200 EESTI FÜÜSIKAOLÜMPIAADI ÜLESANNET AASTATEST 2018 – 2025

koos vihjete ja lahendustega

Koostas Taavet Kalda

2025

Kogumiku koostamist toetasid: Eesti Matemaatika Seltsi fond “Benoit Mandelbroti Jälgedes”, Robert Kitt ja Tallinna Tehnikaülikool.

Sisukord

Sissejuhatus 3

Ülesanded 4

Geomeetriline optika 4
Elektriahelad 5
Dünaamika 6
Varia 7
Magnetism 8
Optika 9
Termodünaamika 10
Kinemaatika 11

Vihjed 12

Lahendused 13

Autorite loetelu 19

Sissejuhatus

Siia on koondatud 200 gümnaasiumi ülesannet Eesti füüsikaolümpiaadi piirkonnavoorudest, lõppvoorudest ja lahtistest võistlustest. Igale ülesandele on juurde kirjutatud paarilauseline vihje. Juhul kui õpilane jääb ülesannet lahendades toppama, on tal võimalik vihjet lugeda ning teisele katsele minna.

Ülesanded on jaotatud teemade kaupa ning teemasiseselt raskuse järgi. Raskustaset tähistatakse kuni viie tärniga. Ülesannete lihtsamaks otsimiseks on ülesannete numbrite ette pandud „Ü“, vihjete ette „V“ ja lahenduste ette „L“. Näiteks ülesande 133 teksti number on kujul Ü133. Iga ülesande juures on kirjas ka selle autor ning olümpiaadi vooru lühinimetus, lisaks lühendid P 1, G 1 jne, kus tähed tähistavad põhikooli- ja gümnaasiumiastet. Näiteks G 9 viitab gümnaasiumiastme 9. ülesandele.

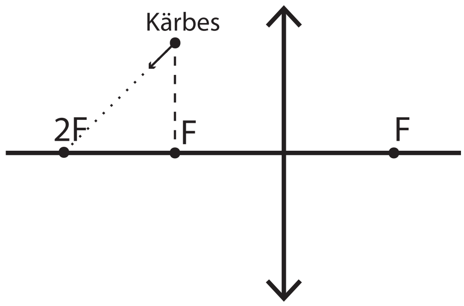
Lisaks leiate kogumiku lõpust kogumiku poolt kaetud lahtiste ja lõppvoorude esimese ja teise järgu saanud õpilaste ning ülesannete autorite nimekirja.

Ülesanded

Geomeetriline optika

Ü1 Kärbes ★ Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 1

Kärbes asub kumerläätse fokaaltasandil, läätse optilisest peateljest kaugusel $a = 1\,\mathrm{m}$, ning hakkab lendama läätse kahekordse fookuskauguse suunas kiirusega $v = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$. Läätse fookuskaugus on $f = 1\,\mathrm{m}$. Millise kiirusega u liigub kärbse kujutis sel hetkel, kui kärbse ja tema kujutise vaheline kaugus on minimaalne?



Elektriahelad

Ü2 2018 ★ Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 2

Sul on kasutada takistid $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 100\,\Omega$ ning $R_3 = 1000\,\Omega$. Kasutades ainult neid takisteid, mooodustage kuuest takistist koosnev süsteem nii, et kogutakistus oleks $R = 2018\,\Omega \pm 0{,}2\,\Omega$.

Ü3 Ring ★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 3

Traadist, mille ühe detsimeetri takistus on üks oom tehakse ring ümbermõõduga kuus detsimeetrit. Iga detsimeetri järel märgitakse punktid $a, b, \ldots, f$. Punktide a ja e vahele ühendatakse patarei pingega 7 V, punktide d ja f vahele ampermeeter ning d ja b vahele voltmeeter. Punktid f ja b ühendatakse samast traadist lõigatud kahe-detsimeetrise traadijupiga. Leidke ampermeetri ja voltmeetri näidud.

Dünaamika

Ü4 **Kahurid ★★** Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 4

Kahurist A lastakse horisondi suhtes nurga $\alpha = 30°$ all lendu kuul algkiirusega $v_A = 140\,\mathrm{m/s}$ kahuri B suunas, mis on esimesest kahurist $l = 1\,\mathrm{km}$ kaugusel samal tasapinnal. Sel hetkel, kui kuul on oma trajektoori kõrgeimas punktis, tulistatakse kahurist B teine kuul, mis $t_1 = 5\,\mathrm{s}$ pärast põrkub esimese kuuliga. Millise algkiirusega tulistati kuul kahurist B? Õhutakistusega mitte arvestada; vabalangemise kiirendus $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$.

Varia

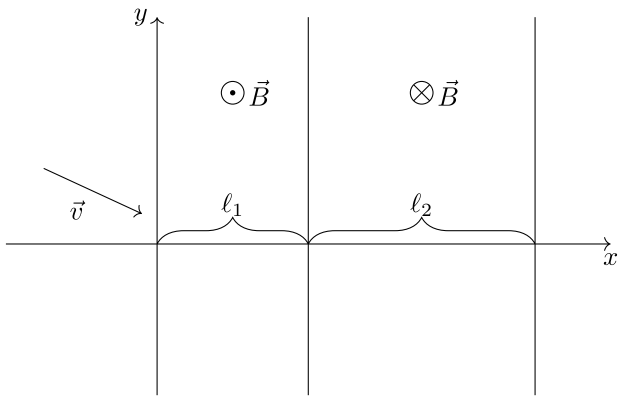
Ü5 **Hiiglane ★★★** Autor: Andres Põldaru, lahtine, 2018, G 5

Juku vanem vend on lineaarmõõtmete poolest tema kaks korda suuremaks skaleeritud identne koopia. Kas vanem vend hüppab kõrgemale kui Juku? Eeldage, et hüppeliigutus on mõlemal juhul täpselt sama ja et lihaste poolt tekitatav jõud sõltub ainult lihaste ristlõikepindalast. Hüppe kõrguse saamiseks lahutame pealae kõrgusest hüppaja pikkuse.

Magnetism

Ü6 Magnetväljad ★★★ Autor: Kaarel Hänni, lahtine, 2018, G 6

Vaatleme prootoni liikumist x-y-tasandis. Vahemikus $0 \leq x < \ell_1$ on magnetväli tugevusega B sihitud z-telje positiivses suunas ning vahemikus $\ell_1 \leq x < \ell_1 + \ell_2$ on sama tugevusega väli vastupidiselt z-telje negatiivses suunas. On teada, et $\ell_2 > \ell_1$ ning, et ülejäänud ruumis magnetväli puudub. Alguses antakse prootonile mingi kiirus $\vec{v}$ tasandi vasakus pooles $x < 0$. Milline on minimaalne kiirus $v = |\vec{v}|$, mille puhul saab valida sellise algse liikumissuuna, et prooton jõuab läbi kahe magnetväljaga vahemiku tasandi parempoolsesse osasse $x \geq \ell_1 + \ell_2$? Prootoni laeng on q ja mass on m.



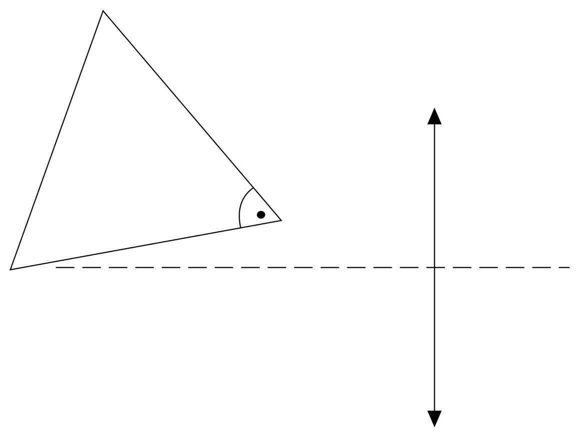
Ü7 Kauss veega ★★★ Autor: Krister Kasemaa, lahtine, 2018, G 7

Kaalul olevasse kaussi hakatakse ühtlaselt pudelist kõrgusel h vett valama. Vee valamine lõpetatakse hetkel, mil kaalu näit on m. Mis on kaalu lugem M peale stabiliseerumist? Kas see on esialgsest näidust suurem, väiksem või võrdne? Õhutakistusega mitte arvestada.

Optika

Ü8 Kolmnurk ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 8

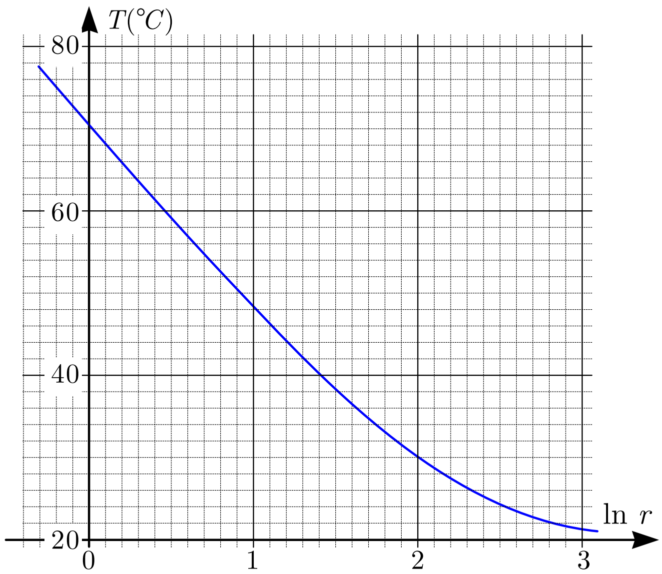
Joonisel on kujutatud täisnurkse kolmnurga kujutis õhukeses läätses, mis on koos oma peateljega samuti ära näidatud. Kolmnurga täisnurk on märgitud punktiga. Konstrueerige kolmnurga täisnurkse tipu tegelik asukoht.



Termodünaamika

Ü9 Õhkjahutus ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 9

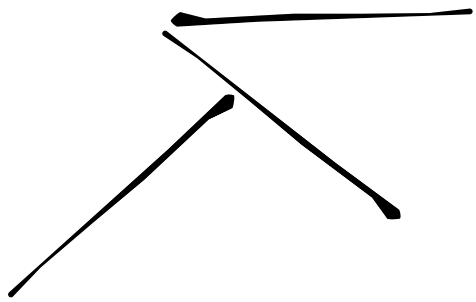
Valgusdiood tarbib elektrilist võimsust $P = 50\,\mathrm{W}$. Dioodi jahutamiseks on see kinnitatud vaskplaadile paksusega $t = 500\,\mu\mathrm{m}$. Vase soojusjuhtivustegur $k = 385\,\mathrm{W/m\,K}$. Juuresoleval graafikul on toodud plaadi temperatuur sõltuvuses vaadeldava punkti ja dioodi vahelise kauguse naturaallogaritmist. Kauguse mõõtmiseks kasutatud ühikud ei ole teada. Dioodi mõõtmed lugeda tühiselt väikseks. Milline on dioodi kasutegur (milline osa tarvitatud elektrienergiast kiirgub valgusenergiana)?
Märkus: soojusjuhtivustegur on arvuliselt võrdne soojusenergiaga, mis kandub materjalis läbi ühikulise ristlõikepindala, kui temperatuur langeb ühe kraadi võrra ühe pikkusühiku kohta.



Kinemaatika

Ü10 Pulk ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 10

Õhkuvisatud pulga lendu filmiti liikumatu videokaamera abil ja kahe võrdse intervalli tagant võetud kolm kaadrit kopeeriti juuresolevale joonisele. On teada, et esimese ja viimase kasutatud kaadri vahele jäänud ajavahemiku jooksul jäi pulga pöördenurk väiksemaks täispöördest. Pulk pöörles joonise tasandis, pulga pikkus oli $L = 1{,}0\,\mathrm{m}$ ja kaadri lühem külg on täpselt vertikaalne; raskuskiirendus $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. Kui kaugel pulga jämedamast otsast asub selle massikese? Kui pikk oli esimese ja viimase kaadri vaheline ajavahemik?



Vihjed

V1 Kärbse ja tema kujutise vaheline kaugus on minimaalne siis, kui kärbes optilist peatelge läbib.

V2 Üks võimalustest on panna kaks R_3 takistit ülejäänud takistitega jadamisi.

V3 Ülesandes tasub selgelt skeem välja joonistada. Voolude ja pingete arvutamiseks võib d ja f-i ühe punktina kujutada.

V4 Kõigepealt tasub mõelda, mis ajahetkel kahurikuulid kokku põrkavad ning seejärel kuulide horisontaalsed ja vertikaalsed nihked kahuri B kuuli kiirusega siduda.

V5 Hüpet võib käsitleda kui protsessi, kus hüppaja seisab alguses paigal, laskub teatud vahemaa h_1 võrra alla ja hüppab seejärel üles kõrguseni h_2. Hüppe käigus kehtib energia jäävuse seadus, mida saab lihaste tehtud tööga siduda.

V6 Magnetväljas liigub prooton piki ringjoone kaari nõnda, et esimeses magnetvälja piirkonnas kõverdub prooton ühte pidi ja teises piirkonnas teistpidi. Piirjuhul, kus prooton jõuab läbi kahe magnetvälja läbib ta teises piirkonnas täpselt poor ringjoone kaarest.

V7 Kaalu näitu mõjutavad kaks asjaolu: ühest küljest suurendab kaalu näitu veesamba ajaühikus üleantud impulss ning teisest küljest suurendab peale valamise lõpetamist näitu veesamba lisandumine kaussi.

V8 Paneme tähele, et sirge kujutis läbi läätse on sirge ning nende lõikepunkt on läätse tasandis. Siinkohal tuleb kasuks ka Thalese teoreem.

V9 Piirkonnas, mis on dioodile lähedal pole mööda plaati leviv soojusenergia õhku jõudnud kaduda. Seal saab mugavalt dioodil eralduva soojusvõimsuse siduda piki plaati leviva soojusvooga vaadeldes dioodiga kontsentrilist silindrit raadiusega r ning kõrgusega t.

V10 Pulga massikeskme nihet on võimalik avaldada otspunktide nihete lineaarkombinatsioonina. Teiseks on massikeskme nihked mõlema kaadri vältel võrdsed.

Lahendused

L1 Kärbes ★ Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 1

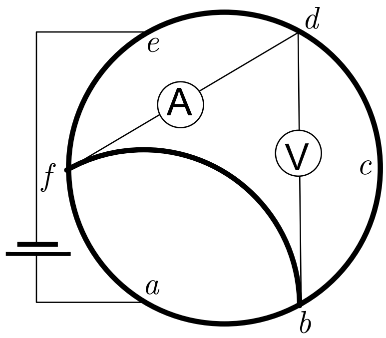
Kärbse ja tema kujutise vaheline kaugus on minimaalne siis, kui kärbes läbib optilist peatelge. Kärbes ja tema kujutis on sel hetkel läätsest kahekordse fookuskauguse kaugusel. Tõepoolest, kärbse ja tema kujutise vahekaugus piki optilist peatelge on minimaalne siis, kui see asub $2f$ kaugusel läätsest (see on tuletatav läätse valemi kaudu) ning lisaks on sellel hetkel kärbse ja tema kujutise nihe piki läätse pinda minimaalne. Kuna nii kärbes kui ka tema kujutis on läätsest sama kaugel, on kujutise suurendus 1, mistõttu kujutise liikumiskiirus on sama, mis kärbse liikumiskiirus, ehk $u = v = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$.

L2 2018 ★ Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 2

Selleks, et kogutakistus oleks $2018\,\Omega$, peaks kaks R_3 takistit ülejäänud takistitega jadamisi olema. Pannes need rööbiti muutuks takistus liiga väikseks. Seega taandub ülesanne $18\,\Omega \pm 0{,}2\,\Omega$ leidmisele nelja takistiga. Üks sobilikest lahenditest on näiteks kahe R_1 ja kahe R_2 rööbiti paigutamine. Sellisel juhul on kogutakistus

$$2R_3 + \frac{1}{\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}} \approx 2018{,}18\,\Omega.$$

L3 Ring ★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 3



Koostame joonisel kujutatud ekvivalentskeemi. Kuna ampermeeter ja voltmeeter on ideaalsed, võime need vastavalt traadiga asendada ja skeemist kõrvaldada. Voltmeeter on kinnitatud punktide b ja d vahele, mille vahel on takistus $2R$. Kirhoffi vooluseaduse tõttu näitab ampermeeter punktist d punkti e kaudu väljuva voolu ja punkti b kaudu siseneva voolu vahet. Niisiis, punktide a ja d (või ekvivalentselt f) vaheline takistus koosneb kahest rööbiti ühendusest ja ühest jadamisi ühendusest. Peale takistuste taandamist leiame, et nende vaheline takistus on $2R/3$. Punktide d ja e vaheline takistus koosneb kahest rööbiti takistusest kogutakistusega $R/2$. Skeemi kogutakistus on seega $7R/6$. Voolutugevus läbi patarei on $I_0 = \mathcal{E}/(7R/6) = 6\mathcal{E}/(7R)$ ning see jaguneb punktist a vasakpoolse ja parempoolse haru vahel vastavate harude takistuste suhte järgi vahekorras 2:1, st paremasse harru läheb vool $I_0/3 = 2\mathcal{E}/(7R)$. Edasi voolab punktist b vool võrdselt punktidesse f ja d ning seega langeb voltmeetrile pinge $U = 2R\mathcal{E}/(7R) = 2\mathcal{E}/7 = 2\,\mathrm{V}$. Kuna punkti e siseneb vool võrdselt harudest d ja f, siis ampermeetri näit on $I_A = I_0/2 - \mathcal{E}/(7R) = 2\mathcal{E}/(7R) = 2\,\mathrm{A}$.

L4 Kahurid ★★

Autor: Erkki Tempel, lahtine, 2018, G 4

Kahurist A tulistatud kuul jõuab haripunkti siis, kui selle vertikaalne kiiruse komponent on 0, ehk ajahetkel $t_0 = v_A \sin\alpha/g = 7\,\mathrm{s}$. Kahurikuulid põrkuvad seega kokku momendil $t_0 + t_1 = 12\,\mathrm{s}$. Sellel hetkel on kahurist A lastud kuuli ja kahuri B horisontaalne vahekaugus $v_A \cos\alpha(t_0 + t_1) - l = v_{Bx} t_1$, kus v_B on kahurist B tulistatud kuuli algkiirus. Niisiis, $v_{Bx} = (v_A \cos\alpha(t_0 + t_1) - l)/t_1 = -91{,}0\,\mathrm{m/s}$. Selleks, et kuulid vertikaaltasandis ajehetkel $t_0 + t_1$ kokku saaksid, peab kehtima

$$v_A \sin\alpha(t_0 + t_1) - \frac{g(t_0 + t_1)^2}{2} = v_y t_1 - \frac{g t_1^2}{2},$$

ehk

$$v_{B_y} = v_A \sin\alpha\left(\frac{t_0}{t_1} + 1\right) - \frac{g(t_0 + t_1)^2}{2t_1} + \frac{g t_1}{2} = 49\,\mathrm{m/s}.$$

Seega,

$$v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = 103\,\mathrm{m/s}.$$

L5 Hiiglane ★★★

Autor: Andres Põldaru, lahtine, 2018, G 5

Võrdleme mõlema hüppaja poolt tehtud tööd. Läbides väikese vahemaa Δl teevad lihased töö

$$\Delta A = F \Delta l.$$

Jõud sõltub hüppaja kõrgusest h ruutsõltuvuse järgi, sest lihaste pindala kasvab lineaarmõõtme ruuduga. Lisaks kasvab läbitud vahemaa võrdeliselt lineaarmõõtmega. Seega lihaste poolt tehtud töö on võrdeline hüppaja pikkuse kuubiga $A \propto h^3$.

Vaatleme nüüd, kui palju potentsiaalne energia muutub. Algselt seisab hüppaja vabalt, seejärel laskub alla vahemaa h_1 võrra ja hüppab üles. Kui hüppe kõrgus on h_2, siis potentsiaalsete energiate vahe hüppe madalaimas ja kõrgeimas punktis on $mg(h_1 + h_2)$. Kuna alg- ja lõpphetkel on hüppaja paigal (kineetiline energia puudub), siis energia jäävuse seaduse järgi peab tehtud töö võrduma potentsiaalse energia muuduga:

$$A = mg(h_1 + h_2) \quad \rightarrow \quad h_2 = \frac{A}{mg} - h_1.$$

Kuna nii mass kui tehtud töö A sõltuvad lineaarmõõtme kuubist, siis jagatis A/m on mõlema hüppaja jaoks sama. Kuna laskumise vahemaa h_1 on võrdeline hüppaja pikkusega, siis tuleb välja, et hüppe kõrgus on suuremal vennal hoopis väiksem.

L6 Magnetväljad ★★★ Autor: Kaarel Hänni, lahtine, 2018, G 6

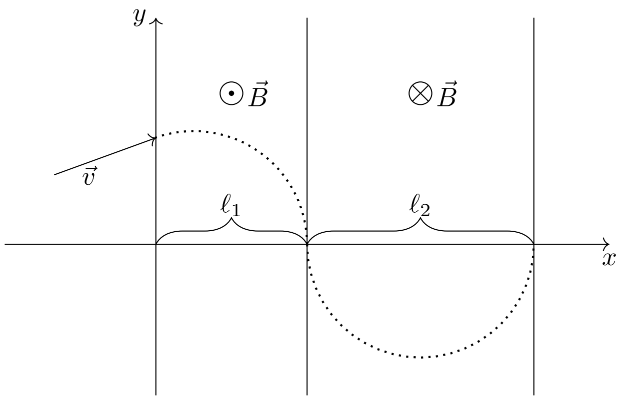
Magnetväljas tugevusega B liigub prooton kiirusega v ringjoonelisel trajektooril raadiusega R. Tsentripetaaljõu ja magnetjõu võrdusest saame avaldada R:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \implies R = \frac{mv}{qB}.$$

Prootoni trajektoor vahemikus $\ell_1 \leq x < \ell_1 + \ell_2$ on ringjoon (täpsemalt ringjoone kaar), mis lõikub sirgega $x = \ell_1$. Et prooton saaks jõuda tasandi parempoolsesse osasse $x \geq \ell_1 + \ell_2$, peab selle trajektoor lõikuma ka sirgega $x = \ell_1 + \ell_2$. Seega peab selle trajektoorile vastav ringjoon lõikuma kahe paralleelse sirgega, mille vahekaugus on ℓ_2. Siit $2R \geq \ell_2$ ehk

$$2\frac{mv}{qB} \geq \ell_2 \implies v \geq \frac{qB\ell_2}{2m}.$$

Kui prooton siseneb teise vahemikku liikudes vertikaalsihis alla kiirusega $v = qB\ell_2/(2m)$, siis selle trajektoor on poolkaar, millel liikudes see jõuab täpselt vahemikust läbi. Kuna $\ell_1 < \ell_2$, siis leidub selline prootoni sisenemisnurk esimesse vahemikku, mille puhul prooton jõuab teise vahemikku. Kui keerata sellest sisenemisnurgast alustades prootoni kiirusvektorit päripäeva, siis vertikaalse vektorini jõudes selle trajektoor enam sirget $x = \ell_1$ ei lõika. Seega mingil hetkel puutub selle trajektoorile vastav ringjoon sirget $x = \ell_1$. Selle sisenemisnurga puhul läbib prooton esimese vahemiku ja siseneb teise vahemikku vertikaalselt alla mineva kiirusega, seega see läbib mõlemad vahemikud. Seega on kiiruse $v = qB\ell_2/(2m)$ puhul prootonil võimalik tasandi vasakpoolsest osast tasandi parempoolsesse osadesse saada. Näitasime juba, et väiksemad kiirused ei tööta, seega minimaalne läbimiskiirus on $v = qB\ell_2/(2m)$.



L7 Kauss veega ★★★ Autor: Krister Kasemaa, lahtine, 2018, G 7

Käsitleme esmalt jõudu, mida põhjustab veesamba impulsi muut kausile, jättes kõrvale veesamba massi, mis langeb kaussi peale valamise lõppemist. Veesammas mõjub kausi põhjale jõuga $F = \Delta p/\Delta t$, kus Δp on kausile üleantud impulss. Olgu vee kiirus vahetult enne põhja vastu põrkumist v ning ajavahemiku Δt jooksul kaussi jõudev vee mass Δm. Eeldades, et vesi jääb kaussi jõudes koheselt seisma, on $\Delta p = \Delta m v$, ehk $F = \Delta m v/\Delta t = \dot{m} v$, kus $\dot{m} = \Delta m/\Delta t$ on vee massi lisandumise kiirus kausile.
Vee kiiruse vahetult enne kaussi jõudmist leiame energia jäävuse seadusest kui $v = \sqrt{2gh}$, st

$$F = \dot{m} v = \dot{m}\sqrt{2gh}.$$

Vee valamine lõpetati hetkel, mil $m_{\text{kausis}} g + F = m_{\text{skaalal}} g$, millest leiame, et vee mass valamise hetkel kausis oli:

$$m_{\text{kausis}} = \frac{m_{\text{skaalal}} g - F}{g} = m_{\text{skaalal}} - \dot{m}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Käsitleme nüüd veesamba massi, mis lisandub kaussi peale valamise lõppemist. Veesamba mass on $m_{\text{veesammas}} = \dot{m} t$, kus t on veesamba kukkumise aeg $t = v/g$. Seega on valamise lõppedes kaussi jõudva vee mass

$$m_{\text{veesammas}} = \dot{m}\Delta t = \dot{m}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

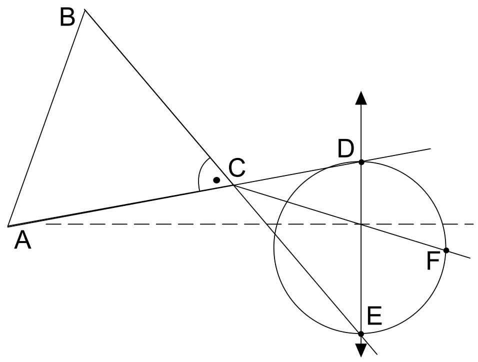
Kaussi jõudva vee mass M on niisiis

$$M = m_{\text{kausis}} + m_{\text{veesammas}} = m_{\text{skaalal}} - \dot{m}\sqrt{\frac{2h}{g}} + \dot{m}\sqrt{\frac{2h}{g}} = m_{\text{skaalal}}.$$

Teisisõnu kaalu lugem ei muutu.

L8 Kolmnurk ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 8

Tähistame kolmnurga kujutise tähtedega ABC (vt joonist) ja olgu täisnurkse tipu kujutisele C vastav originaal punktis F. Paneme tähele, et sirge kujutis on sirge ning need kaks sirget lõikuvad läätse tasandis. Lõikugu küljega AC määratud sirge läätse tasandiga punktis D ning olgu selle sirge kujutis sirge DF. Analoogselt defineerime sirge BC abil punkti E ja sirge FE. Et $\angle DFE$ on ülesande tingimuse kohaselt täisnurk, siis peab see asuma ringjoonel, mis on ehitatud lõigule DE kui diameetrile. Teisest küljest punktist C läbi läätse keskpunkti tõmmatud kiir läätses ei murdu ja seetõttu peab punkt F asuma sellel kiirel. Niisiis leiamegi otsitava punkti F kui antud kiire ja ringjoone lõikepunkti.



L9 Õhkjahutus ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 9

Piirkonnas, mis on dioodile lähedal ja kus seetõttu mööda plaati leviv soojusenergia pole veel jõudnud õhku kaduda, on soojusvoog leitav vaadeldes dioodiga kontsentrilist silindrid raadiusega r ja kõrgusega t:

$$P_s = 2\pi r t k \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = 2\pi t k \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\ln r},$$

kus P_s on soojusena dissipeeruv soojusvõimsus ning kasutasime $r^{-1}\,\mathrm{d}T/\mathrm{d}r = \mathrm{d}T/\mathrm{d}\ln r$. Näeme, et selles piirkonnas, kus antud eeldus kehtib, peab graafik olema sirgjoon ja selle tõus võrduma $\tan\alpha = 2\pi t k$. Graafikul on väikeste r väärtuste juures tõepoolest selline piirkond olemas ning graafiku puutuja tõus on seal $\tan\alpha \approx 23{,}5\,\mathrm{K}$. Seega $P_s = kt \cdot 23{,}5\,\mathrm{K} \approx 28{,}5\,\mathrm{W}$. Kiiratud võimsus $P_k = P - P_s$ ning kasutegur $\eta = P_s/P \approx 0.43$.

L10 Pulk ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lahtine, 2018, G 10

Esimese ja teise kaadri intervalli jooksul pöördus pulk sama nurga võrra, see tähendab, et peaaegu horisontaalne pulga asend peab pärinema keskmiselt kaadrilt ja ülejäänud asendid on ca $\pm 140^\circ$ võrra pööratud. Üldsust kitsendamata võime eeldada, et vasak alumine asend vastab esimesele kaadrile (kui see vastab tegelikult viimasele, siis vaatleme pulga liikumist tagurpidi kulgevas ajas). Jooniselt teeme kindlaks, et esimese kaadriintervalli jooksul nihkus pulga peenem ots horisontaalsihis paremale ca $p_1 = 155\,\mathrm{cm}$ võrra ja jämedam ots $j_1 = -20\,\mathrm{cm}$ võrra. Kuna kindla pulga punkti horisontaalne nihe esimese kaadriintervalli jooksul s_1 on lineaarne funktsioon selle punkti kaugusest x pulga jämedamast otspunktist (sest pulk on esimeses lähenduses sirgjoon), siis

$$s_1 = p_1 \frac{x}{L} + j_1 \left(1 - \frac{x}{L}\right),$$

kus L tähistab pulga pikkust. Analoogselt leiame nihked teise kaadriintervalli jaoks $p_2 = -105\,\mathrm{cm}$ ja $j_2 = 75\,\mathrm{cm}$ ning

$$s_2 = p_2 \frac{x}{L} + j_2 \left(1 - \frac{x}{L}\right).$$

Kuna massikeskme horisontaalne kiiruskomponent ei muutu, siis $s_1 = s_2$, millest

$$\frac{x}{L}(p_1 - p_2 + j_2 - j_1) = j_2 - j_1 \rightarrow x = L\frac{95}{355} \approx 27\,\mathrm{cm}.$$

Teeme nüüd jooniselt kindlaks massikeskme vertikaalsihilised nihked: $v_1 = 45\,\mathrm{cm}$ ja $v_2 = -50\,\mathrm{cm}$. Olgu kaadriintervall τ; massikeskme keskmine kiirus esimese kaadriintervalli jooksul oli v_1/τ ja teise jooksul v_2/τ ning muutus $(v_2 - v_1)/\tau = -g\tau$, seega $\tau = \sqrt{(v_1 - v_2)/g} \approx 0{,}31\,\mathrm{s}$.

Autorite loetelu

TODO