhecer essa relação permite-nós projetar diferentes sistemas responsáveis pelo controle que proporciona-nós a obtenção das variáveis que necessitamos do circuito.

A extração da equação de transferência da planta é o passo inicial para que possamos projetar um controlador, isto é, o presente relatório propõe-se a descrever os passos de análise de circuito e análise em domínio frequência (através de uma simulação AC) e resposta do circuito quando uma função degrau é aplicado na entrada do circuito na tentativa de compreender o comportamento da planta.

2 Resultados e Discussões

Em primeiro momento, queremos encontrar a função de transferência da planta representada pela figura 1, para isso, partimos da análise nodal do nó essencial, que, por sua vez é a soma de outras 4 correntes como demonstrado na equação 1, através da análise nodal conseguimos substituir na equação os valores das correntes, obtendo assim a equação 2, a partir desse ponto, temos as duas variáveis que queremos, basta somente manipular algebricamente para conseguir estabelecer a relação $\frac{y(t)}{x(t)}$ que é representada pela equação 3.

$$i_a = i_1 + i_2 + 1,2 i_a \tag{1}$$

$$\frac{y(t)}{60} = 1,2\frac{y(t)}{60} + \frac{V_A - x(t)}{R1} + \frac{V_A}{R2 + Z_c} \tag{2}$$

$$\frac{y(t)}{x(t)} = -\frac{\frac{60}{R1}}{\frac{Z_L}{R1} + \frac{Z_L}{R2+Z_C} - 0,2} \tag{3}$$

Uma vez que já equacionamos a relação entre a saída e a entrada, ao substituirmos os valores de impedância do indutor, capacitor e resistor, através de operações algébricas (que podem ser observadas detalhadamente no arquivo **Calculo.pdf**) é possível descobrir a função de transferência da planta, tal equação é representada através da equação 4, através dela, conseguimos extrair características importantes da planta que serão vistas quando tratarmos da localização dos polos e zeros do sistema.

$$H(s) = \frac{-6s - 60}{0.6s^2 - 10} \underset{Normalizando}{\Longleftrightarrow} -10\frac{s + 10}{(s + 4.0825) \cdot (s - 4.0825)} \tag{4}$$

Quando efetivamente simulamos o circuito através de uma ferramenta de simulação, é possível observar que comportamento da planta segue o comportamento da função de transferência obtida, essa simulação foi realizada aplicando uma fonte AC na entrada do circuito e medido na saída o comportamento em frequência (Hz) e pode ser observado na figura 2, quando comparamos com o diagrama de bode, obtido através do MATLAB representado na figura 3, é possível notar que o comportamento é compatível com a simulação da planta. Dentro desse contexto de simulação, conseguimos perceber que os polos estão localizados em -4.0825rad/s e 4.0825rad/s e o zero em -10rad/s, e nesse contexto, podemos afirmar que o zero irá suprimir o polo causando a atenuação do sinal para altas frequências, semelhante a um passa baixas, além disso, com dois polos, conseguimos afirmar que é um sistema de segunda ordem e o tipo é zero, uma vez que o sistema tem zero número de polos em s=0.

Observando o diagrama de polos e zeros na figura 4, conseguimos afirmar que o sistema se comporta de uma maneira instável, uma vez que se observarmos o diagrama, veremos que um dos polos se encontra no semi-plano direto, isto é, podemos afirmar o conceito de instabilidade através da figura 5, além disso, é possível também afirmar a instabilidade do circuito transformando o sistema para domínio tempo e garantindo a quebra de condição de estabilidade $\int_{-\infty}^{\infty} |\frac{y(t)}{x(t)}|dt < \infty$, além disto, a fase da função de transferência exibida no diagrama de bode, denuncia uma certa instabilidade, uma vez que, caso houvéssemos um sistema com 2 polos no semi plano esquerdo e 1 zero ficaríamos com uma fase igual a -90°, uma vez que os polos adicionariam -180° e o zero 90°, no caso da planta de estudo, vemos um comportamento de fase tendendo a +90°, indicando uma incoerência em relação a estabilidade.

Ao analisarmos a resposta ao degrau do sistema através do MATLAB, representado na figura 6, conseguimos observar novamente a instabilidade do sistema, comparando com o resultado da simulação transiente extraído do Micro-cap representado na figura 7, percebemos a semelhança nas respostas, confirmando assim o comportamento da planta quando uma função degrau unitário é aplicado na entrada.

A modelagem do sistema por variáveis de estado implica na análise do circuito definindo como variáveis de estado a tensão no capacitor (V_c), onde nesse caso atribuímos x_1, a corrente no indutor (I_L) atribuindo x_2, além disso, há a atribuição de $\dot{x_1}$ para a corrente no capacitor ($C\frac{dV_c}{dt}$) e $\dot{x_2}$ para a tensão no indutor ($L\frac{dI_L}{dt}$), além da entrada (x) e saída (y). O processo de obtenção das equações segue o princípio adotado anteriormente na obtenção da função de transferência através da análise de circuito, entretanto, aqui substituiremos pelas variáveis de estado, afim de obtermos as matrizes descritas nas equações 5 e 6 e através de manipulações algébricas conseguiremos montar as equações que descrevem o vetor de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,6666 & 16,6666 \\ 0,8333 & 1,6666 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,6666 \\ 0,1666 \end{bmatrix} u \tag{5}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & -60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{6}$$

Comparando o resultado obtido através do método de análise de circuitos com o de variáveis de estados, conseguimos perceber que o circuito se comporta de forma semelhante, com uma leve diferença que é consequência do arredondamento de dizimas periódicas, sua resposta ao degrau, pode ser observada na figura 8.

3 Conclusões

Portanto, através dos experimentos propostos pelo relatório dessa semana, compreendemos como equacionar a função de transferência de um sistema a partir de um esquemático de um circuito por métodos algébricos em conjunto com técnicas de análise de circuito e por variáveis de estado é possível obter o mesmo valor de modelagem do sistema, além disso, vimos as consequências de um sistema cuja estabilidade não é garantida e como poderíamos observar esse comportamento através da sua resposta em frequência e diagrama de polos e zeros, além disso, conseguimos observar a curva característica que um sistema instável tem quando possuí polos e zeros reais e o quanto eles diferenciam dos polos e zeros complexos em relação a resposta ao impulso.

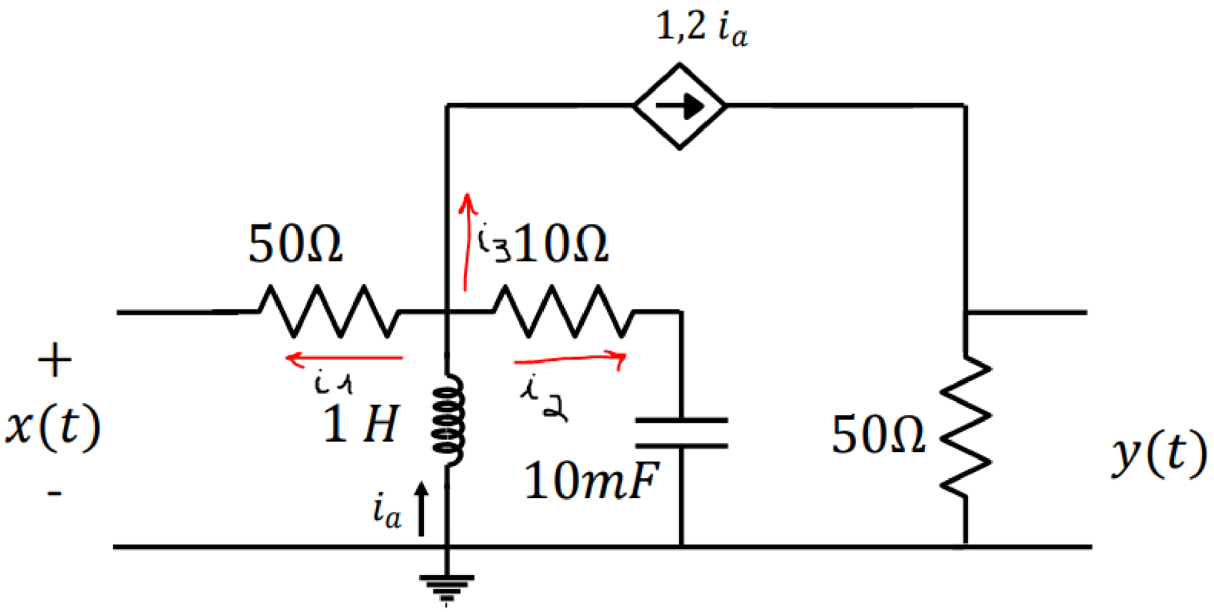

Figura 1: Sistema objeto de estudo.

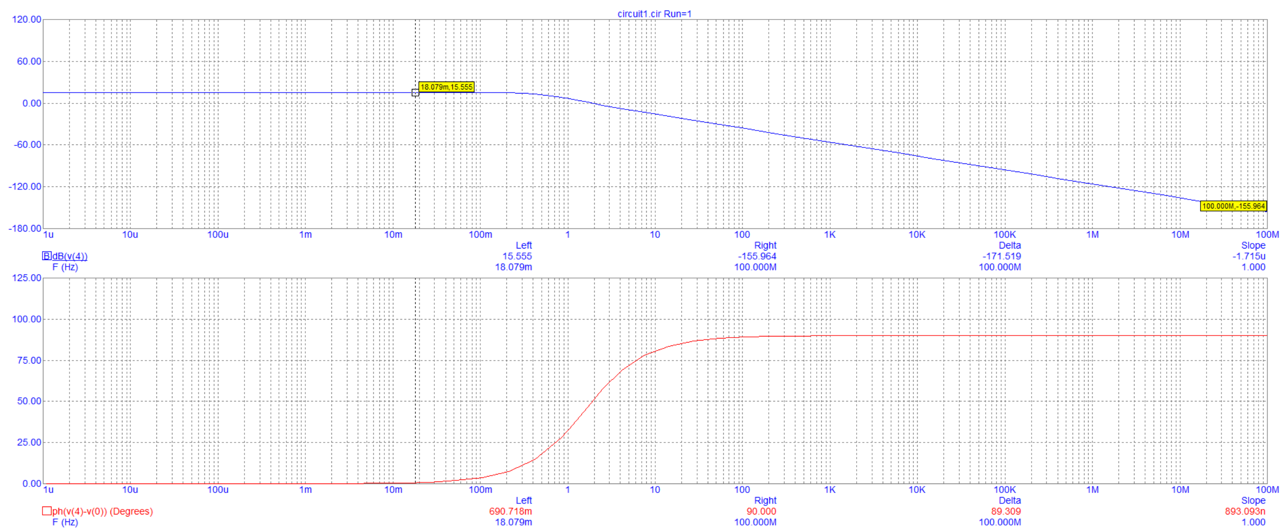

Figura 2: Diagrama de Bode do sistema extraído pelo Micro-Cap.

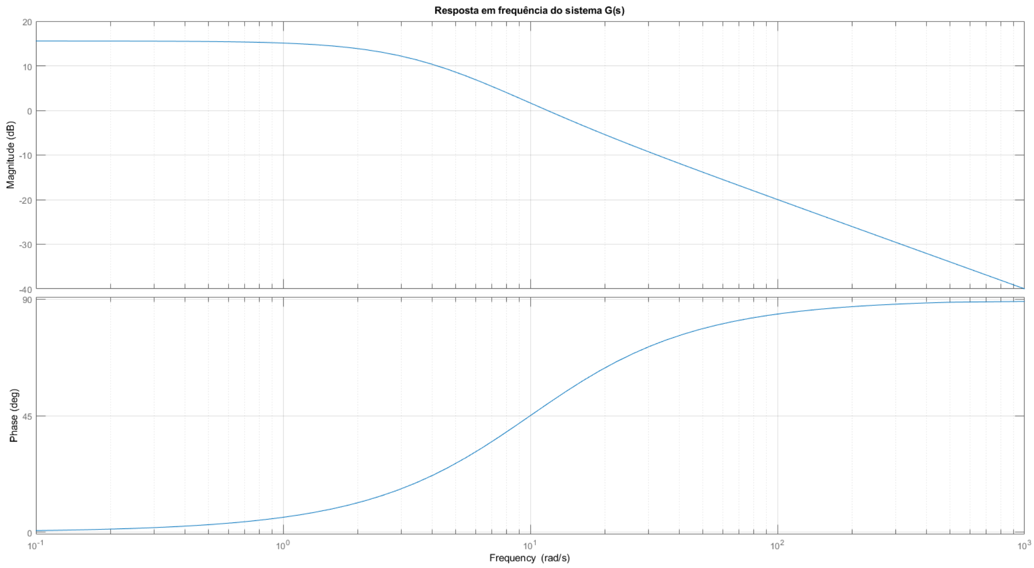

Figura 3: Diagrama de Bode do sistema extraído pelo MATLAB.

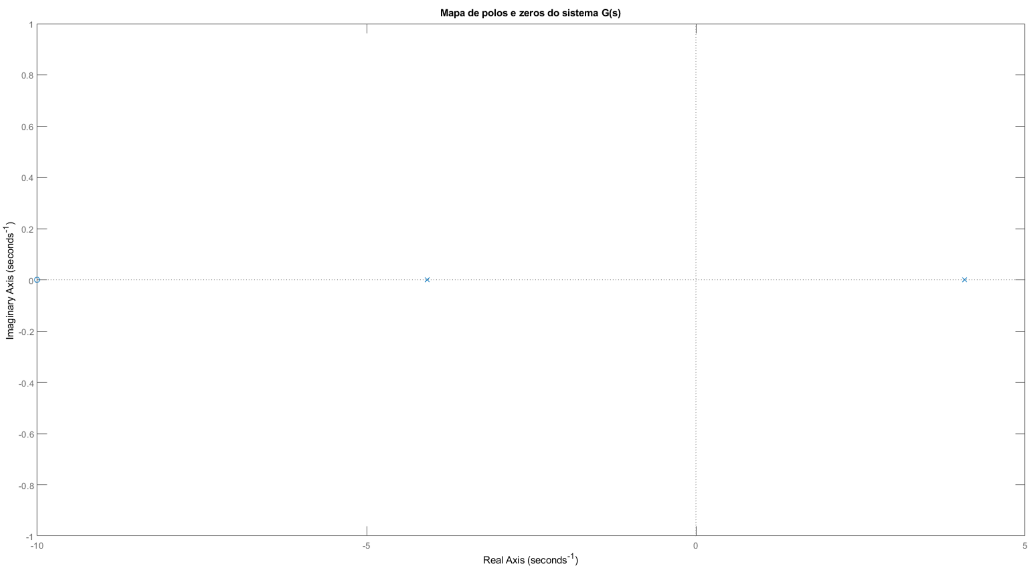

Figura 4: Mapa de polos e zeros do sistema.

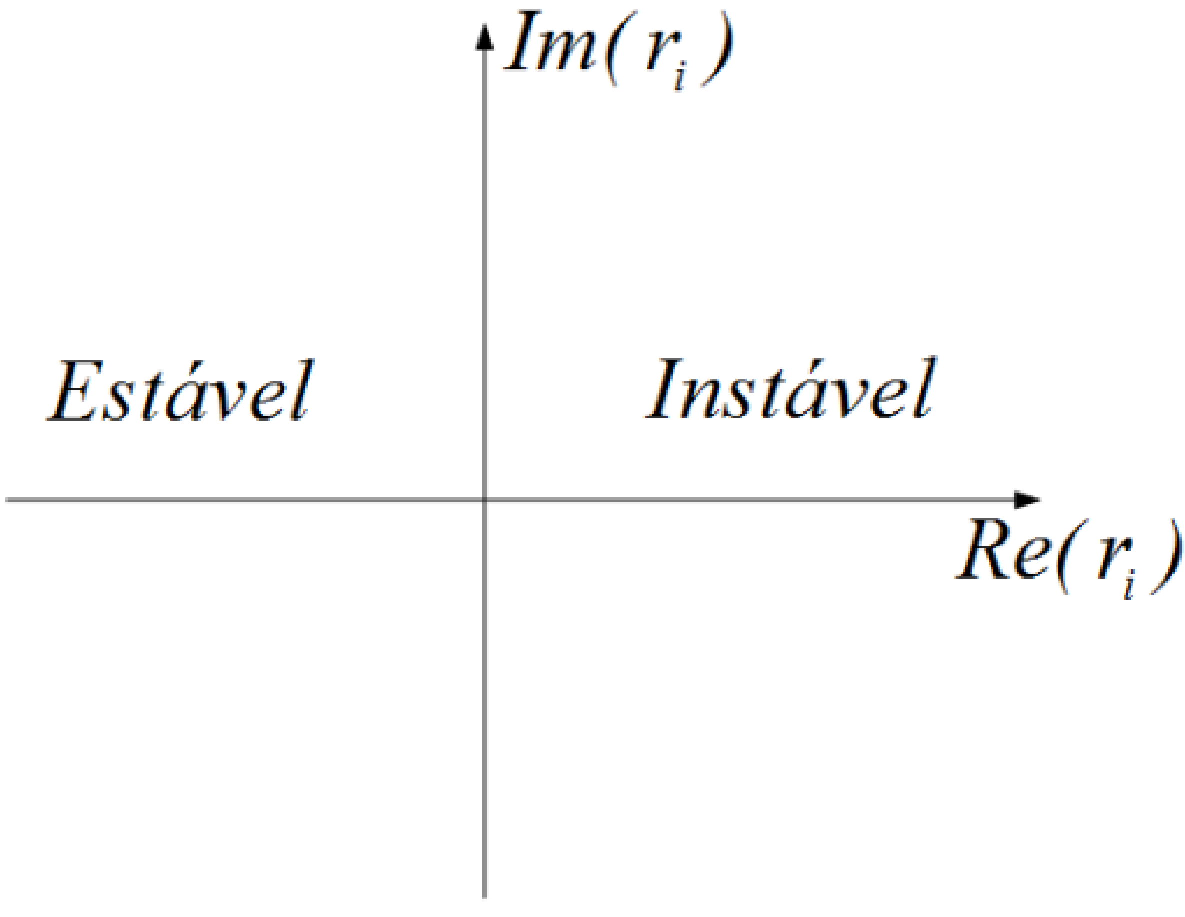

Figura 5: Condição de estabilidade de um sistema.

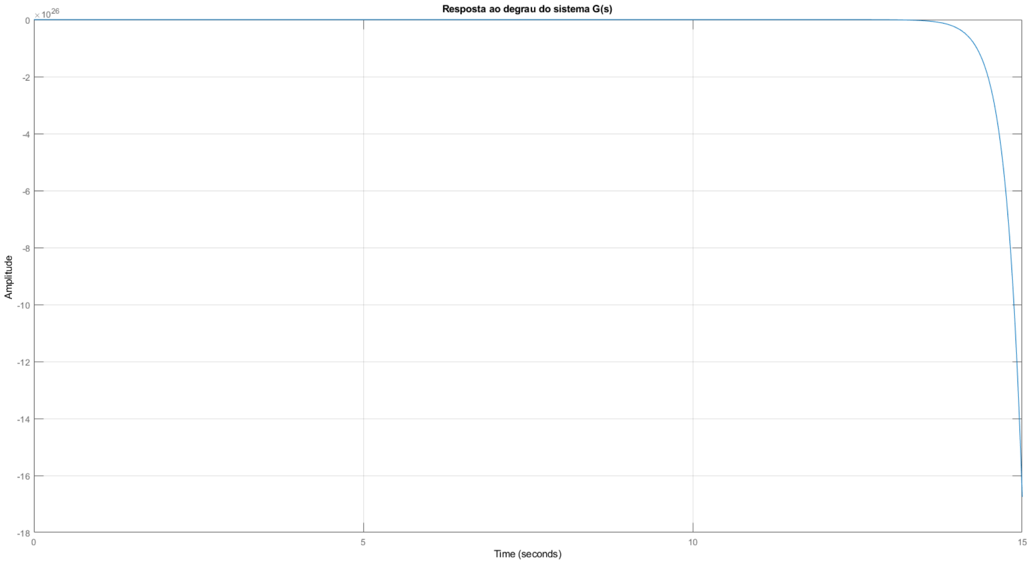

Figura 6: Resposta ao degrau do sistema extraído pelo MATLAB.

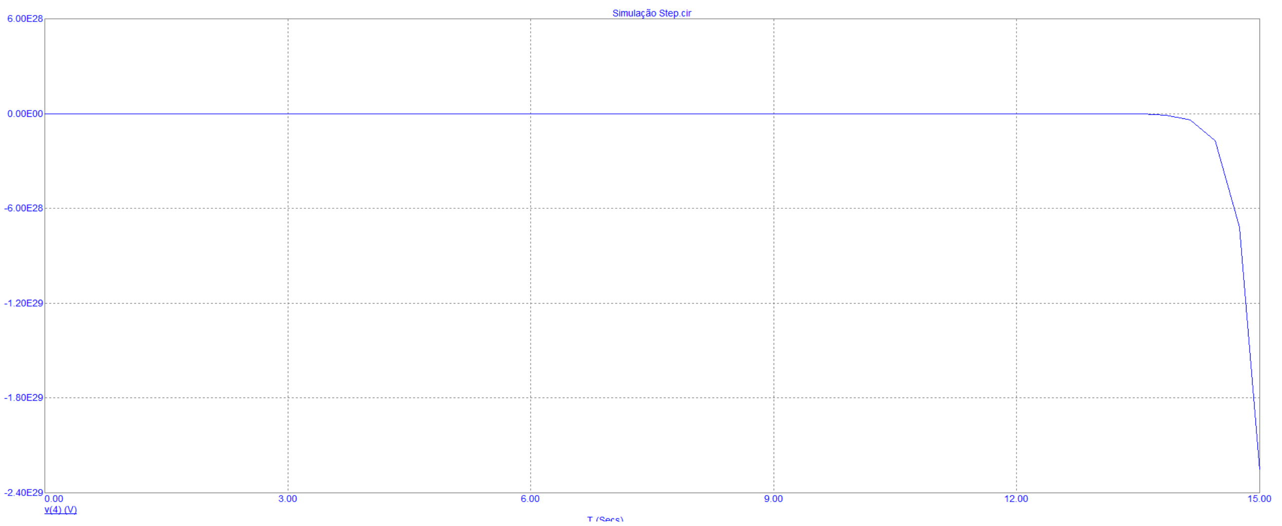

Figura 7: Resposta ao degrau do sistema extraído pelo Micro-cap.

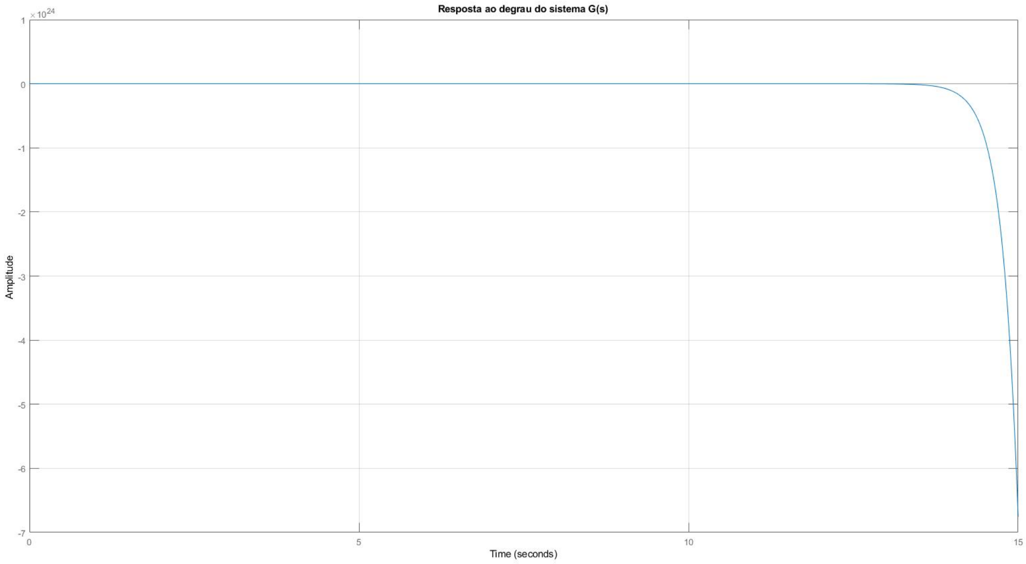

Figura 8: Resposta ao degrau do sistema extraído pelo MATLAB utilizando variáveis de estado.