

180 EESTI FÜÜSIKAOLÜMPIAADI PÕHIKOOLI ÜLESANNET AASTATEST 2006 – 2020?

koos vihjete ja lahendustega

Koostas Raimond Pääru

2019

© Autoriõigused: ...

Toimetas ja kontrollis Roland Erich Uriko
Kirjastanud Tallinna Tehnikaülikooli eelõppeosakond

Sisukord

Sissejuhatus	3
Ülesanded	4
Elektriõpetus	4
Mehaanika	15
Soojusõpetus	34
Valgusõpetus	41
Võnkumine	56
Vihjed	58
Lahendused	75

Sissejuhatus

Siia on koondatud 180 põhikooli ülesannet Eesti füüsikaolümpiaadi piirkonnavoorudest ja lõppvoorudest. Igale ülesandele on juurde kirjutatud lühike vihje. Juhul kui õpilane jääb ülesannet lahendades toppama, on tal võimalik vihjet lugeda ning teisele katsele minna.

Ülesanded on jaotatud teemade kaupa ning teemasiseselt raskuse järgi. Raskustaset tähistatakse kuni viie tärniga. Ülesannete lihtsamaks otsimiseks on ülesannete numbrite ette pandud Ü vihjete ette V ja lahenduste ette L. Näiteks ülesande 69 teksti number on kujul Ü69. Iga ülesande juures on kirjas ka selle autor (kui see on teada) ning olümpiaadi vooru lühinimetus, lisaks lühendid P 1, G 1 jne, kus tähed tähistavad põhikooli- ja gümnaasiumiastet. Näiteks P 9 viitab põhikooliastme 9. ülesandele.

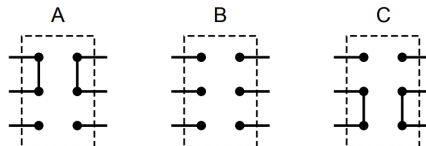
Ülesanded

Elektriõpetus

Ü1 Lüliti ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 3

Juku tahab ehitada seadet, mis elektrimootori jõul kardinaid akna ette või eest ära tõmbaks. Selleks võttis ta elektrimootori, lüliti ja suure patarei. Kasutatud lüliti võib olla kolmes asendis ja sellel on 6 klemmi. Lambi ja patareiga katsetades sai Juku teada, et erinevates asendites (A, B või C) ühendab lüliti klemme kokku joonisel kujutatud viisil. Mootor muudab suunda, kui temaga ühendatud patarei klemmid ära vahetada. Kuidas peaks ühendama lüliti, patarei ja mootori, et lüliti erinevate asendite korral pöörleks mootor ühtepidi, teistpidi või oleks paigal? Joonistage kaks elektriskeemi, kus on lüliti erinevalt kasutatud.



Ü2 Takistid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2006, P 6

On kaks takistit. Kui ühendada alalispinge-allikaga eraldi esimene takisti, siis sellel eraldub võimsus $P_1 = 10 \text{ W}$. Kui ühendada eraldi teine takisti, siis takistil eraldub võimsus $P_2 = 15 \text{ W}$. Kui suur summaarne võimsus eraldub pingesallikaga ühendatud takistitel, kui nad ühendada omavahel: a) rööbiti; b) jadamisi?

Ü3 Takistite ühendused ★

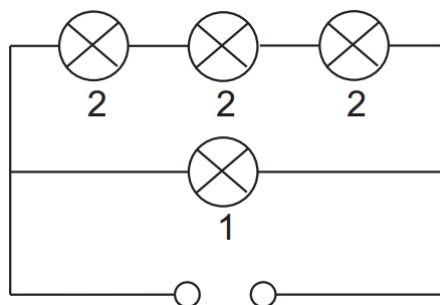
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2008, P 5

Antud on kolm takistit väärtustega $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ ja $R_3 = 3 \Omega$. Milliseid erinevaid kogutakistuse väärtusi võib saada neid omavahel kahe- või kolmekaupa kõikvõimalikel viisidel ühendades?

Ü4 Pirnid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2009, P 7

Urmol oli neli pirni, neist kolm uhesugused. Kui Urmo ühendas pirnid joonisel kujutatud viisil tundmatu pingesallikaga, põlesid nad kõik sama võimsusega. Pirnil 1 oli kirjas "10 W". Mis oli kirjas pirnidel 2, kui on teada, et kõik pirnid on sama nimipingega? Lambi takistuse sõltuvusega temperatuurist mitte arvestada.



Ü5 Traat ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2010, P 5

Mikk tahtis teada, kui pikk on pooliks keritud üliõhukese isolatsioonikihiga kaetud raudtraat. Kuna Mikk oli lõpetamas põhikooli, otsustas ta traadi pikkuse määramiseks kasutada oma füüsikateadmisi. Ta võttis traatpooli kooli kaasa ja pärast tunde tegi füüsikakabinetis vajalikud mõõtmised. Selgus, et traadi mass $m = 400 \text{ g}$. Pinge $U = 4 \text{ V}$ rakendamisel traadi otstele tekkis traadis vool tugevusega $I = 0,2 \text{ A}$. Ta leidis füüsikaliste suuruste tabelitest, et raua tihedus $d = 7850 \text{ kg/m}^3$ ja raua eritakistus $\rho = 0,098 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Arvutage traadi pikkus.

Ü6 Vaskrõngas ★

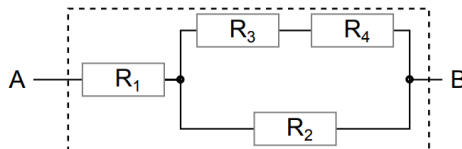
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 5

Vasktraadist rõngas ühendatakse vooluringi punktide A ja B kaudu. Rõnga ümbermõõt $l = 60 \text{ cm}$, traadi läbimõõt $d = 0,1 \text{ mm}$ ja eritakistus $\rho = 0,017 \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$. Kui suur on punktide A ja B vaheline pingeline, kui rõnga lühema kaare pikkus on $1/3$ rõnga ümbermõõdust ja voolutugevus rõngast vooluallikaga ühendavates juhtmetes $I = 0,2 \text{ A}$?

Ü7 Küttekeha ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 6

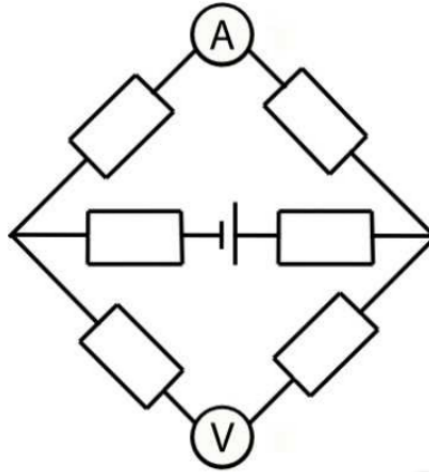
Juku tahab endale ehitada võimalikult võimsat veekeetjat. Selleks on tal küttekeha alusplaat, millele saab ühendada takisteid nagu näidatud joonisel, ja 4 takistit, mille takistused on 30Ω , 20Ω , 15Ω ja 10Ω . Kuidas peaks ta takistid plaadil olevatesse pesadesse paigutama, et saavutada maksimaalne võimsus, kui seadet toidetakse pingega 230 V , ja pingeline rakendatakse kontaktide A ja B vahele? Kui suur on see maksimaalne võimsus?



Ü8 Skeem ★

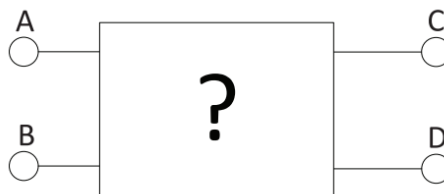
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 2

Leidke joonisel toodud mõõteriistade näidud. Vooluallika pinge on U , kõikide takistite takistused on R ning mõõteriistad on ideaalsed.

**Ü9 Must kast ★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 5

Kui joonisel näidatud musta kasti klemmide A ja B külge ühendada patarei pingega U ja klemmide C ja D külge voltmeeter, on voltmeetri näit U . Kui ühendada sama patarei klemmide C ja D külge ning voltmeeter klemmide A ja B külge, on voltmeetri näit $U/2$. Teades, et mustas kastis on ainult identsed takistid, joonistage musta kasti skeem!

**Ü10 Takistite võimsused ★**

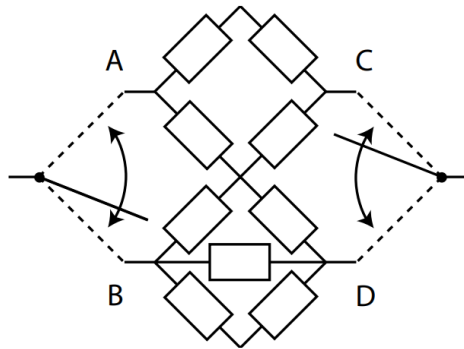
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 6

Vooluallikaga muutumatu pingega U ühendati kaks takistit. Kui takistid olid ühendatud jadamisi, oli voolu võimsus vooluringis 2 W . Kui takistid olid ühendatud rööbiti, oli voolu võimsus vooluringis 9 W . Arvuta voolu võimsus nendel kahel juhul, kui sama vooluallikaga on ühendatud ainult üks või teine takisti.

Ü11 Elektriskeem ★

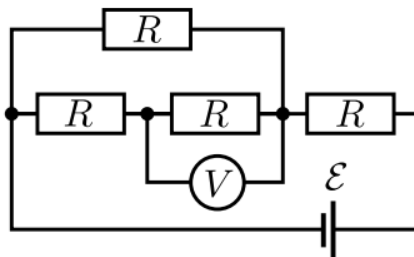
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 8

Mitu korda erineb süsteemi maksimaalne ja minimaalne takistus sõltuvalt lülitite asendist? Esimene lüliti saab olla kas asendis A või B ning teine lüliti asendites C või D . Kõikide takistite väärtused on $R = 1\ \Omega$.

**Ü12 Voltmeeter ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 4

Voltmeeter on ühendatud joonisel näidatud viisil skeemi, mis koosneb neljast ühesugusest takistist R ning patareist pingega $E = 9\text{ V}$. Leidke voltmeetri näit.

**Ü13 Mõõtepiirkond ★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 3

Jüri soovis suurendada oma milliampermeetri mõõtepiirkonda. Tema mõõteriista takistus oli $R_A = 3,0\ \Omega$ ning mõõtepiirkond $0 - 50\text{ mA}$. Jüri konstoreeris uue mõõteriista, ühendades milliampermeetriga rööbiti takisti, mille tegemiseks oli ta kasutanud $s = 2,0\text{ mm}$ läbimõõduga $l = 20\text{ m}$ pikkust konstantaantraati, mille eritakistus $\rho = 0,50\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$. Uue mõõteriistaga voolutugevust mõõtes näitas milliampermeeter $I = 35\text{ mA}$. Kui suur oli tegelik vool uues mõõteriistas? Kui suur on uue mõõteriista mõõtepiirkond?

Ü14 Juhtmed ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 4

Saarevaht saab elamiseks vajaliku elektrienergia katusele paigaldatud päikeseelementidest, mille energia salvestatakse majas asuvasse akusse. Majast kaugusel $l = 50\text{ m}$ paikneb veinikelder, kuhu saarevaht kogub kaldale uhutud rummipudeleid. Et ka öisel ajal oleks võimalik pudelite etikette selgelt välja lugeda, otsustab saarevaht keldrisse paigaldada hõõglambipirni nimipingega $U = 12\text{ V}$ ja nimivõimsusega $P = 25\text{ W}$ ning vedada majast keldrini toitejuhtmed, milleks on saarevahil paraku vaid kasutada valvesüsteemides kasutatav peenike vaskjuhe eritakistusega $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot m$ ja ristlõikepindalaga $S = 0,20\text{ mm}^2$. Arvutage, millise võimsusega hakkab põlema keldrisse paigaldatud hõõglamp, kui pinge aku klemmidel on $E = 13\text{ V}$. Pirni takistuse sõltuvust temperatuurist ei ole vaja arvestada.

Ü15 Must kast ★

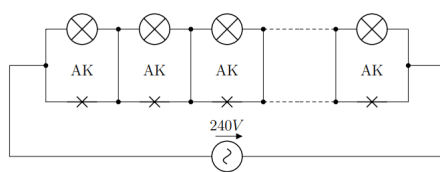
Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 6

Kahe väljundklemmiga mustas kastis on mingil viisil ühendatud kolm ühesuguse takistusega takistit ja üks lüliti. Kui mõõta väljundklemmide vahelist takistust, siis sõltuvalt lüliti asendist on tulemuseks kas $15\ \Omega$ või $20\ \Omega$. Leidke, kuidas on ühendatud takistid ja lüliti ning milline on takisti takistus.

Ü16 Antikaitse ★

Autor: Kaur Aare Saar, piirkonnavor, 2020, P 9

Antikaitse (joonisel AK) on seade, mis enne aktiveerumist käitub kui avatud lüliti (väga suure takistusega takisti). Kui aga antikaitsele rakendada kõrge pinge, siis see aktiveerub, ning pärast seda käitub jäädavalt kui suletud lüliti. Antikaitseid kasutatakse näiteks jadamisi ühendatud jõuluküünaldes, et tagada pärast ühe lambi katkimineku teiste lampide töötamine. Joonisel on elektriskeem, milles on kokku $n = 16$ jadamisi ühendatud ühesugust küünalt. Pinge skeemi otstel $V = 240\text{ V}$. Iga küünal on ühendatud rööpselt antikaitsega. Hetkel $t = 0$ küünal A puruneb. Eeldada, et antikaitse aktiveerub, kui sellele on rakendunud pinge, mis on kõrgem kui 21 V kauemaks kui $\tau = 1\text{ ms}$, ja et iga küünal on ette nähtud töötama pingel kuni 24 V . Kirjeldage, kuidas muutuvad pinged lampide klemmidel lambi A katkimineku käigus. Milline on minimaalne lampide arv, mis saavad korraga põleda?



Ü17 Elektriküünlad ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 7

Miku ehtis jõulude ajal kuuse elektriküünaldegaga, milles jadamisi oli ühendatud 20 lampi nimepingega 12 V ja nimivõimsusega 15 W . Paari päeva pärast põles üks lampidest läbi. Kuna Mikul samasugust lampi ei olnud, asendas ta läbipõlenud lambi ema õmblusmasina lambiga, mille nimivõimsus oli samuti 15 W , kuid nimipinge 220 V . Mitu korda muutus lambi vahetuse tõttu elektrivoolu võimsus teistes lampides ning millise eredusega põlesid pärast lambi vahetust teised lambid? Pinge elektriküünalde pistiku otstel oli 220 V . Eeldada, et lambi takistus ei sõltu temperatuurist ja pingest.

Ü18 Mobiililaadija ★★

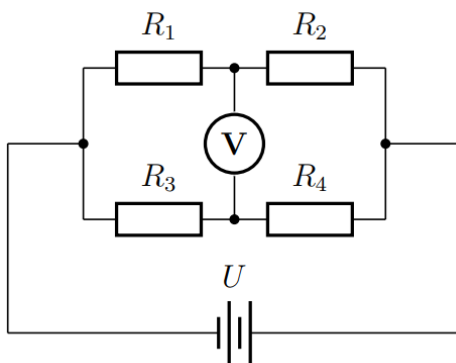
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 8

Leiutajad on pakkunud välja toreda seadme matkainimestele oma telefoni laadimiseks. Ühe saapa talle sisse pannakse mehhanism, mis toimib amortisaatorina. Iga kord kui kannale toetutakse, muundatakse mehaaniline töö väikese elektrigeneraatori abil elektrienergiaks. Oletame, et matkaja mass $m = 60\text{ kg}$ ja ühe sammu ajal vajub tald kokku $h = 5\text{ mm}$ võrra. Antud seadme kasutegur $\eta = 0,2$. Matkaja keskmiseks sammupaari pikkuseks ehk kahe järjestikuse samale kannale astumise vahemaaks võtame $d = 1,5\text{ m}$. Nüüd tuleb vaid ühendada telefon juhtmega saapa külge ja aku laadimine võib alata. Arvestage, et tüüpilises nutitelefonis on liitium-polümeer aku, mis töötab pingel $U = 3,7\text{ V}$. Samuti arvestage, et kui telefon töötab keskmisel voolutugevusel $I_k = 130\text{ mA}$, suudaks aku vastu pidada $T = 10$ tundi. Arvutage, kui pika maa peab matkaja maha kõndima, et tühi telefoni aku uuesti täis laadida.

Ü19 Voltmeeter ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 3

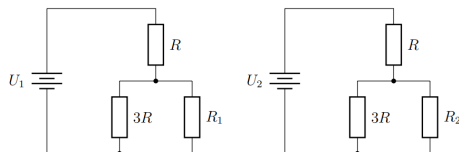
Kui suur on pinge, mida näitab voltmeeter (vt joonis)? Voltmeetri takistus on väga suur. Takistite takistused on vastavalt $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 85\ \Omega$, $R_3 = 25\ \Omega$ ja $R_4 = 175\ \Omega$. Pinge vooluallika klemmidel on $U = 20\text{ V}$.



Ü20 Kaks skeemi ★★

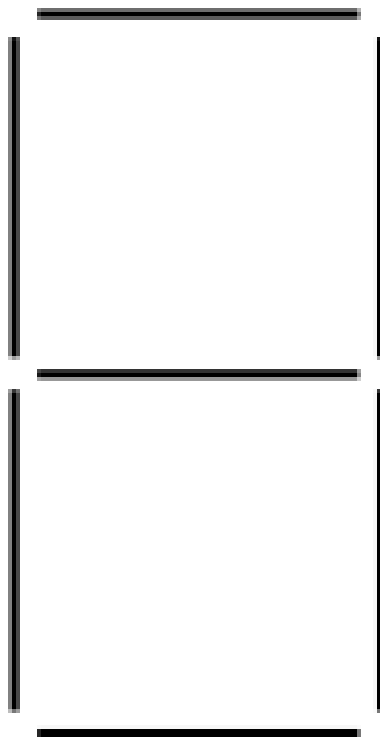
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 6

Antud on kaks elektriskeemi (vt joonis), mis erinevad ühe takisti takistuse ja patarei pinge väärtuste poolest. Teada on, et mõlemal skeemil läbib takistit R sama suur vool, kuid esimesel on takistit R_1 läbiva voolu tugevus kaks korda suurem kui takistit $3R$ läbiva voolu tugevus ja teisel takistit R_2 läbiva voolu tugevus viis korda suurem kui takistit $3R$ läbiva voolu tugevus. Leida, kumma patarei pinge on suurem ning kui mitu korda.

**Ü21 Kaheksa ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 9

Juku paigutab takisteid takistusega R number 8 kuju järgi, nagu näidatud joonisel. Kõik takistid, millel on üks ühine punkt, on elektriliselt ühendatud. Juku mõõdab kõikvõimalike punktide vahel takistust. Millise vähima väärtuse ja milliste punktide vahel ta saab? Lahenduses vaadake läbi kõik võimalikud juhud.



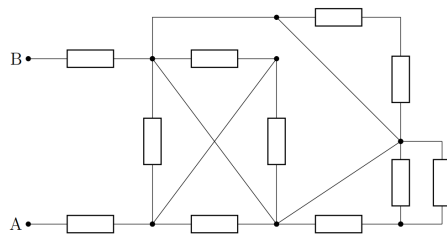
Ü22 Jõulutuled ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 8

Jüri jõulukuuse valgustus koosnes 20 lambist. Iga lamp oli arvestatud pingele 12 V ning võimsuseks oli 1 W. Jõuluõhtul põles üks lampidest läbi ning kogu jõulukuuse valgustus kustus. Jüri leidis kiiresti riknenud lambi, kuid uut sellist tema sahtlites ei olnud. Küll leidis ta aga oma sahtlitest kaks sama välimusega lampi, mis mõlemad oli arvestatud pingele 24 V. Ühe lambi võimsuseks oli 1 W, teise lambi võimsuseks 5 W. Jüri arvutas veidi ning keeras pesasse ühe lampidest. Kumma lambi ta kasutusele võttis, et kuuse valgustus säraks peaaegu sama kaunilt (võimalikult sarnase võimsusega) kui enne ühe lambi läbipõlemist? Pinge Jüri korteri seinakontaktis on 240 V. Lampide takistuse sõltuvust temperatuurist pole tarvis arvestada. Lisa Jüri valiku põhjendus.

Ü23 Takistid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 8

Leidke takistus punktide A ja B vahel. Iga takisti takistus on R .**Ü24 Pinge mõõtmine ★★**

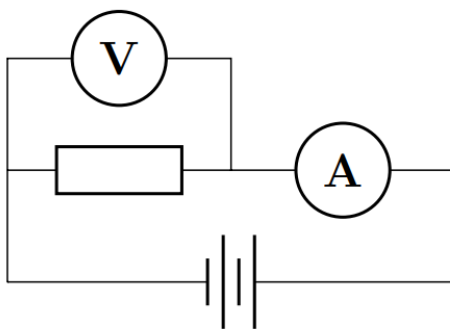
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 9

Kolm takistit väärtustega $R_1 = 5000 \Omega$, $R_2 = 3000 \Omega$ ja $R_3 = 1000 \Omega$ on ühendatud jadamisi. Pinge takistite jada otstel on $U = 100 \text{ V}$. Mõõtes voltmeetriga pinget takisti R_2 klemmidel, saadi pinge väärtuseks $U_2 = 23,8 \text{ V}$. Kui suurt pinget näitab sama voltmeeter siis, kui see ühendada takisti R_1 klemmidega?

Ü25 Takisti ★★

Autor: Jonathan Kalmus, piirkonnavor, 2018, P 6

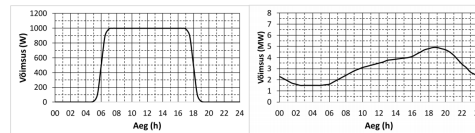
Juku tahab mõõta tundmatu takisti väärtust. Selleks ühendab ta takistiga rööbiti voltmeetri ning ampermeetri jadamisi nagu näidatud joonisel. Ampermeetri näit $I = 15 \text{ mA}$ ning voltmeetri näit $U = 5 \text{ V}$. Voltmeetri takistus $R_V = 1000 \Omega$. Leidke tundmatu takisti väärtus.



Ü26 Päikesepaneelid ★★

Autor: Jonathan Kalmus, lõppvoor, 2018, P 3

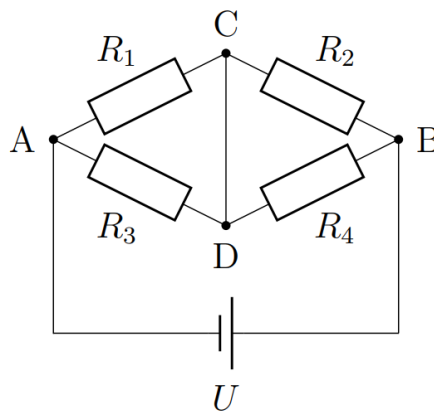
Vasakpoolsel joonisel on toodud ühe päikesepaneeli tootmisvõimsus ööpäeva lõikes ning parempoolsel joonisel linna tarbimisvõimsus ööpäeva lõikes. Hinnata, mitu taolist päikesepaneeli on vaja, et katta kogu linna energiavajadus ööpäeva jooksul. Kui suur peab olema minimaalselt linna energiamahuti, et ööpäevast kõikumist tootmise ja tarbimise vahel kompenseerida?



Ü27 Vooluring ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 7

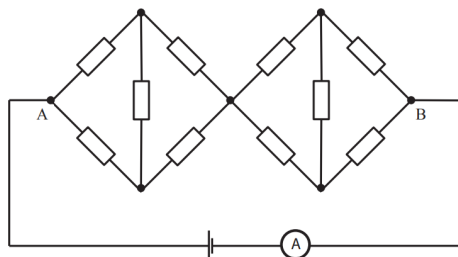
Vooluringis on neli takistit väärtustega $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 6\Omega$ ja $R_4 = 7\Omega$. Punktide C ja D vahel on juhe, mille takistus on 0Ω . Punktide A ja B vahele on rakendatud pinge suurusega $U = 18\text{ V}$. Kui suur on voolutugevus juhtmes CD ?



Ü28 Elektriskeem ★★

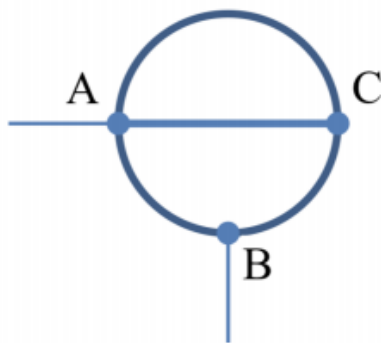
Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 7

Kõigi vooluringis olevate takistite takistus on sama suur. Kui suur on takisti takistus, kui vooluallika pinge $U = 3\text{ V}$ korral näitab ampermeeter voolutugevuseks $I = 1\text{ A}$.

**Ü29 Kontuuri takistus ★★**

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 7

Kõrvaloleval joonisel esitatud kujund on valmistatud ühesugusest traadist. Kujundi diameetri pikkuse traadijupi elektriline takistus $R = 1\ \Omega$. Kui suur on voolutugevus kujundi diameetris AC , kui pinge punktide A ja B vahel $U = 1,5\text{ V}$.

**Ü30 Mikrokuumuti ★★**

Autor: Valter Kiisk, lõppvoor, 2019, P 9

Mikrokuumuti kujutab endast miniatuurset küttekeha, mis on kantud elektrit mittejuhtiva alusmaterjali pinnale. Küttekeha takistus toatemperatuuril ($t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$) $R_0 = 50\ \Omega$. Pärast pinge $U_1 = 1\text{ V}$ rakendamist saadi voolutugevuseks $I_1 = 12\text{ mA}$ ning kuumuti temperatuur saavutas väärtuse $t_1 = 420\text{ }^\circ\text{C}$. Küttekeha takistus selles temperatuurivahemikus sõltub lineaarselt temperatuurist, st $R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$, kus α on konstant. Eeldage, et soojuskadude võimsuse on võrdeliseks küttekeha temperatuuri ja toatemperatuuri vahega, st $P_t = k(t - t_0)$, kus k on konstant. 1) Leidke konstantide α ja k väärtused. 2) Hinnake võimalikult täpselt kuumuti temperatuur pingel $U = 0,7\text{ V}$.

Mehaanika

Ü31 Trepp ★

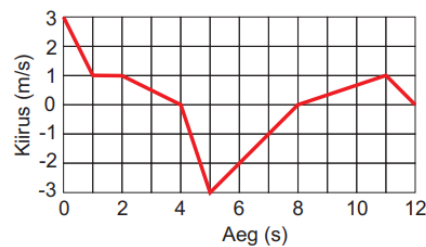
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 1

Juku kõndis vanaema Juulaga trepist üles. Juku kõndis trepist üles kiirusega v_1 (korrust/minutis). Kui ta jõudis viiendale korrusele, siis hakkas ta alla tulema kiirusega v_2 . Juku ja vanaema kohtusid teisel korrusel. Mitmendale korrusele jõuaks Juku ajaga, mis vanaemal kulub viiendale korrusele minekuks? Juku liigub trepist alla kaks korda kiiremini kui üles. Maja esimene korrus asus maapinnal.

Ü32 Liikumine ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2011, P 2

Graafikul on kujutatud liikuva keha kiiruse sõltuvust ajast. Kui suur oli vaadeldava aja jooksul keha suurim kaugus algasendist? Kui kaugel oli keha algasendist vaadeldava ajavahemiku lõpus?



Ü33 Võidusõiduautod ★

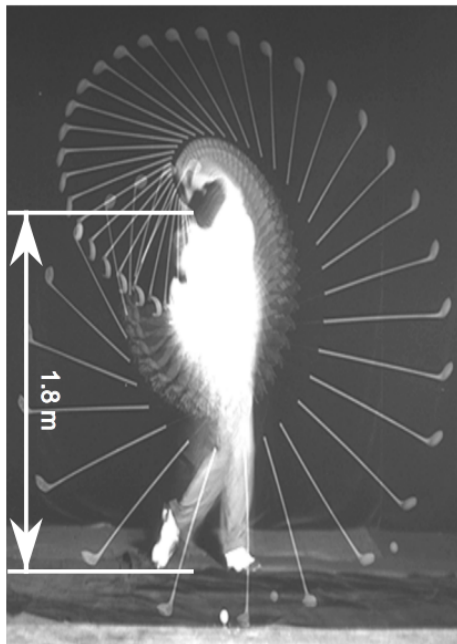
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 6

Võidusõiduauto keskmine kiirus ringrajal peetud treeningu jooksul oli $v = 50 \text{ m/s}$. Kui arvutati peale esimese ja teise kõikide ulejäänud sõidetud ringide keskmine kiirus, leiti, et see oli täpselt sama, 50 m/s . Esimese ringi läbimiseks kulus aega $t_1 = 107 \text{ s}$. Kui palju aega kulus teise ringi läbimiseks? Ühe ringi pikkus oli $l = 5150 \text{ m}$.

Ü34 Golfilöök ★

Autor: Tundamtu autor, lõppvoor, 2012, P 2

Sarivõttega pildistati golfimängijat nii, et iga kahe pildi vahel oli ajavahemik $\tau = 16$ ms. Hinnake golfipalli algkiirust joonise abil. Pall liigub risti vaatesuunaga. Allpool on pilt.

**Ü35 Jõe ületamine ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 1

Paat sõitis üle jõe, mille laius oli $d = 120$ m, nii, et paadi siht oli kogu aeg risti jõega. Kui suur pidi olema paadi keskmine kiirus jõevoolu suhtes, kui on teada, et paadi maabumiskoht teisel kaldal asetses $s = 12$ m lähtekohast allavoolu? Vee voolukiirus jões oli $u = 0,8$ m/s.

Ü36 Ringrada ★

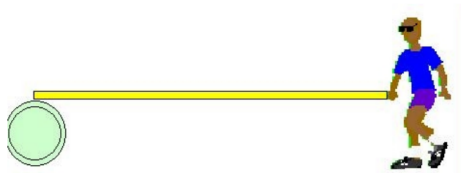
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 1

Juhan, Kalle ning Lauri sõidavad ringrajal jalgratastega võidu. Kõik kolm stardivad korraga ühest kohast ning iga rattur sõidab muutumatu kiirusega. On teada, et Kalle teeb Juhanile ringi sisse siis, kui Kalle on just lõpetanud viienda ringi. Lauri teeb Kallele ringi sisse siis, kui Lauri on just lõpetanud kuuenda ringi. Mitu ringi oli Juhan sõitnud, kui Lauri temast esimest korda ringiga möödus?

Ü37 Laua lükkamine ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2014, P 2

Mees hoiab ühest otsast lauda, mille teine ots lebab külili maa peal oleval tühjal vaadil. Laua lükkamisel hakkab vaat pöörlema ja liikuma mööda horisontaalset maapinda. Vaat maapinnal ei libise, samuti ei libise ka laud vaadil. Kui pika maa peab maha kõndima lauda lükkav mees, et jõuda vaadini? Laua pikkus on 6 meetrit.

**Ü38 Helilaine ★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 1

Rõngas on kokku keevitatud kahest eri metallist poolrõngast. Rõnga raadius on R . Heli levib ühes metallis kiirusega v_1 ja teises metallis kiirusega v_2 . Kui suure ajavahemiku pärast kohtuvad helilained, mis tekitatakse haamrilöögiga ühe keevituskoha pihta?

Ü39 Kera vees ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2015, P 2

Kausis on vesi ja selles kera, mis puudutab põhja. Vett on kausis nii palju, et pool kerast on veest väljas. Kera mõjub põhjale jõuga, mis võrdub $\frac{1}{3}$ kera raskusjõust. Kui suur on kera aine tihedus? Vee tihedus on $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Ü40 Rong ★

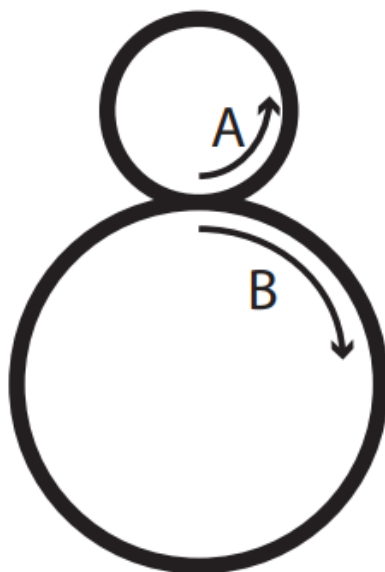
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 2

Jaamast sõitu alustanud kaubarong kiirendas ühtlaselt ja saavutas $t_1 = 15$ minutiga kiiruse $v = 80 \text{ km/h}$. Sõitnud $t_2 = 2,5$ tundi ühtlase kiirusega, hakkas ta pidurdama ja ühtlaselt kiirust vähendades peatus $t_3 = 10$ minuti pärast järgmises jaamas. Kui suur oli rongi keskmine kiirus jaamadevahelisel teel?

Ü41 Kaheksa ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2018, P 2

Kaheksakujulisel ringrajal alustavad kaks drooni võidusõitu ringide ühenduskohast nooltega A ja B näidatud suundades. Mõlema drooni trajektoorid on kaheksakujulised. Kaheksa ülemise osa pikkus on $l_A = 60 \text{ m}$ ning alumise osa pikkus $l_B = 200 \text{ m}$. Mõlemad droonid lendavad kogu aeg ühtlase kiirusega. Esimese drooni kiirus on $v_A = 10 \text{ m/s}$ ning teise drooni kiirus $v_B = 8 \text{ m/s}$. Kui suure teepikkuse s on läbinud droon A , kui droonid uuesti kohtuvad?



Ü42 Rongid ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2019, P 1

Kahe linna vaheline kaugus mööda raudteed on 900 km. Linnast *A* väljub kell 22 kaubarong linna *B* suunas. Kaubarong sõidab ühtlase kiirusega 90 km/h. Kolm tundi pärast väljumist teeb rong ühes jaamas poole tunnise peatuse, et lasta endast mööda kiirrong. Pärast seda jätkab kaubarong sõitu endise kiirusega. Kaks tundi pärast kaubarongi väljumist väljub linnast *B* kiirrong linna *A* suunas. Kiirrong liigub peatusteta keskmise kiirusega 144 km/h. Mis kell ja kui kaugel jaamast *A* rongid kohtuvad?

Ü43 Päästerõngas ★

Autor: EFO žürii, lõppvoore, 2020, P 1

Juku tahtis kontrollida oma füüsikaalaste teadmiste õigsust. Ta leppis kokku isa ja tolle sõbraga, et nad sõidaksid paatidega suhteliselt pikal sirgel jõelõigul teineteise vastu muutumatute kiirustega. Kohtumise hetkel visatakse kummastki paadist välja päästerõngas, sõidetakse edasi täpselt 3 minutit, siis pööratakse ümber ja jätkatakse sõitu mootori sama võimsusega. Kumb paatidest jõuab enne päästerõngani? Esialgu vastuoolu sõitva paadi kiiruseks on kohtumise hetkel 12 km/h ja allavoolu sõitva paadi kiiruseks 20 km/h.

Ü44 Varras ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 4

Sirge ühtlane varras on ühest otsast jäigalt kinnitatud. Kui varda vabale otsale rakendatakse risti vardaga jõud F_0 , murdub varras kinnituskohast. Nüüd asetatakse kaks korda pikema varda mõlemad otsad tugelele ning varda keskkohale hakatakse risti vardaga jõudu rakendada. Millise jõu F korral ja kustkohast murdub varras seekord?

Ü45 Lauatennisepall ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 5

Lauatennisepall läbimõõduga $d = 30$ mm ja massiga $m = 5$ g suruti vette sügavusele $H = 30$ cm. Kui pall sel sügavusel lahti lasti, hüppas see veest välja kõrgusele $h = 10$ cm. Kui palju energiat muundus siseenergiaks palli ja vee hõõrdumise tõttu? Hõõrdumist õhuga lugeda tühiseks, vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü46 Kolksatused ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2012, P 5

Raudteerööbas on 25 m pikk. Kui pika aja vältel tuleks lugeda vaguni ühe telje rataste kolksatusi, et nende arv võrduks vaguni kiirusega kilomeetrites tunnis?

Ü47 Tünn ★

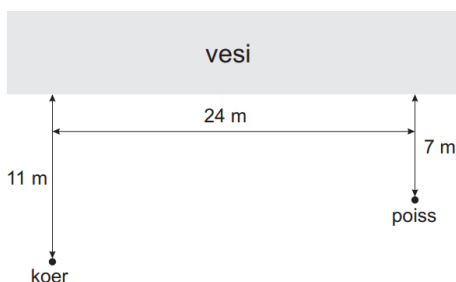
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2012, P 7

Vees ujuva tühja plekktünni ruumalast on $\frac{1}{10}$ vee sees. Pärast tünni täitmist tundmatu vedelikuga jääb tünn vee peale ujuma, kuid nüüd on vee sees $\frac{9}{10}$ tünni ruumalast. Kui suur on tünni valatud vedeliku tihedus? Vee tihedus on $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Ü48 Koer ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 4

Poiss on koos oma koeraga rannas. Joonisel kujutatud hetkel kutsub ta koera enda juurde, kuid koer soovib teel poisi juurde korraks ka veest läbi hüpata. Millise minimaalse ajaga jõuab ta sel juhul poisini? Koer jookseb kiirusega $v = 4,0 \text{ m/s}$.



Ü49 Ujuv anum ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 1

Risttahukakujulisse anumasse põhja pindalaga S_1 asetatakse ujuma väiksem risttahukakujuline anum põhjapindalaga S_2 . Selle tulemusel tõusis veetase suures anumal kõrguse Δh võrra. Siis hakati väiksemasse anumasse vett valama. Milline on minimaalne kaugus väiksemas anumal oleva vee pinna ja väikese anuma ääre vahel nii, et see veel ei upuks?

Ü50 Bussid ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 3

Jalgrattur Rein tegi maantee ääres trenni. Mööda teed tulid talle vastu bussid, mis lahkusid algpeatusest iga 15 minuti tagant. Vähemalt mitu bussi tuli Reinule tree-ningu jooksul vastu, kui ta sõitis 30 km/h ja läbis 120 km? Busside sõidukiirus oli 90 km/h .

Ü51 Parv ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 5

Tiigivees asetseb männipuidust parv pindalaga $S = 3 \text{ m}^2$. Parvel lamab inimene massiga $m = 70 \text{ kg}$. Arvutage parve paksus, kui on teada, et parve ülemine äär on täpselt tasa veepinnaga. Vee ning männipuidu tihedused on vastavalt $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ja $\rho_m = 400 \text{ kg/m}^3$.

Ü52 Püstolkuulipilduja ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 7

Korraldati katse, milles mõõdeti püstolkuulipilduja kuulide keskmist kiirust ja laskude arvu minutis. Selleks sõitsid kahel paralleelsel raudteel vastassuunas rongid. Rong, millest tulistati, sõitis katse ajal muutumatu kiirusega 72 km/h ja rong, mis oli märklauaks, muutumatu kiirusega 36 km/h . Rongide kaugus teineteisest oli 60 m. Esimene lask tehti hetkel, kui rongiga risti oleva püstolkuulipilduja toru ots oli täpselt vastakuti teisele rongile joonistatud märgiga. Kuuliaukude asukohtade mõõtmisel täheldati, et esimene kuul oli tabanud rongi 2,25 m märgist eemal ja kõikide teiste kuuliaukude kaugus üksteisest oli 2,5 m. Kui suur on püstolkuulipilduja kuuli lennukiirus ja mitu lasku teeb püstolkuulipilduja minutis?

Ü53 Liiklusummik ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 4

Autod seisavad punase fooritule taga tiheda kolonnina, kus kahe järjestikuse auto esiotste vaheline kaugus on keskmiselt $l_0 = 6 \text{ m}$ ning autode rivi pikkus $L_0 = 150 \text{ m}$. Peale rohelise tule süttimist hakkavad autod järjest liikuma ning saavutavad kiiruse $v = 50 \text{ km/h}$. Kiiruse v saavutanud autode esiotste vaheline kaugus $l = 30 \text{ m}$. Lihtsuse mõttes jätke arvestamata autode kiirendamisele kuluv aeg. Kui kaua alates rohelise tule süttimisest peab viimane auto ootama, enne kui saab liikuma hakata? Kas ta jõuab üle ristmiku juba esimese rohelise tulega või peab uuesti punase tule taha ootama jääma? Rohelise tule kestus on $t = 1 \text{ min}$.

Ü54 Töö ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 3

Mingi töö tegemiseks kasutati järjestikku kahte seadet. Esimese seadmega tehti ära 25 % kogu tööst, ülejäänud töö tehti seadmega, mille võimsus oli $N_2 = 2000$ W. Arvutus näitas, et kahe seadme keskmine võimsus kogu töö tegemisel oli olnud $N = 1600$ W. Kui suure osa kogu tööajast töötati esimese seadmega ja kui suur oli selle võimsus N_1 ?

Ü55 Lennuk ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 2

Lennuk lendab otsejoones linnast A linna B . Millisel juhul läbib lennuk linnadevahelise vahemaa edasi-tagasi kiiremini ja mitu korda? Esimesel juhul puhub linna B poolt linna A suunas tuul kiirusega 90 km/h ja teisel juhul puhub sama kiirusega tuul risti linnadevahelise sihiga. Kui tuult ei ole, lendab lennuk ühtlase kiirusega 400 km/h . Mõlemal juhul arvestage ainult lennuaega.

Ü56 Rehvid ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 1

Jüri autole olid ette nähtud 15-tollised veljed, mille rehvi läbimõõt on 627 mm. Jüri armastas uhkeldada ja kui tuli aeg autole uued rehvid osta, ostis ta oma autole 16-tollised veljed, mille rehvi läbimõõt on 652 mm. Mitme sekundi võrra muutub uute rehvidega 1 km läbimise aeg, kui auto sõidab spidomeetri järgi kiirusega 90 km/h ? Auto spidomeeter mõõdab kiirust auto ratta pöörete järgi.

Ü57 Ujumine kanalis ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 3

Voolava veega kanalis on esimene pool kaks korda laiem kui teine pool. Kanali pikkus on l ning sügavus on igal pool sama. Päri voolu ujudes läbib Juku kanali esimese poole ajaga t_1 ning teise poole ajaga t_2 . Milline on Juku ujumiskiirus v seisvas vees?

Ü58 Kuulikesed ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 5

Kangkaalu otstes asuvad ühesugused anumad. Üks anum täidetakse ääreni väikeste vasest kuulikestega ning teine sama suurte kaadmiumist kuulikestega. Kui kaadmiumist kuulikestega anum täidetakse ääreni veega, on kangkaal tasakaalus. Leidke, millise osakaalu k moodustavad kuulikesed anuma koguruumalast $k = V_k/V_{\text{anum}}$. Vee tihedus $\rho_v = 1,0 \text{ g/cm}^3$, vase tihedus $\rho_{Cu} = 9,0 \text{ g/cm}^3$, kaadmiumi tihedus $\rho_{Cd} = 8,6 \text{ g/cm}^3$.

Ü59 Rongid ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 3

Kiirusega $v_1 = 144 \text{ km/h}$ liikuva reisirongi juht nägi $l = 200 \text{ m}$ kaugusel enda ees samal rööpapaaril liikuvat kaubarongi, mis liikus kiirusega $v_2 = 72 \text{ km/h}$. Otsasõidu vältimiseks hakkas juht reisirongi ühtlaselt pidurdama, nii et iga sekundi jooksul vähenes rongi kiirus $v = 1 \text{ m/s}$ võrra. Kui kaugel kohast, kus reisirongi veduri juht märkas kaubarongi, jõuab reisirong kaubarongile järele? Kas selliselt pidurdades õnnestus reisirongil kaubarongile otsasõitu vältida? Põhjendage!

Ü60 Keha tihedus ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 5

Dünamomeetri otsas rippuv keha sukeldati täielikult veeanumasse, mille ristlõike pindala on $S = 120 \text{ cm}^2$. Selle tulemusena suurenes rõhk anuma põhjale $\Delta p = 500 \text{ Pa}$ võrra. Vette sukeldatud keha korral oli dünamomeetri näit $F = 9 \text{ N}$. Leidke keha keskmine tihedus? Vee tihedus on $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü61 Jäätunud nael ★

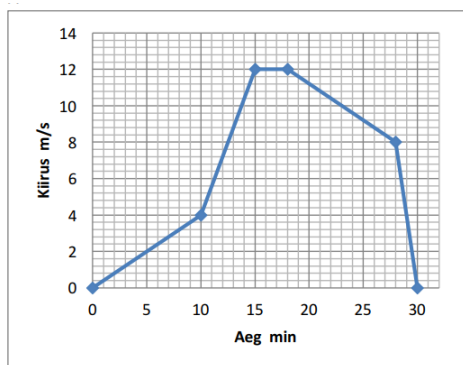
Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 6

Metallist nael massiga m asub jäätüki sees. Jäätükk asetatakse toatemperatuuril vette silindrikujulisse anumasse, mille põhja pindala on S . Algul püsib jäätükk vee peal, kuid mõne aja möödudes vajub see anuma põhja. Kui kogu jää oli ära sulanud, oli veetase anumasse langenud Δh võrra. Leidke metalli tihedus ρ_m . Vee tihedus on ρ_v .

Ü62 Jalgrattur ★

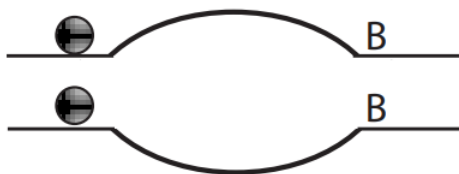
Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2018, P 1

Graafikul on esitatud jalgratturi kiiruse sõltuvus ajast. Kui suur oli jalgratturi keskmine kiirus kogu sõidu vältel?

**Ü63 Kaks kuulikest ★**

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2018, P 3

Kaks kuulikest alustavad samaaegselt võrdsete kiirustega liikumist mööda joonisel näidatud pindu. Kumba kuulikese kiirus on punkti B jõudes suurem või on nende kiirused võrdsed? Kumb kuulike jõuab punkti B varem või jõuavad nad punkti B samaaegselt? Hõõrdejõudu pole vaja arvestada. Põhjendage vastust.



Ü64 Tanker ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 1

Vaiksel merel lähenes sadamale $L = 300$ m pikkune tanker, mis sõitis ühtlase kiirusega v_1 sirgjoonelisel kursil. Laevale sõitis vastu samal sihil piirivalve kaater, mis liikus kiirusega $v_2 = 90$ km/h. Kaater sõitis laeva ninast sabani, pööras ümber ja sõitis sama teed tagasi. Kaatril kulus laeva kõrval edasi-tagasi sõitmiseks $t = 25$ s. Kui suure kiirusega v_1 sõitis tanker? Ümberpööramiseks kulunud aega ei ole vaja arvestada.

Ü65 Kaks matkaselli ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 2

Kaks matkaselli pidid jõudma võimalikult kiiresti ja üheaegselt $s = 40$ km kaugusel olevasse laagrisse. Kuna neil oli kahe peale ainult üks äbarik jalgratas, otsustasid nad, et sõidavad jalgrattaga vaheldumisi. Kui kaua „igavles” ratas tee ääres, kui matkasellid jooksid kiirusega $v_1 = 8$ km/h ja sõitsid rattaga kiirusega $v_2 = 15$ km/h?

Ü66 Lennujaam ★

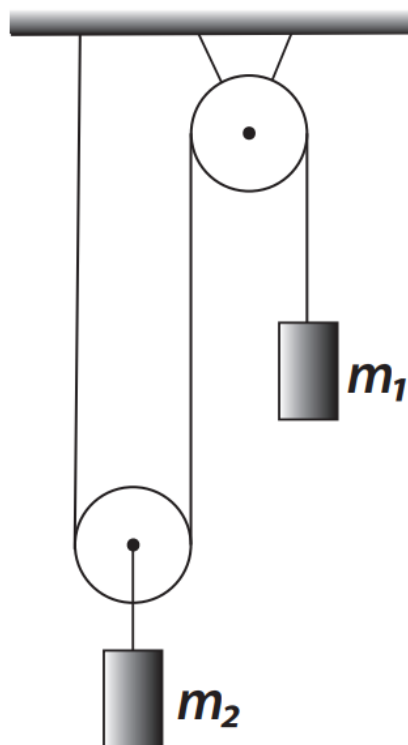
Autor: Kristjan Kuppart, piirkonnavor, 2019, P 4

Jüri ja Mari astuvad lennujaama transportlindile, mis liigub kiirusega $u = 0,8$ m/s. Kuna Maril on igav, jookseb ta transportlindi lõppu, pöörab kohapeal ümber ning jookseb mööda linti tagasi Jürini. Kui kaugel transportlindi algusest nad kohtuvad, kui Maril kulus lindi algusest lõppu jooksmiseks $t = 40$ s?

Ü67 Plokid ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 3

Süsteem koosneb ühest liikuvast ja ühest liikumatust plokist ning kahest koormisest massidega $m_1 = 150$ g ja $m_2 = 100$ g (vt joonist). Koormisi hoitakse paigal ning lastakse siis lahti. Kui suur on koormise m_1 kiirus hetkel, kui see on läbinud vahe-
maa $s = 0,5$ m. Plokkide massi ja hõõrdumist süsteemis ei ole tarvis arvestada.



Ü68 Rong ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 22

Paigalseisust liikuma hakanud raske kaubarong suurendab ühtlaselt kiirust. Pärast esimese 1000 meetri läbimisel on rong saavutanud kiiruse $v = 10,0 \text{ m/s}$. Kui palju suureneb rongi kiirus teisel kilomeetril?

Ü69 Bussid ★

Autor: Moorits Mihkel Muru, piirkonnavor, 2020, P 3

Juku sõidab bussiga Tallinnast Berliini ($s = 1558 \text{ km}$) ja otsustas tee peal ära lugeda mitut Berliin-Tallinn bussi ta näeb vastu tulemas. Kui Berliinist väljuvad Tallinna suunas bussid igal täis- ja pooltunnil (nagu ka Tallinast Berliini) ja busside keskmise kiirused on $v = 85 \text{ km/h}$, siis mitu bussi Juku kogu tee peale kokku luges?

Ü70 Kanali sild ★

Autor: Eero Uustalu, piirkonnavor, 2020, P 4

Laevatatav kanal laiusega $d = 8 \text{ m}$ ja sügavusega $h = 5 \text{ m}$ ristub maanteeга kogulaiusega $l = 18 \text{ m}$ ja on viidud maanteest üle sillaga mille miinimumkõrgus maantee pinnast on $k = 7 \text{ m}$. Sildeava on maantee laiune. Kui suur peaks olema

silla kandevõime tonnides, et sellest tohiks üle sõita antud kanalile sobilik laev kogukaaluga $m = 2100 \text{ t}$? Vee tihedus $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü71 Jangtse kiirus ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2020, P 6

Pärast seda, kui 2009. aastal valmis Jangtse jõel 2335 meetri pikkune ja 101 meetri kõrgune tamm, millega seonduv hüdroelektrijaam on maailma suurim, sai võimalikuks hakata korraldama laevakruise imelisel Jangtse jõel. Reisikorraldajate väitel läbib laev 650 km allavoolu kolme ööpäevaga. Ülesvoolu sõites kulub sama vahemaa läbimiseks neli ööpäeva. Kui suur on keskmine voolukiirus ülespaisutatud Jangtse jões?

Ü72 Kohtumispaik ★

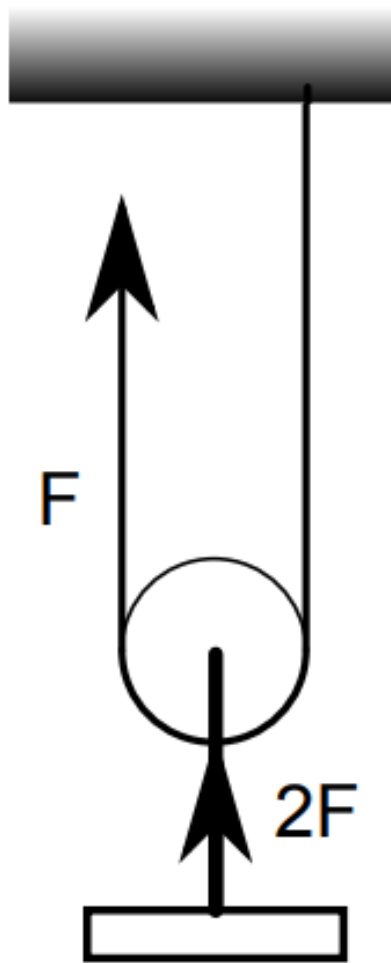
Autor: EFO žürii, lõppvoore, 2020, P 2

Kahe linna vaheline kaugus $s = 180 \text{ km}$. Linnast A väljub auto linna B suunas. Auto keskmine kiirus terve teekonna ulatuses $v_1 = 75 \text{ km/h}$. Auto jõuab linna B ning 1,5 tunni möödudes väljub linnast B tagasi linna A suunas. Ka tagasiteel on auto keskmine kiirus 75 km/h . Pool tundi pärast esimese auto väljumist linnast A väljub linnast B teine auto linna A suunas. See auto liigub terve tee keskmise kiirusega $v_2 = 80 \text{ km/h}$. Viibinud 2 tundi linnas A suundub teine auto tagasi koju liikudes jälle keskmise kiirusega $v_2 = 80 \text{ km/h}$. Kui kaugel linnast A autod kohtuvad autod tagasiteel?

Ü73 Plokid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoore, 2012, P 7

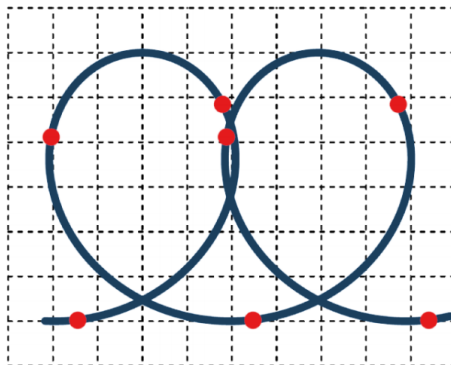
Liikuva ploki abil on võimalik saavutada jõus kahekordne võit (vt joonis). Joonistage sellised plokkide süsteemid, mille kasutamisel koorma tõstmiseks on jõu võit: a) 5-kordne; b) 2,5-kordne.



Ü74 Litter ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 9

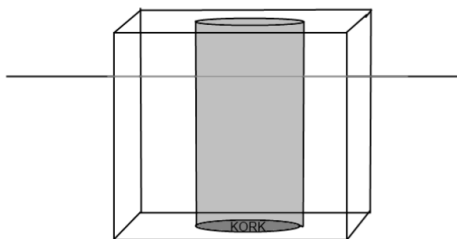
Joonisel on kujutis, mille jättis pealtvaates pika säriajaga tehtud fotole lambike, mis oli kinnitatud jääl hõrdevabalt libisevale ja pöörlevale kettakujulisele litrile. Lambi kinnituskohas asub $a = 4,5$ cm kaugusel litri püstteljest. Lamp põleb tuhmilt siniselt, kuid vilgatab iga $t = 0,10$ s järel heledamalt punaselt. Fotole on lisatud tundmatu sammuvahega ruudustik. Leidke litri edasiliikumiskiirus.



Ü75 Uppuv klots ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 10

Vees ujub vahtrapuust kuup servapikkusega $a = 10 \text{ cm}$ tihedusega $\rho_{\text{vaher}} = 700 \text{ kg/m}^3$. Kuubi sees on silindriline õõnsus läbimõõduga $b = 4,5 \text{ cm}$ (vt. joonist). Õõnsus on alt suletud õhukese korgiga. a) Arvutage, kas kuup upub, kui õõnsus täita liivaga? Liiva tihedus on $\rho_{\text{liiv}} = 2700 \text{ kg/m}^3$ ja vee tihedus on $\rho_{\text{vesi}} = 1000 \text{ kg/m}^3$. b) Kui korgile mõjuv summaarne jõud on suurem kui $1,8 \text{ N}$, läheb kork katki. Mis on maksimaalne liiva kõrgus, mida saab õõnsusesse valada?



Ü76 Vihm ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 10

Tuulevaikse ilmaga vihma käes seisev inimene saab märjaks $t = 2$ minutiga. Kui inimene jookseb kiirusega $v_2 = 18$ km/h, saab ta märjaks $t_2 = 0,5$ minutiga. Kui kiiresti saab inimene märjaks siis, kui kõnnib kiirusega $v_1 = 6$ km/h? Eeldage, et inimese keha on samas asendis seismisel, jooksmisel ja kõndimisel ning et inimest võib lähendada risttahukaga. Märjaks saamine tähendab seda, et inimesele langeb teatud kindel kogus vett.

Ü77 Klapp ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 8

Vett täis anumasse asub vertikaalselt õhukeste seintega toru, mille sisemine läbimõõt on $d = 2$ cm. Toru alumine ots on 70 cm sügavusel vees ja selle vastu on surutud tihedalt õhukene ruudukujuline plaat küljepikkusega $a = 3$ cm. Plaadi pindtihedus (massi ja pindala suhe) $\sigma = 4,5$ kg/m². Torusse valatakse õli tihedusega $\rho_o = 900$ kg/m³. Kui kõrge õlisamba võib torusse valada, enne kui plaat eraldub toru otsast? Plaadi ja toru paksust ei ole vaja arvestada. Vee tihedus $\rho_v = 1000$ kg/m³.

Ü78 Paadid ★★

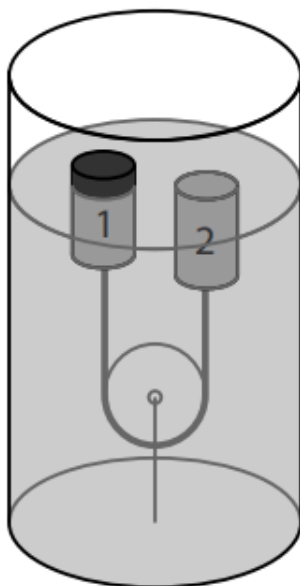
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 10

Laial jõel sõidavad kaks paati, mõlema kiirused ja kiiruste suunad on konstantsed. Veevoolu kiirus on jões samuti kõikjal üks ja sama ning paralleelne kallastega. Juuresolev foto on tehtud õhust, otse ülevalt alla; paatide asukohad on tähistatud ruudu ja kolmnurgaga, paatidelt vette kukkunud praht aga tähekestega. Üks paat alustas teekonda punktist A; on teada, et paadid kohtusid. Milisest jõekalda punktist alustas teekonda teine paat? Lahendus leidke geomeetrilise konstrueerimise teel lisalehel.

**Ü79 Lennukid ★★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 9

Kaks lennukit lendavad samal kõrgusel kiirustega $v_1 = 800$ km/h ja $v_2 = 600$ km/h. Vaadeldaval hetkel on lennukite liikumise sihid omavahel risti ning kumbki lennuk paikneb sihtide ristumispunktist kaugusel $a = 20$ km. Leidke, milline on lennukite vähim vahekaugus järgneva liikumise jooksul, kui eeldada, et kumbki lennuk kurssi ei muuda.



Silindrilises anum as põhjapindalaga S on vesi tihedusega ρ . Anuma põhjas on plokk ja üle hõõrdevabalt pöörleva plokiratta on tõmmatud nööri. Nööri otste külge on kinnitatud kaks veest väiksema tihedusega keha. Plokk takistab nende kehade veepinnale kerkimist (vt joonis). Kummagi keha ruumala on V . Ühe keha tihedus on ρ_1 ja teise keha tihedus ρ_2 , kusjuures $\rho_1 < \rho_2 < \rho$. Plokinöör on nii pikk, et kumbki kehadest ei puuduta plokki ning nii lühike, et üks keha on tõmmatud üleni vee alla. Kui palju muutub anum as oleva vee tase kui plokinöör katkeb ja mõlemad kehad kerkivad vee pinnale?

Ü81 Kuup vedelikes ★★

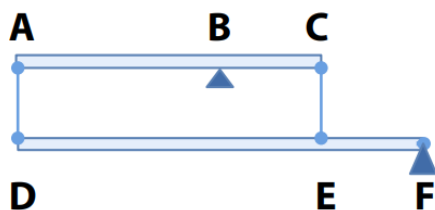
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 4

Anum on täidetud kahe mitteseguneva vedelikuga tihedustega ρ_1 ja ρ_2 . Vedelikku lastakse kuup külje pikkusega l . Kui sügavale x vajub kuup teise vedelikku, kui kuubi tihedus on ρ ? On teada, et $\rho_1 < \rho < \rho_2$.

Ü82 Varras ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 5

Varras AC võib pöörelda ümber punkti B ja varras DF ümber punkti F . Varda AC otsad on niitidega kinnitatud varra DF külge. On teada, et $AB = 2a, BC = a$ ja $DF = 4a$. Kui suured on niitides AD ja CE mõjuvad jõud? Varda DF mass $m = 6 \text{ kg}$ ning on jaotunud ühtlaselt üle kogu varra. Varda AC massi ei ole tarvis arvestada.



Ü83 Liiklejad ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 10

Sirgel teel sõrgib Ants kiirusega $v_A = 7,0$ km/h. Samal teel sõidab Birgit mopeediga samas suunas kiirusega $v_B = 25$ km/h. Teist sellega lõikuvat sirget teed mööda sõidab jalgrattaga Gerd kiirusega $v_G = 20$ km/h. Vahemaa Antsu ja Gerdi vahel jääb kogu aeg võrdseks vahemaaga Gerdi ja Birgiti vahel. Leidke Gerdi kiirus Birgiti suhtes.

Ü84 Kera vees ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 6

Anuma põhjast lahti lastud õõnsusega kera massiga m ja raadiusega R tõusis ühtlase kiirusega vedeliku pinnale. Kui suur lisamass tuleks paigutada kera õõnsusesse, et see vajuks vedelikus põhja sama kiirusega kui enne tõusis. Vedelikus kerale mõjuv takistusjõud on võrdeline kera kiirusega. Vedeliku tihedus on ja kera ruumala valem $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$.

Ü85 Paat vees ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 9

Mootorpaat sõidab jõe ääres asuvast külast A ülesvoolu $s = 10$ km kaugusel olevasse teise küllasse B . Ülesvoolu sõites kulub tal külla B jõudmiseks $t_1 = 4$ h. Allavoolu tagasi sõites saab paadil $t_k = 24$ min pärast kütus otsa ning edasi kulgeb ta jõevoolu kiirusel. Küladevahelise maa läbimiseks kulub paadil tagasi tulles $t_2 = 2$ h. Kui kaugel oli paat külast A , kui tal kütus otsa sai?

Ü86 Kütusekulu linnas ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 10

Oletame lihtsustavalt, et sõiduauto massiga $m = 1500$ kg peab linnaliikluses valgusfooride, sebrade jms tõttu peatuma iga vahemaa $L = 500$ m tagant. Peatumiste vahel sõidab auto kiirusega $v = 50$ km/h. Arvutage välja linnaliikluses sagedastest peatumistest tingitud auto keskmine kütusekulu (liitrit sajale kilomeetrile). Arvestage, et bensiini tihedus $\rho = 0,72$ kg/dm³ ning kütteväärtus $M = 44$ MJ/kg, millest mootor muundab $\eta = 25\%$ kasulikuks tööks. Õhutakistusega liikumisel ega kütusekuluga seismisel ärge arvestage. Märkus: Kineetilise energia valem $E_k = \frac{mv^2}{2}$.

Ü87 Glütseriin torus ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2016, P 7

Purki, milles on vesi, on paigutatud vertikaalne lihvitud otstega toru, mida hoitakse kinni. Toru alumise otsa vastas on sileda pinnaga teeküünal. Teeküünla läbimõõt $D = 3,5$ cm, toru läbimõõt $d = 1,5$ cm. Teeküünla kõrgus $h_k = 1,2$ cm ja küünla tihedus $\rho_k = 0,9$ g/cm³. Torusse on valatud $h = 5$ cm kõrgune sammast glütseriini, mille tihedus on $\rho_g = 1,26$ g/cm³. Kui sügaval veepinnast H peab olema toru alumine ots, et glütseriini sellest vette ei voolaks? Vee tihedus on $\rho_v = 1,0$ g/cm³.

Ü88 Pidurdus ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2016, P 8

Auto sõidab teel, mille kõrguse muut teepikkuse kohta $k = 1/30$. Ühesuguse algkiiruse ning pidurdusjõu korral jääb auto ülesmäge liikudes seisma $s_1 = 25$ m, allamäge liikudes aga $s_2 = 30$ m jooksul. Mis on auto algkiiruse v väärtus?

Ü89 Kalapüük ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 7

Jaak ja Jüri elavad külas jõe kaldal ning armastavad kalal käia. Ühel päeval nad otsustasid, et üks neist sõidab kalastama allavoolu, teine ülesvoolu. Nad leppisid kokku, et sõidavad paadiga täpselt pool tundi ning hakkavad siis õngitsema. Õngitsemise ajal triivivad paadid veevooluga kaasa. Jaak sõitis ülesvoolu, tema paadi mootor arendas seisvas vees kiirust 24 km/h. Jüri sõitis allavoolu. Tema paadi mootor arendas seisvas vees kiirust 20 km/h. Jõe voolukiirus on 2 km/h. Pärast tunniajast õngitsemist hakkas Jüri kalastuskohas vihma sadama. Ta helistas kohe Jaagule ja teatas, et hakkab koju sõitma. Jaak tahtis küla sadamasillale jõuda samaaegselt Jüri ja arvutas, et võib veel veidi kala püüda, enne kui sõitma hakkab. Kui kaua võis Jaak veel kala püüda, et jõuda külasse samaaegselt Jüri ja?

Ü90 Drooni vari ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 10

Õhtusel ajal seisab Juku tenniseväljaku ääres, mille laius on a ning vaatleb, kuidas tema sõber lennutab drooni. On teada, et drooni kiiruse horisontaalkomponent on kogu lennu vältel v ning horisontaalkomponendi suund ei muutu. Samuti on teada, et Päike asub otse drooni taga ja päikesekiired langevad maapinnale maapinna suhtes nurga α all. Algul lendab droon ühtlase kiirusega v paralleelselt maapinnaga. Drooni vari ületab tenniseväljaku ajaga t_1 . Droon jätkab lendamist sirgjoonelisel trajektooriga, kuid mitte enam paralleelselt maapinnaga. Drooni vari liigub uuesti üle tenniseväljaku, nüüd eelnevaga vastassuunas. Teisel juhul ületab vari tenniseväljaku ajaga t_2 . Kui palju muutus drooni lennukõrgus h ajavahemiku t_2 jooksul?

Ü91 Kontraktsioon ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 5

Omavahel segatakse vett ja piiritust nii, et tekkinud lahuse ruumala $V = 1 \text{ dm}^3$ ning lahuses on massi järgi $p = 44,1\%$ piiritust. Leidke tekkinud lahuse tihedus ρ ? Arvestage, et lahuste kokkuvalamisel esineb $\gamma = 6\%$ -line kontraktsioon – saadud lahuse ruumala on 6% väiksem kui vee ja piirituse ruumalade summa enne kokku valamist. Vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ning piirituse tihedus $\rho_p = 790 \text{ kg/m}^3$.

Ü92 Kuup vedelikes ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 4

Anumas on kaks mittesegunevat vedelikku, milles heljub tahkest aineksest kuup küljepikkusega $l = 10 \text{ cm}$. Ühe vedeliku tihedus on $\rho_1 = 0,8 \text{ g/cm}^3$, teise vedeliku tihedus $\rho_2 = 1,2 \text{ g/cm}^3$ ja kuubi aine tihedus $\rho_k = 1,1 \text{ g/cm}^3$. Ülemise vedelikukihi paksus on suurem kuubi külje pikkusest. Kui sügaval alumises vedelikus asetseb kuup?

Ü93 Veejuga ★★

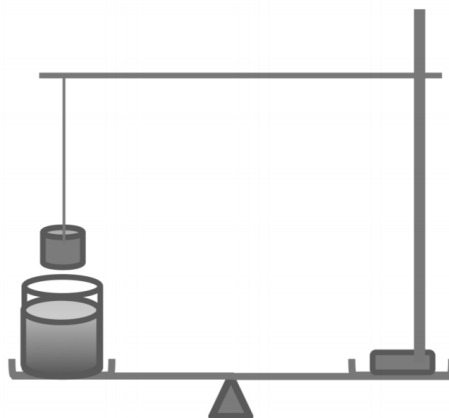
Autor: Jonatan Kalmus, lõppvoor, 2018, P 8

Vertikaalsest kraanist voolab vesi välja algkiirusega v_0 . Leidke, millisel kaugusel h kraanist on veejoa läbimõõt poole väiksem kui kraanist väljudes. Raskuskiirendus on g .

Ü94 Keha vees ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 6

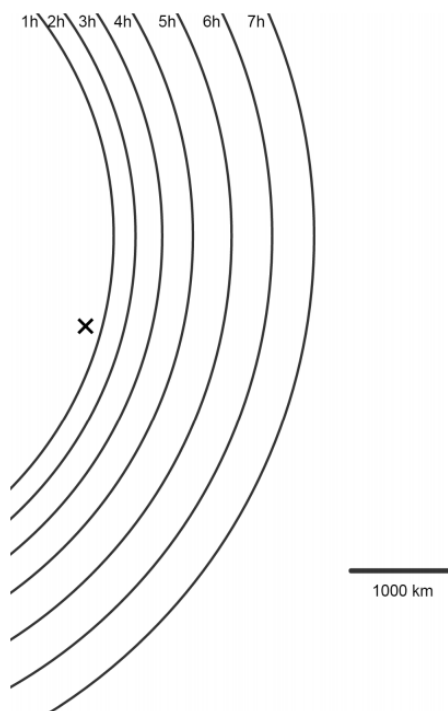
Õpetaja näitas tunnis katset. Kangkaalu ühes kaalukaasis oli klaas veega, teises kaalukaasis statiiv, mille varda küljes rippus alumiiniumist keha. Kaal oli tasakaalus. Nüüd lasi õpetaja statiivivarda koos selle otsas rippuva kehaga alla, nii et keha sukeldus üleni klaasis olevasse vette. Kui suure massiga lisakoormis tuleb ühele kaalukaasile asetada, et kaal oleks uuesti tasakaalus? Kummale? Rippuva keha mass $m = 135 \text{ g}$. Alumiiniumi tihedus $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$, vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.



Ü95 Keha vees ★★

Autor: Jonatan Kalmus, lõppvoor, 2019, P 8

Joonisel on lennuki algne asukoht märgitud ristiga. Iga tunni järel mõõdeti lennuki kaugust fikseeritud punktist. Saadud kaugused on joonisel märgitud ringjoonena mõõtepunkti ümber. Konstrueerida kõik võimalikud lennuki trajektoorid 7 h jooksul, kui on teada, et pärast starti lendas lennuk 4 h otse, muutis seejärel suunda ning lendas ülejäänud aja samuti otse. Eeldada, et lennuki kiirus maapinna suhtes oli ühtlaselt 500 km/h. Lahendus esitage lisalehel. NB! Suuna muutus võis olla ka väga väike.

**Ü96 Ühendatud anumad ★★**

Autor: Kristjan Kuppart, lõppvoor, 2019, P 10

Pooleldi veega täidetud omavahel ühendatud anumate ühte harusse valatakse $h = 4 \text{ cm}$ õli. Seejärel asetatakse sinna harusse ujuma ühtlase ristlõikepindalaga puidust klots kõrgusega $L = 10 \text{ cm}$ ja tihedusega $\rho_k = 0,5 \text{ g/cm}^3$. Kui palju tõuseb veetase teises harus võrreldes algse olukorraga, kui klotsi ja haru pindalade suhe $S_h/S_k = 2$? Õli tihedus $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$ ja vee tihedus $\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3$. Harude ristlõikepindalad on võrdsed ning õli ühest harust teise ei voola.

Soojusõpetus

Ü97 Palli soojenemine ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2013, P 2

Kui palju soojeneb 100 grammine kummist pall (erisoojusega $c = 1400 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$), mis kukub lauale 4 meetri kõrguselt ning põrkab tagasi 230 cm kõrgusele? Eeldada, et pall saab 90% soojushulgast.

Ü98 Lumi ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2014, P 6

Juku otsustas välja uurida, mis temperatuuril t_l on lumi õues kõrguvate hangede sisemuses. Tal endal termomeetrit ei olnud, aga ta teadis, et tema maja ventilatsioonisüsteem hoiab sisetemperatuuri $t_s = 20^\circ\text{C}$. Esimese asjana lasi ta öö läbi seista kausitäiel veel, et see oleks toatemperatuuril. Järgmisel päeval tõi ta hange sise-musest termosetäie lund ja jagas selle kahte võrdsesse osasse. Ühele osale tilgutas ta peale toatemperatuuril hoitud vett, kuni kogu lumi oli sulanud. Vett kulus selleks $V_1 = 880 \text{ ml}$. Teise osa sulatas ta ära ja mõõtis saadud vee ruumalaks $V_2 = 210 \text{ ml}$. Lõpuks otsis ta Wikipediast välja, et vee erisoojus on $c_v = 4180 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, jää erisoojus $c_l = 2110 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ja jää sulamissoojus $\lambda = 334 \text{ kJ/kg}$. Mis temperatuuril t_l oli lumi?

Ü99 Vihm ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavaor, 2018, P 8

Kui paksu lumekihi sulataks ära $t = 5 \text{ h}$ jooksul pidevalt sadav vihm temperatuuriga $T = 5^\circ\text{C}$, kui vihmavee kogunemise kiirus $h = 12 \text{ mm/h}$? Lume kohevus on selline, et 1 cm paksune lumekiht annab sulades 1,2 mm paksuse veekihi. Vee erisoojus $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$, jää sulamissoojus $\lambda = 340 \text{ kJ/kg}$, vee tihedus $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü100 Külmkapp ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavaor, 2019, P 2

Juku tahtis valmistada jäävett ning asetas $V_0 = 1 \text{ dm}^3$ kaevust võetud $t_v = 4^\circ\text{C}$ vett pudeliga sügavkülma. Nelja tunni pärast võttis Juku külmkapist välja ning kallas vee kannu. Kannus oli $V_1 = 0.5 \text{ dm}^3$ vett. Milline on külmkapi sügavkülma külmutusvõimsus N ? Jää sulamissoojus $\lambda 340 \text{ kJ/kg}$, vee erisoojus $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$, vee tihedus $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü101 Mahl ja jää ★

Autor: Erkki Tempel, lõppvaor, 2019, P 1

Jukul oli $m_m = 500 \text{ g}$ toatemperatuuril ($t_m = 20^\circ\text{C}$) olevat mahla. Mahla jahutamiseks lisas ta sinna sisse $m_j = 100 \text{ g}$ jääd temperatuuril $t_j = -18^\circ\text{C}$. Milline oli mahla temperatuur pärast soojustasakaalu saavutamist? Soojuskadudega väliskeskkonda ei ole vaja arvestada. Mahla erisoojus $c_m = 4200 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$, jää erisoojus $c_j = 2100 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$ ning jää sulamissoojus $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$.

Ü102 Glütseriin ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2010, P 7

Paksude seintega anum on pilgeni täidetud glütseriiniga ning tihedalt suletud, kuid anuma seinas on tilluke ava ristlõikepindalaga $s = 0,1 \text{ mm}^2$. Anumas, glütseriini sees on elektrispiraal, mida kuumutatakse võimsusega $P = 1 \text{ kW}$. Glütseriini ruumpaisumistegur on $\alpha = 5,1 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, tihedus $\rho = 1260 \text{ kg/m}^3$ ja erisoojus $c = 2350 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$. Millise kiirusega v väljub glütseriiniuga tillukesest avast? Glütseriini kokkusurutavus ning anuma seinte paisumine lugeda tühiselt väikeseks. Märkus: ruumpaisumistegur kirjeldab ruumala suhtelist suurenemist temperatuuri tõusmisel 1°C võrra.

Ü103 Radiaatorid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 8

Kahte radiaatorit läbib ajahikus võrdne hulk vett. Esimesse radiaatorisse siseneb vesi temperatuuriga $t_{1s} = 45^\circ\text{C}$ ja väljub temperatuuriga $t_{1v} = 35^\circ\text{C}$. Teise radiaatorisse siseneb vesi temperatuuriga $t_{2s} = 40^\circ\text{C}$ ja väljub temperatuuriga $t_{2v} = 25^\circ\text{C}$. Kumma radiaatori küttevõimsus on suurem ja mitu korda?

Ü104 Bensiinikulu ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 4

Leidke kiirusel $v = 90 \text{ km/h}$ sõitva auto bensiinikulu liitrites $s = 100 \text{ km}$ kohta, kui mootoris kütuse põlemisel eralduv võimsus on sellel kiirusel $P = 58 \text{ kW}$. Bensiini põlemisel eralduv soojushulk ruumalaühiku kohta on $\rho = 35 \text{ MJ/l}$.

Ü105 Külmunud tort ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 3

Juss vedas talvel majast sauna läbimõõduga $D = 1,2 \text{ cm}$ ja pikkusega $l = 10 \text{ m}$ veetoru. Veetoru lahtisulatamiseks oli ta selle sisse paigutanud vasktraadi läbimõõduga $d = 1,0 \text{ mm}$. Jää sulatamiseks läheb 60% traadis eralduvast soojusest. Õues on õhutemperatuur $T = -10^\circ\text{C}$. Kui palju aega kulub kogu veetorus oleva jää sulatamiseks, kui traadi otstele rakendada pinge $U = 12 \text{ V}$? Jää tihedus on $\rho_j = 920 \text{ kg/m}^3$, jää erisoojus on $c_j = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, jää sulamissoojus $\lambda_j = 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, vase eritakistus $\rho_{Cu} = 0,017 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

Ü106 Hõõrdkeevitus ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 5

Suhteliselt uus keevitustehnoloogia on hõõrdkeevitus. See seisneb selles, et üks liidetavatest detailidest pannakse pöörlema ning surutakse vastu teist. Kui tekkinud soojus on detailid peaaegu sulamistemperatuurini kuumutanud, jäetakse pöörlev toru seisma ning suure rõhu all moodustub side. Vaatame olukorda, kus kaks vastast torujuppi tahetakse kokku keevitada. Leidke, kui suur hõõrdejõud peab pöörlemisel rakenduma, et tekiks piisavalt suur soojushulk $\Delta t = 6,0 \text{ s}$ jooksul. Toru pöörlemiskiirus on $f = 1200$ pöörret minutis. Lihtsustatult võib eeldada, et mõlema toru otsast kuumeneb ühtlaselt $l = 0,50 \text{ cm}$ pikkune jupp. Torude diameeter on $D = 8,0 \text{ cm}$, seina paksus $d = 5,0 \text{ mm}$. Torud on alguses teoatemperatuuril $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Liitumine toimub temperatuuril $T_1 = 810^\circ\text{C}$. Vase tihedus on $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$ ning erisoojus $c = 390 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$. Soojuskadudega ümbritsevasse keskkonda mitte arvestada.

Ü107 Veepudel ★

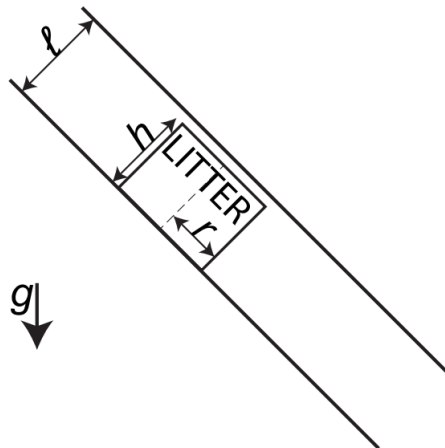
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 4

Külma ilmaga oli autosse ununenud 1,5 liitrine täis veepudel. Auto juurde tulnud autojuht Koit ei uskunud oma silmi: temperatuur autos oli -5°C , aga vesi pudelis ei olnud kulmunud. Koidule tuli meelde, et ta oli kunagi kuulnud, et väga puhas vedelik võib olla vedelas olekus ka allpool tahkumistemperatuuri. Selle kontrollimiseks võttis ta pudeli ja raputas seda ning suhteliselt kiiresti muutus selles osa veest jääks. Mitu grammi jääd tekkis pudelisse? Vee erisoojus $c = 4200\text{J/kg}^{\circ}\text{C}$ ja tihedus on $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, jää sulamissoojus $\lambda = 340\text{kJ/kg}$.

Ü108 Litter ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 4

Metallist litter raadiusega r ja algpaksusega h libiseb kahe suure heast soojusisolaatorist plaadi vahel. Plaadid on maapinna suhtes täpselt nii kaldu, et litter libiseks ühtlase kiirusega, ja plaatide vahekaugus on l , mis on väga vähe erinev litri paksusest. Kui pika maa saab litter vertikaalsuunas läbida enne kinnijäämist? Litri tihedus on ρ , erisoojus on c ja selle lineaarne soojuspaisumistegur on α . Soojuskao litrist keskkonda ja plaatidesse võib lugeda tühiseks. Litri mõjub raskusjõud mg , mis on risti maapinnaga. Soojuspaisumistegur väljendab keha joonmõõtme muutust vastavalt valemile $a = a_0(1 + \alpha\Delta T)$, kus a on mõõde ja ΔT on temperatuuri muutus algsega võrreldes.

**Ü109 Veeboiler ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 5

Kui majja ei tule eraldi soojaveetoru, siis üks võimalus sooja vee saamiseks on elektrilise läbivoolubooni kasutamine. Booneri võimsus $N = 5,0\text{ kW}$ ja kasutegur $\eta = 80\%$. Külma veekraanist tuleva vee temperatuur $t_0 = 14^{\circ}\text{C}$, dušist väljuva vee temperatuur $t = 40^{\circ}\text{C}$. Mitu liitrit 40°C vett võib maksimaalselt dušist väljuda ühes minutis? Vee erisoojus on $c = 4200\text{J/kg} \cdot \text{K}$ ja tihedus $\rho = 1000\text{kg/m}^3$.

Ü110 Jääst kuup ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 4

Jääst kuubi sees on $V = 0,1 \text{ dm}^3$ suurune tühimik. Kuubi temperatuur on $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Kuubi sisse viiakse aeglaselt peene toru kaudu $m_a = 10$ grammi 100°C veeauru. Kui suur tühimik (jäätumata osa) on jääst kuubi sees pärast soojusvahetuse lõppemist? Jää tihedus on $\rho_j = 0,9 \text{ g/cm}^3$, jää sulamissoojus $\lambda = 340 \text{ kJ/kg}$, vee keemissoojus $L = 2300 \text{ kJ/kg}$ ning vee erisoojus $c = 4200 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$. Soojusvahetust ümbritseva keskkonnaga pole vaja arvestada.

Ü111 Tilkumine ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 2

Plastikanuma põhjas on $m_j = 100 \text{ g}$ jääd temperatuuriga $T_j = -10^\circ\text{C}$. Anuma kohal asuvad külma ja sooja vee kraanid, mis tilguvad. Külma vee kraanist tilgub iga ajavahemiku $t_k = 1 \text{ s}$ möödudes veetilk massiga $m_k = 0,3 \text{ g}$ ning temperatuuriga $T_k = 4^\circ\text{C}$. Sooja vee kraanist tilgub iga ajavahemiku $t_s = 2 \text{ s}$ möödudes veetilk massiga $m_s = 0,3 \text{ g}$ ning temperatuuriga $T_s = 40^\circ\text{C}$. Millise aja möödudes sulab ära kogu anumas olnud jää? Soojusvahetust väliskeskkonnaga ning anuma soojusmahtuvust mitte arvestada. Jää sulamissoojus $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$, jää erisoojus $c_j = 2100 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$, vee erisoojus $c_v = 4200 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$.

Ü112 Saun ★

Autor: Richard Luhtaru, piirkonnavor, 2020, P 5

Juhan ja Peeter on saunas ning Juhan viskab kuumale kivikerisele külma vett temperatuuriga 10°C . Peeter väidab, et Juhan jahutab kerise niimoodi ära ja ütleb Juhanile, et ta viskaks külma vee asemel kuumu vett temperatuuriga 60°C . Juhan aga väidab vastu, et külma ja kuumu vee kasutamisel ei ole erilist vahet (kerise jahtumise erinevus on väiksem kui 10%). Kui palju väheneb kerise temperatuur kummalgi juhul, kui visata sinna $V = 200 \text{ cm}^3$ vett? Kas Juhanil on õigus? Vee tihedus $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, erisoojus $c_v = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ja aurustumissoojus $L = 2300 \text{ kJ/kg}$. Kerisekivide erisoojus $c_k = 700 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ja kogumass $M = 100 \text{ kg}$. Võib eeldada, et keris on piisavalt kuum ja kogu vesi aurustub ära.

Ü113 Saun ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2010, P 9

Talvel, kui väljas on 0°C , suudab saunahoone keris kütta sauna 90°C -ni. a) Hinnake, kui soojaks suudab keris sauna kütta, kui väljas on -20°C . Maja on joonmõõtetelt 3 korda suurem kui saun, aga täpselt sama kuju ja sama paksusega seintega. Maja radiaatorid suudavad -20°C välistemperatuuri juures kütta maja 15°C -ni. b) Hinnake, kui kõrgele tõuseks temperatuur majas, kui sinna viia täisvõimsusel kütma ka sauna keris. c) Kerise võimsus on $P = 4 \text{ kW}$. Hinnake, kui suur on maja radiaatorite koguvõimsus. Märkus: Soojuskadude võimsus on võrdeline seinte pindalaga ja temperatuuride vahega sees ja väljas.

Ü114 Küttesüsteem ★★

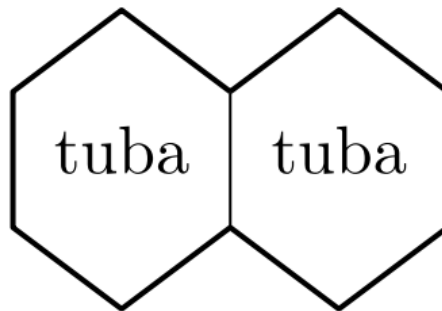
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 8

Talvel siseneb koolimaja küttesüsteemi vesi algtemperatuuriga $t_0 = 60^\circ \text{C}$ ning väljub sealt temperatuuriga $t_1 = 40^\circ \text{C}$. Koolimaja soojuskadude võimsus on $N = 100 \text{ kW}$. Kooli siseneva ja sealt väljuva veetoru sisediameeter on $D = 100 \text{ mm}$. Leidke veevoolu kiirus neis torudes. Vee erisoojus $c = 4200 \frac{\text{J}}{(\text{kg} \cdot ^\circ \text{C})}$, tihedus $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ü115 Maja ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2013, P 6

Maja koosneb kahest ühesugusest toast, mis on sümmeetrilised neid eraldava vaheseina suhtes. Mõlemas toas on radiaator võimsusega P . Väljas on temperatuur T_0 . Kui lülitada sisse üks radiaator, siis pärast soojenemist on temperatuur radiaatoriga toas T_1 ja teises T_2 . Leidke temperatuur T_3 , milleni soojenevad toad, kui töötavad mõlemad radiaatorid. Eeldage, et soojusvahetuse võimsus pinnahiku kohta on võrdeline temperatuuride vahega. Põrand ja lagi on hästi soojustatud.

**Ü116 Jääst klaas ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 5

Jääst klaasi massiga $m_k = 20 \text{ g}$ ning temperatuuriga $t_0 = 0^\circ \text{C}$ kallatakse $m_A = 200 \text{ g}$ vedelikku A temperatuuriga $t_A = 25^\circ \text{C}$. Mitme protsendine vedeliku A vesilahus tekib klaasis pärast soojusvahetuse lõppemist? Jää sulamissoojus $\lambda_{jaa} = 330 \text{ kJ/kg}$, vedeliku A erisoojus $c_A = 2400 \text{ J/kg} \cdot ^\circ \text{C}$.

Ü117 Vee kuumutamine ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 7

Pliidil oleval nõus kuumutatakse $M = 0,5 \text{ kg}$ vett. Veet termomeeter näitab, et vee temperatuur jääb püsivalt ühtlaseks $T_1 = 80^\circ \text{C}$ juures. Vett kuumutatakse edasi ning vette lisatakse $m = 20 \text{ g}$ jää graanuleid (jää temperatuur on $T_j = 0^\circ \text{C}$, misjärel vee temperatuur hakkab enam-vähem püsiva kiirusega langema ning aja $t = 5,0 \text{ min}$ pärast on vee temperatuur langenud $T_2 = 75^\circ \text{C}$. Seejärel hakkab vee temperatuur tõusma ning tõuseb tagasi $T_1 = 80^\circ \text{C}$ juurde, kus vee temperatuur enam ei muutu. Kui suure võimsusega kütab pliit potis olevat vett, eeldades et

soojuskadude võimsus on võrdeline vee ja väliskeskkonna temperatuuride vahega. Õhu temperatuur on $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Ü118 Soojusvaheti ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 6

Tagasivoolu soojusvahetis jahutatakse sissetulevat naftat temperatuuriga $T_n = 90^\circ\text{C}$ temperatuurini 20°C . Jahutusvesi liigub soojusvahetis vastupidises suunas naftaga ja siseneb soojusvahetisse temperatuuriga $T_v = 10^\circ\text{C}$. Vesi liigub kiirusega $v_v = 6\text{ m}^3/\text{min}$ ja nafta kiirusega $v_n = 15\text{ m}^3/\text{min}$. Leidke, millise temperatuuriga väljub soojusvahetist vesi? Vee erisoojus $c_v = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, nafta erisoojus $c_n = 1800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$. Vee tihedus $\rho_v = 1000\text{ kg}/\text{m}^3$ ja nafta tihedus $\rho_n = 850\text{ kg}/\text{m}^3$

Ü119 Kuulike vees ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2017, P 9

Jää-vee anumad ujuvad paksu jää kihiga kaetud vasest kuulikesed. Üks selline jääga kaetud kuulike (kogumassiga $m = 30\text{ g}$) asetatakse vette ruumalaga $V_v = 200\text{ ml}$ ning temperatuuriga $T_v = 5^\circ\text{C}$. Mõne aja pärast vajub kuulike vee alla ning jääb sinna heljuma. Kui suur on vasest kuulikese mass m_{Cu} ? Soojusvahetust väliskeskkonnaga mitte arvestada. Vee tihedus $\rho_v = 1,0\text{ g}/\text{cm}^3$, jää tihedus $\rho_j = 0,9\text{ g}/\text{cm}^3$, vase tihedus $\rho_{Cu} = 9,0\text{ g}/\text{cm}^3$ vee erisoojus $c_v = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, vase erisoojus $c_{Cu} = 390 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, jää sulamissoojus $\lambda = 330\text{ kJ}/\text{kg}$.

Ü120 Punker ★★

Autor: Mihkel Kree, piirkonnavoor, 2017, P 10

Saarel toodab elektrit suletud punkrisse paigaldatud diisलगeneraator, mille soojuskadudest $P = 300\text{ W}$ läheb punkri õhu soojendamiseks. Vältimaks punkri ülekuumenemist, paigaldakse ruumi ventilaator võimsusega $N = 5,0\text{ W}$, mis suunab õhku punkrist välja läbi toru sisediameetriga d . Kui suur peab olema toru läbimõõt d , et õhu temperatuur punkris ei ületaks $t_1 = 30^\circ\text{C}$, samas kui välisõhu temperatuur on $t_0 = 20^\circ\text{C}$? Soojuskadudega läbi punkri seinte mitte arvestada. Õhu tihedus $\rho = 1,2\text{ kg}/\text{m}^3$ ning erisoojus konstantsel rõhul $c_p = 1,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$.

Ü121 Jää sulamine ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 6

Jäätükk massiga $m = 100\text{ g}$ ja temperatuuriga $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ümbritseti soojusisoletsiooni kihiga ja paigutati hüdraulilise pressi alla, kus sellele jäätükile avaldati rõhku $p = 550\text{ atm}$ (1 atm on rõhk, mis on võrdne õhurõhuga normaaltingimustel). Leidke selles protsessis tekkiva vee mass, kui on teada, et jää sulamistemperatuuri alanemine on võrdeline jääle avaldatud rõhuga ning rõhu suurenemisel $\Delta p = 138\text{ atm}$ alaneb jää sulamistemperatuur $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ võrra. Jää erisoojus $c = 2100\text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ ja sulamissoojus on $\lambda = 330\text{ kJ}/\text{kg}$.

Ü122 Jääst nõu ★★

Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, P 10

Vees temperatuuriga 0°C ujub jääst kuup massiga $m_j = 1,5 \text{ kg}$, mille sees on tühimik ruumalaga $V = 12 \text{ cm}^3$. Tühimikku valatakse hästi aeglaselt elavhõbedat temperatuuriga t . Täpselt sel hetkel, kui tühimik täitub elavhõbedaga, vajub jääst kuup põhja. Leidke tühimikku kallatud elavhõbedat temperatuur t . Jää tihedus $\rho_j = 900 \text{ kg/m}^3$, vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, elavhõbedat tihedus $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$, elavhõbedat erisoojus $c = 140 \text{ J/(kg} \cdot ^{\circ}\text{C)}$, jää sulamissoojus $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$. Soojusvahetust väliskeskkonnaga mitte arvestada.

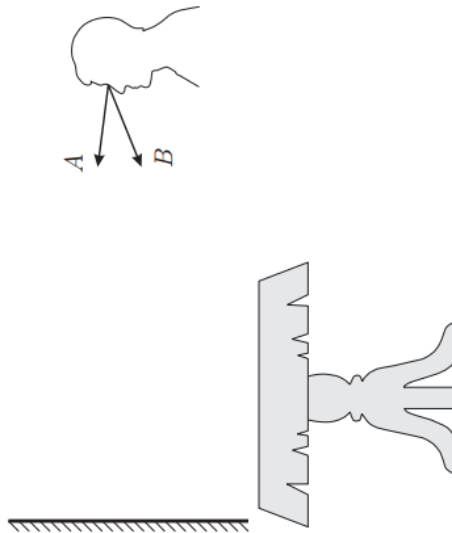
Valgusõpetus

- Ü123 Päiksekiir kaevupõhjas ★** Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2000, P 1
Sügava kaevupõhja valgustamiseks päiksekiirtega kasutati tasapeeglit, mis oli paigutatud 25° nurga all vertikaalsuuna suhtes. Kui suure nurga all maapinnast asus Päike?
- Ü124 Münt tassis ★** Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2001, P 1
Tassi põhjas asub münt. Kui eemalduda tassist, siis teatud kaugusel kaob münt tassi serva varju. Kui aga nüüd valada tassi vett, siis võime uuesti münti samast vaatepunktist näha. Seletage antud nähtust.
- Ü125 Vedelikud ★** Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2002, P 2
Klaasis on kaks kihti erinevat läbipaistvat vedelikku, mille vahel on terav horisontaalne piirjoon. Kuidas valguskiire abil teha kindlaks, kummas vedelikus on valguse levimise kiirus suurem?
- Ü126 Silm ★** Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2004, P 3
Tasapeegel asub laual. Vaatame tasapeeglist ja suleme ühe silma. Asetame peeglile 10-sendilise mündi nii, et see kataks suletud silma kujutise. Avame nüüd pead liigutamata suletud silma ja suleme teise silma. Kus asub nüüd münt näo kujutise suhtes? Põhjendage nähtut. Vahendid: tasapeegel, 10-sendine münt.

Ü127 Peegeldused ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2006, P 7

Juku näeb peeglist hõõglambi kujutist (suunas A). Sama lambi kujutist märkab ta ka peegli ees olevalt peegeldavalt lauapinnalt (suunas B). Konstrueerige lambi asukoht eraldi lehel oleva joonisel.

**Ü128 Autod peeglis ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2007, P 4

Toas on vastasseintes maast laeni tasapeeglid. Kristi veeretab põrandal mänguautot risti peeglitega. Akki märkab ta, et peeglites on palju liikuvaid autosid. Milline on auto teise kujutise kiirus esimese kujutise suhtes kummaski peeglis, kui Kristi lükkab autot ühe peegli poole kiirusega $v = 0,5 \text{ m/s}$?

Ü129 Peeglid ★

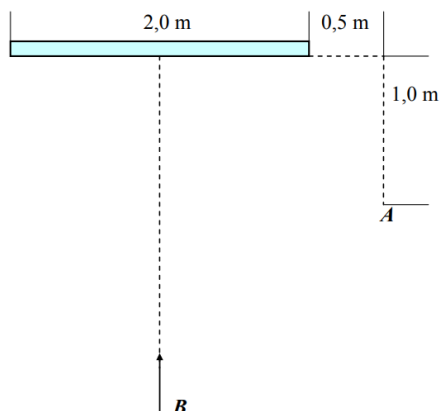
Autor: Autor, lõppvaor, 2010, P 1

Kaks paralleelset tasapeeglit on paigutatud vastamisi vahekaugusega $d = 3 \text{ m}$. Peeglite vahel seisev inimene näeb endast mitut kujutist, millest osa paikneb tema poole seljaga ja osa näoga. Kui kaugel paiknevad teineteisest kaks samas suunas vaatavat järjestikust kujutist?

Ü130 Peegel ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2012, P 1

Suure ruumi seinal on $2,0 \text{ m}$ laiune peegel. Peegli kõrval, $0,5 \text{ m}$ kaugusel peeglist ja $1,0 \text{ m}$ kaugusel seinast, seisab inimene. Mööda peegli keskjooont tuleb peegli poole tema tuttav. Kui kaugel peeglist on peeglile lähenev inimene, kui tuttavad märkavad teineteist peeglis?



Ü131 Kūūnlaleek ★

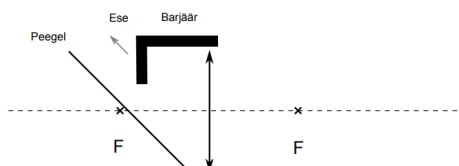
Autor: Autor, lõppvoor, 2012, P 1

Kõrgusega $h = 3,0$ cm kūūnlaleegi ja ekraani vahele paigutatakse õhuke kumerlääts nii, et ekraanile tekib leegi terav kujutis kõrgusega $h_1 = 6,0$ cm. Pärast läätses mõningat liigutamist tekkis ekraanile taas leegi terav kujutis. Leidke selle kõrgus h_2 nüüd.

Ü132 Peegel ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 8

Joonisel on näidatud optiline süsteem, mis koosneb peeglist, koondavast läätsest, esemest ja valgust blokeerivast barjäärist. Konstrueerige lisalehel eseme tõeline kujutis.



Ü133 Lääts ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 1

Olgu meil kumerlääts optilise tugevusega $D = 10$ dptr. Kui kaugelt läätsest tekib Kuu kujutis? Kui kaugelt läätsest tekib Päikese kujutis? Kuu orbiidi raadiuseks võtta $r = 3,8 \cdot 10^5$ km, Maa orbiidi raadiuseks võtta $R = 1,5 \cdot 10^8$ km.

Ü134 Kujutis kumerläätsesega ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2014, P 2

Kumerläätsesega tekitatakse valgusallika kujutis. Kui valgusallikas asub punktis A , tekib kujutis punktis B . Kui aga valgusallikas paigutada punkti B tekib kujutis punktis C . Kas punkt C langeb kokku punktiga A ? Põhjendage. Valgusallika asukoha muutmisega ei muutu läätses asukoht.

Ü135 Kujutis tasapeeglis ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2014, P 3

Kärbes lendab peegli poole kiirusega $v = 1 \text{ m/s}$ nii, et kiirus on risti peegli tasandiga. Kui kiiresti peab peegel liikuma, et kärbes kujutis jääks paigale?

Ü136 Kärbes peeglis ★

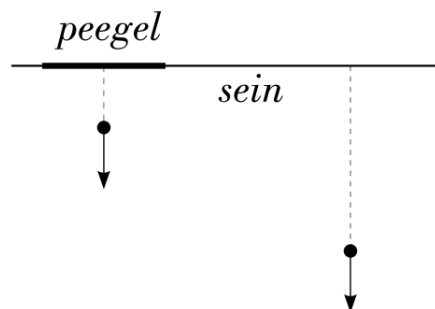
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 1

Kärbes lendab tasapeegli poole risti peegli pinnaga kiirusega v . Peegel liigub kulgevalt kärbes liikumisega samas suunas. Kui suure kiirusega v' peaks liikuma peegel, et kärbes kujutis peeglis jääks liikumatuks?

Ü137 Miku ja kärbes ★

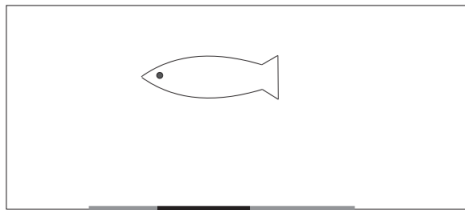
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2003, P 5

Toa seinal on 1 m laiune peegel. Miku seisab toas näoga seina poole, 3 m kaugusel seinast ja 2 m kaugusel peegli keskristsirgest. Akki näeb Miku peegli servas peeglist eemale lendava kärbes kujutist. Kui kiiresti peaks Miku taganema peegli seinal eemale, et näha kogu 1 oma liikumise aja jooksul kärbes kujutist peegli servas, kui kärbes lendab piki peegli pinna keskristsirget peeglist eemale kiirusega $0,5 \text{ m/s}$?

**Ü138 Akvaarium ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2009, P 3

Akvaariumi kohal on kaks punktvalgusallikat. Joonisel on näidatud kala vari ja poolvari akvaariumi põhjal. Lisalehel skitseerida punktvalgusallikate ligikaudsed asukohad.



Ü139 Tasapeeglid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 2

Kaks vertikaalset tasapeeglit asuvad teineteise kõrval, küljed koos, peegelpinnad 150° nurga all. Uhele peeglile langeb 20° nurga all peegelpinna suhtes peenike horisontaalne valgusvihk. Valgus peegeldub mõlemalt peeglilt. Mitme kraadi võrra on teiselt peeglilt peegeldunud valgusvihi suund erinev esimesele peeglile langenud valgusvihi suunast?

Ü140 Valgusvihi laiendi ★

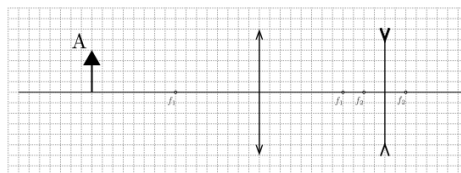
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 5

Laserist väljub paralleelne valgusvihk diameetriga $d = 2$ mm. Kasutades kumer- ja nõgusläätsse muudetakse see paralleelseks valgusvihuks läbimõõduga $D = 6$ mm. Visandage optiline süsteem valgusvihi laiendamiseks ja arvutage nõgusläätses optiline tugevus, kui kasutatava kumerläätses fookuskaugus on $f = 15$ cm.

Ü141 Läätsed ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 3

Optiline süsteem koosneb kumerläätses fookuskaugusega f_1 ning nõgusläätses fookuskaugusega f_2 , kusjuures $f_1 = -4f_2$. Läätsed on paigutatud nii, et nende optilised peateljed ühtivad ning nende vaheline kaugus on $1,5f_1$. Ese asub kumerläätses kaugusel $2f_1$. Konstrueerige eseme kujutis optilises süsteemis.



Ü142 Hõbetatud lääts ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 1

Tasakumera läätses kumera tahu kõverusraadius on 50 cm. Selle läätses optiline tugevus on 1 dpt. Läätses kumera pind kaetakse hõbeda kihiga ning sellest tekib peegelpind. Kui suureks kujuneb selle keha optiline tugevus pärast kumera pinna hõbedaga katmist?

Ü143 Läätsede süsteem ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavaor, 2017, P 4

Kaks läätse optiliste tugevustega $D_1 = 10 \text{ dpt}$ ja $D_2 = 5 \text{ dpt}$ asuvad teineteisest 60 cm kaugusel. Läätsede optilised peateljed ühtivad. Ese asub esimese läätse ees, sellest 20 cm kaugusel optilisel peateljel. Kui kaugele teise läätse taha tekib optilise süsteemi poolt tekitatud kujutis, kui suur see on võrreldes esemega ning kas see on ümberpööratud või päripidine?

**Ü144 Optiline süsteem ★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 1

Optiline süsteem koosneb kumerpeeglist ja kumerläätsel. Valguspunkt (taskulambipirni hõõgniit) asub kumerläätsel optilisel peateljel läätsest kaugemal kui läätse fookuskaugus. Konstrueerige optilise süsteemi joonis, kus valguspunkti kujutis tekiks läätse fookusesse läätse ees. Selgitage lahendust.

Ü145 Joep ★

Autor: Andres Põldaru, piirkonnavaor, 2019, P 3

Juku tahab peeglist vaadata, kuidas talle uus joep selga sobib. Peegel on aga väike ja sealt paistab ainult pool jopet. Põhjendage, kas peeglile lähemale/kaugemale minnes on jopet rohkem näha.

Ü146 Peegel ★

Autor: Jaan Kalda, piirkonnavaor, 2019, P 5

Optilises skeemis on kujutatud kolme valguskiire viit fragmenti. Samuti on teada, et skeemis on tasapeegel, mis on joonise tasandiga risti. Rekonstrueerige peegli asukoht.



Ü147 Prillid ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2011, P 8

Juku on lühinägelik ja kasutab prille optilise tugevusega $D_1 = -4$ dpt. Ükskord proovis ta oma prillide asemel ette vanaema lugemisprille, mille optiline tugevus on $D_2 = +4$ dpt. Juku märkas, et vanaema prille kandes läheb pilt veel udusemaks, kuid neid peast teatud kaugusel hoides näeb ta ka kauguid objekte teravalt. Mis oli prillide suurim kaugus silmast, mille korral Juku veel kauguid objekte teravalt nägi? Mis oli läbi vanaema prillide nähtud pildi juures ebaharilik? Prille tavapärasel viisil kandes on silma kaugus prilliklaasist tühiselt väike.

Ü148 Lääts ★★

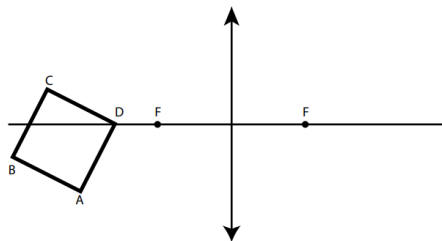
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 10

Klaasist kaksiknõgusa läätse optilisel peateljel paikneb väikeste mõõtmatega valgusallikas. Millist abivahendit, mis asub valgusallika ja nõguslääts vahel, ja kuidas kasutades, saab nõguslääts taha tekitada koonduva valgusvihi ja valgusallika tõelise kujutise? Põhjendage vastust joonisega.

Ü149 Kujutis ★★

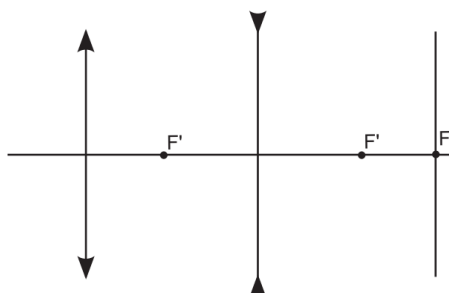
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 18

Konstrueerige ruudu $ABCD$ kujutis kumerläätsesega.

**Ü150 Läätsed ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 7

Jukul on suur hulk nõgusläätsi, mille fookuskauguste leidmiseks ta konstrueeris lihtsa süsteemi. Ta suunas optilise peateljega paralleelse laserikiire läbimõõduga $2R$ tuntud fookuskaugusega f_1 koondava läätse keskpunkti, pärast mida koondus laserkiir ühte punkti ekraanil. Kui nüüd panna fookuskaugusega f_2 nõguslääts võrdsele kaugusele koondavast läätsest ja ekraanist, on laserikiire läbimõõt ekraanil $2r$. Leidke f_2 eeldusel, et $2f_2 < f_1$.



Ü151 Projektor ★★

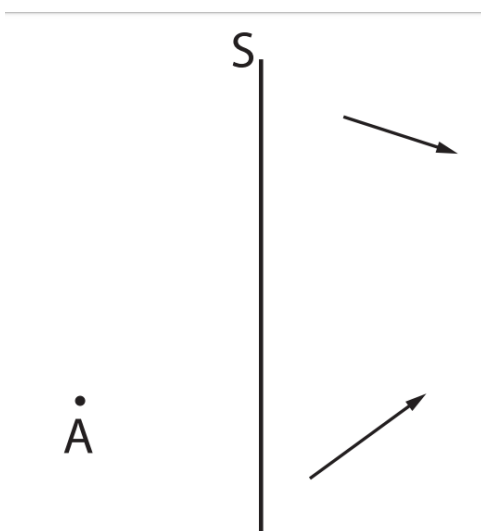
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 9

Kodukinoprojektori paigutamisel võib tekkida olukord, kus kujutis tekib ekraani suhtes liiga kõrgele või madalale. Kui üritada kujutist projektori kallutamise või õigesse kohta nihutada, siis venib see trapetsikujuliseks. Mõned projektorid võimaldavad kujutise asukohta siiski ilma moonutusi tekitamata ristsuunas liigutada. Selleks nihutatakse projektori objektiiv optilise peateljega ristruvas suunas, jättes kõik ülejäänud detailid paigale. Vaatame lihtsat projektorit, mis koosneb kumerläätsel fookuskaugusega $f = 60 \text{ mm}$ ja sellest teatud kaugusele paigutatud minikuvarist. Lääts tekitab endast $4L = 4 \text{ m}$ kaugusele paigutatud ekraanile minikuvari terava suurendatud kujutise. Kui palju ja mis suunas tuleb lääts liigutada, et kujutis nihkuks ekraanil $\Delta Y = 20 \text{ cm}$ võrra kõrgemale?

Ü152 Lääts skeem ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 10

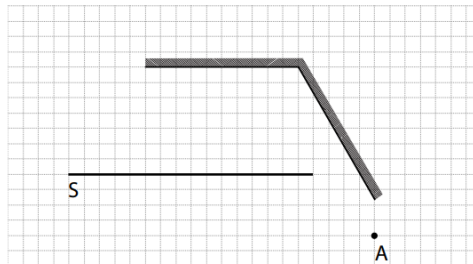
Joonisel on kujutatud kaks sellist kiirt, mis lähtuvad punktvalgusallikast A ning on läbinud lääts. Lääts asub sirgel S. Konstrueerige lääts fookuse asukoht.



Ü153 Kärbes peeglites ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 7

Kahe tasapeegi vaheline nurk on 120° (vt joonist). Punktis A asub vaatleja ning mööda sirget s lendab edasi ja tagasi kärbes. Kärbe teatud asukohtade korral näeb vaatleja peeglites kahte kärbe kujutist. Tähistage sirgel s see piirkond, mil tekib kaks kujutist.

**Ü154 Läätsse fookuskaugus ★★**

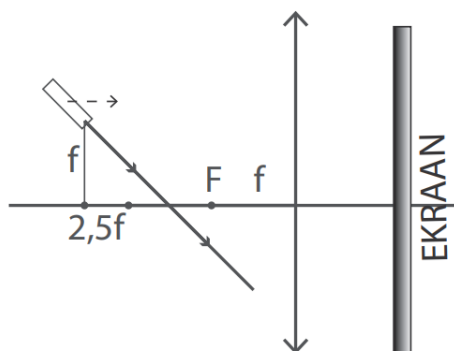
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 9

Nõguspeegli puutub tihedalt kokku kumerlääts. Optilisel peateljel asub valguspunkt S . Valguspunktist väljuvad kiired läbivad läätses, peegelduvad peeglit ja läbides uuesti läätses koonduvad samas punktis S . Arvutage läätses fookuskaugus, kui peegli kõverusraadius on 1 m ja punkt S asub läätsesest 20 cm kaugusel.

Ü155 Laser ja lääts ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 8

Laser asub läätsesest $2,5f$ kaugusel ning optilisest peateljest kaugusel f , kus f on läätses fookuskaugus. Laser on 45° nurga all optilise peatelje suhtes. Teiselpool läätses olevale ekraanile tekib valgustäpp $0,5f$ võrra allpool optilist peatelget. Lasert liigutatakse paralleelselt peateljega $2f$ võrra läätses poole (laseri nurk ei muutu). Samal ajal liigutatakse ka ekraani paralleelselt optilise peateljega. Selle tulemuseks asub valgustäpp ekraanil sama koha peal, kus alguses. Millise kauguse võrra nihutati ekraani? Kas oli võimalik, et ekraani ja laseri liigutamise ajal asus valgustäpp kogu aeg sama ekraani punktis?



Ü156 Ring ja ellips ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 9

Juuresoleval joonisel on kujutatud ring ja sellest koondava läätses poolt tekitatud kujutis. Leidke läätses keskpunkt, optiline peatelg ja fookus.

**Ü157 Nõguslääts ★★**

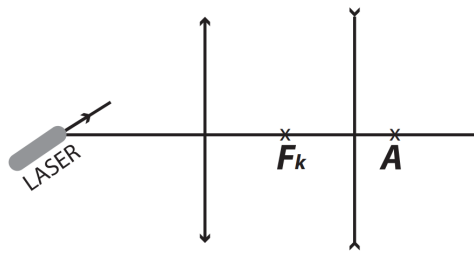
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 7

Punkt A ja selle kujutis A' asuvad läätses optilisest peateljest vastavalt 3 cm ja 1 cm kaugusel. Punkti A ja selle kujutise kaugus mööda optilist peatelget on 10 cm. Kui suur on läätses fookuskaugus, kui tegemist on nõgusläätsesega?

Ü158 Läätses fookus ★★

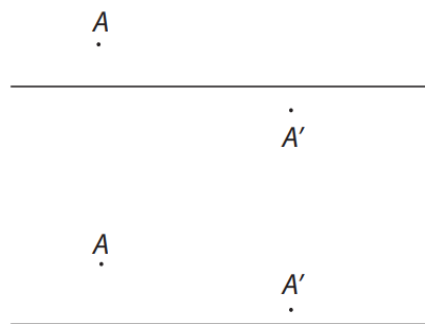
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 8

Joonisel on näidatud punkt A , kus laserkiir lõikab pärast läätsesde läbimist optilist peatelget. Konstrueerige nõgusläätses fookuse F_n asukoht. Lahendage ülesanne lisalehel.

**Ü159 Sfäärilised peeglid ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 10

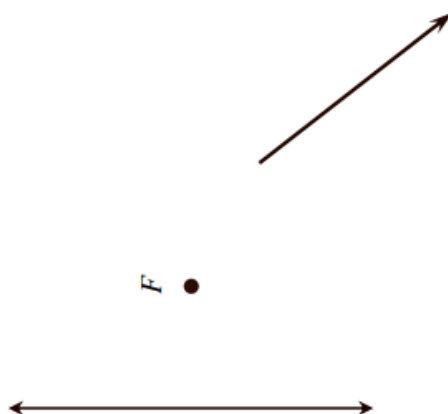
Joonisel on kujutatud kahe sfäärilise peegli optilised peateljed ja valguspunkti A ja selle kujutise A' asukohad kummagi peegli jaoks eraldi. Konstrueerige kummagi peegli pinna lõikepunkt optilise peateljega ja peeglite optilised keskpunktid.



Ü160 Kujutis läätsega ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 2

Konstrueerige ese AB , mille kujutis $A'B'$ on antud.



Ü161 Diaprojektor ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 6

Diaprojektori objektiivi fookuskaugus on 40 mm . Diapositiivi näitamisel on ekraanile tekkiv kujutis diapositiivist 80 korda suurem. Kui kaugele objektiivi fokaaltasandist on paigutatud diapositiiv? Diapositiiv on sarnane fotoga, on üks kaader filmilindist, millel esemete värvused vastavad nende tegelikele värvustele ja mida diaprojektori abil saab projitseerida ekraanile.

Ü162 Prillid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoore, 2017, P 7

Kui Jüri loeb raamatut prillide abil, mille fookuskaugus on $\frac{2}{3}$ meetrit, hoiab ta raamatut 25 cm kaugusel silmadest. Kui kaugel silmadest peab ta sama raamatut hoidma, et lugeda seda ilma prillideta pingutades silmi nagu eelmisel lugemisel.

Ü163 Tasapinnaline plaat ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 4

Tasapinnaline plaat lõigati kaheks tükiks nagu on näidatud joonisel. Tekkisid kumerlääts ja nõguslääts. Pärast seda nihutati läätsed teineteisest eemale. Mis juhtub paralleelsete kiirte kimbuga, kui see langeb läätsede süsteemile:

a) koondava lääts poolt;

b) hajutava lääts poolt.

Kirjeldage juhte, kui läätsede vahemaa on fookuskaugusest suurem ja väiksem (Kokku neli juhtu).

Ü164 Paat ★★

Autor: Sandra Schumann, piirkonnavoore, 2018, P 7

Juku on paadiga tiigil pindalaga $S = 20 \text{ m}^2$. Poiss viskab paadis oleva ankru vette. Leidke, kui palju ja mis suunas muutub veetase tiigis, kui

a) ankrut paadiga ühendav tross on piisavalt pikk, et ankur toetuks tiigi põhja;

b) tross ei ole piisavalt pikk, et ankur toetuks tiigi põhja. Ankru ruumala koos trossiga $V_A = 0,003 \text{ m}^3$. Vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ja ankru tihedus $\rho_A = 7900 \text{ kg/m}^3$.**Ü165 Kaks valgusallikat ★★**

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 9

Kaks punktikujulist valgusallikat asuvad kumerlääts optilisel peateljel erinevates punktides. Nendest valgusallikatest lääts abil tekitatud kujutised kattuvad. On teada, et üks valgusallikas asub läätses keskpunktist $a = 18 \text{ cm}$ kaugusel. Kui kaugel sellest valgusallikast asub teine valgusallikas? Läätses fookuskaugus $f = 9 \text{ cm}$.

Ü166 Kujutis ★★

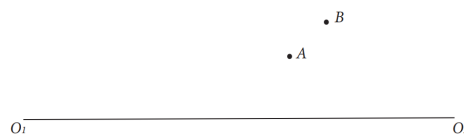
Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 10

Joonisel on kujutatud läätses keskpunkt O , fookus F ning kujutis $A'B'$. Konstrueerige kujutise tekitanud ese.

**Ü167 Lääts ja selle fookus ★★**

Autor: Koit Timpmann, lõppvoore, 2018, P 5

Joonisel on kujutatud valguspunkt, sellest läätses abil saadud kujutis ning läätses optiline peatelg O_1O_2 . Konstrueerige läätses ja selle fookuse asukohad kõikide võimalike juhtude jaoks. Esitage lahendus lisalehel.

**Ü168 Peegelpõhi ★★**

Autor: Andra Schumann, lõppvoore, 2018, P 9

Peegelpõhjaga tühja anumasse paigutatakse koondav klaaslääts nii, et läätses optiline peatelg on risti anuma põhjaga. Läätses kaugus anuma põhjast on $l = 10\text{ cm}$. Läätses suunatakse paralleelne valgusvihk, mis koondub pärast läätses läbimist mingis punktis A . Siis valatakse anum vett täis (lääts jääb vee alla). Valgusvihk koondub endiselt samas punktis A . Leidke läätses fookuskaugus f õhus. Klaasi murdumisnäitaja $n_k = 1,49$, vee murdumisnäitaja $n_v = 1,33$, õhu oma $n_0 = 1,0$. Murdumisnäitaja näitab, kui mitu korda on valguse kiirus vaakumis suurem kui aines.

$$f_v = f \cdot \frac{n_k n_v - n_0 n_v}{n_k n_0 - n_0 n_v}$$

Ü169 Näiv kujutis ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 8

Punktvalgusallikas asub läätse optilisel peateljel nii, et tekkinud näiv kujutis asub läätsele kaks korda lähemal kui valgusallikas. Leidke konstrueerimise teel läätse fookus.

Ü170 Kärbes lendab ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 9

Kärbes asub kumerläätsel kümnekordse fookuskauguse kaugusel ning läätse optilisest peateljest kolme fookuskauguse kaugusel ning hakkab liikuma otse oma kujutise poole. Kui kaugel läätse tasandist asub kärbes hetkel, kui tema tõeline kujutis liigub kärbe suhtes

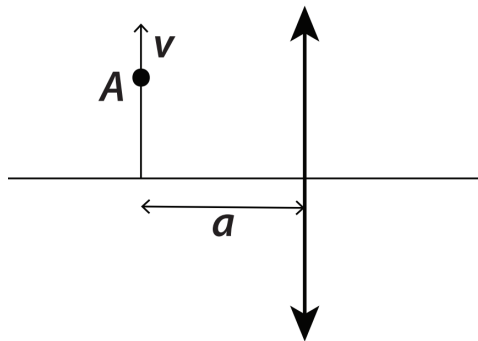
a) kõige aeglasemalt;

b) kõige kiiremini? Kui suur on kärbe kujutise kiirus nendel hetkedel?

Ü171 Kujutise kiirus ★★

Autor: koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 5

Punkt A liigub kiirusega $v = 2 \text{ cm/s}$ risti läätse optilise peateljega. Kui suure kiirusega liigub selle punkti kujutis? Punkti A projektsioon optilisele peateljele asub läätse keskpunktist $a = 15 \text{ cm}$ kaugusel ja läätse fookuskaugus $f = 10 \text{ cm}$.



Ü172 Kaksiklääts ★★

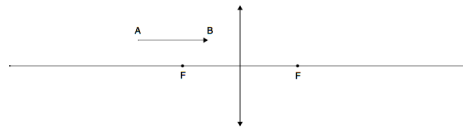
Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2020, P 7

Õhukese läätsega, mille optiline tugevus $D = 5 \text{ dpt}$ tekitatakse ekraanile esemega täpselt sama suur kujutis. Nüüd asetatakse läätse kõrvale teine samasugune lääts (tekib kaksiklääts). Kui palju ja kuhu poole peab nihutama ekraani, et ekraanile tekiks uuesti terav kujutis?

Ü173 Noole kujutis ★★

Autor: Oleg Košik, piirkonnavoore, 2020, P 8

Konstrueerige noole AB kujutis kumerläätses. Kas kujutis on tegelik või näiv?

**Ü174 Läätsede süsteem ★★**

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2020, P 10

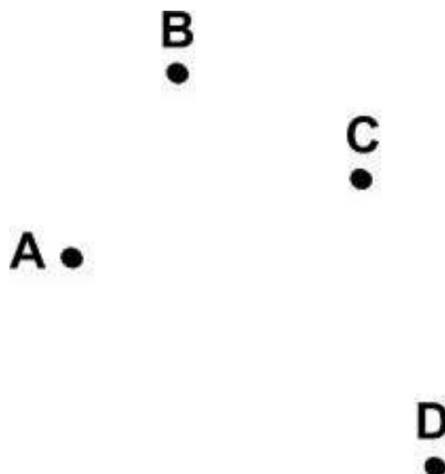
Jüri tahtis ekraanile tekitada küünlaleegi suurendatud kujutist. Ta paigutas kumerlääts küünlaleegist kahekordse fookuskauguse kaugusele. Lähemale küünla-le ta läätse panna ei saanud. Tekkinud kujutis ei olnud suurendatud. Jüri leidis kapist nõguslääts ja asetanud selle kumerlääts ja ekraani vahele, saigi ekraanile küünlaleegi suurendatud kujutise. Joonistage valguskiirte käik Jüri katses ja vastake järgmisele küsimusele. Kuidas sõltub sellise skeemi korral kujutise suurus nõguslääts fookuskaugusest?

Võnkumine

Ü175 Värvtilgad ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2009, P 1

Ühtlaselt ja sirgjooneliselt liikuva horisontaalse laua kohal on kaks paigalseisvat düüsi, millest tilgub lauale värvi. Värvtilgad langevad samast düüsist võrdsete ajavahemike järel. Joonisel on kujutatud teatud osa lauast värvtilkade jälgedega (täpid A , B , C , D). Mitu korda erinevad tilkade langemise sagedused (ajahükkus langenud tilkade arv) erinevatest düüsides?



Ü176 Maa pöörlemisperiood ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 4

Keskmiseks päikeseööpäevaks ehk tavatähenduses ööpäevaks nimetatakse keskmist perioodi, mille jooksul Päike näib Maaga seotud vaatleja jaoks tegevat taevas täisringi. Keskmise päikeseööpäeva pikkuseks on 24 h ehk 86400 s . Maal kulub ühe tiiru tegemiseks ümber Päikese $365,256$ keskmist päikeseööpäeva. Maa pöörlemis-suund ümber oma telje ühtib selle tiirlemissuunaga Päikese ümber. Leidke nende andmete põhjal Maa pöörlemisperiood sekundi täpsusega.

Ü177 Pendel ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 10

Pendel pandi väikese amplituudiga võnkuma ning stopperiga registreeriti neid hetki, kui pendel läbis vasakult poolt tulles oma tasakaalupunkti. Kaks järjestikust sellist sündmust toimusid hetkedel $t_1 = 3,19\text{ s}$ ja $t_2 = 5,64\text{ s}$. Pendlil lasti mõnda aega segamatult võnkuda, seejärel saadi kaheks järjestikuseks näiduks $t_3 = 61,14\text{ s}$ ja $t_4 = 63,54\text{ s}$. Leidke võimalikult täpselt pendli võnkeperiood.

Ü178 Kajalood ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 5

Vertikaalsuunas sukelduva allveelaeva kajalood kiirgab veekogu põhja suunas lühikesi heliimpulsse kestvusega t_0 sekundit. Põhjast tagasipeegeldunud registreeritud heliimpulsside kestvus on aga t sekundit. Kui suur on allveelaeva sukeldumise kiirus u , kui heli levimise kiirus vees on v ?

Ü179 Film ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 10

Filmis näidatakse, kuidas poiss sõidab jalgrattaga. Kui poiss hakkab sõitma, veeavad rattad õiget pidi. Kiiruse kasvades paistavad rattad pöörlevat tagurpidi. Veel suurema kiiruse $v = v_0$ puhul näib, nagu ei pöörleks rattad üldse. Leidke kiirus v_0 , kui on teada, et ratta ümbermõõt on $p = 2,5$ m ning rattal on $N = 36$ kodarat. Filmis vahetuvad kaadrid sagedusega $f = 24$ Hz (kaadrit sekundis).

Vihjed

- V1** Toide on vaja lüliti plokile ühendada nii, et ühes asendis on plussklemm ühendatud mootori parema poolega ja miinusklemm vasaku poolega, et mootor töötaks ühtepidi, kuid teises asendis on pluss- ja miinusklemm ühendatud vastupidi, et mootor töötaks samuti vastassuunas.
- V2** Arvestada tuleb, et rööpühendusel on pinge konstantne ning jadaühendusel on kogupinge osapingete summa.
- V3** Kokku on võimalik takisteid ühendada 14 erinevat viisi.
- V4** Võrdse nimipinge korral on nimivõimsused takistusega pöördvõrdelised.
- V5** Lahendamisel tuleb lähtuda Ohm'i seadusest ja takistuse sõltuvusest materjalist, selle pikkusest ja ristlõike pindalast.
- V6** Rõnga kaared kui takistid on elektriliselt ühendatud rööbiti.
- V7** Maksimaalse võimsuse jaoks takistus minimeerida.
- V8** Ülesande lahendamisel aitab, kui skeem joonistada ümber lihtsamate jada- ja rööpühendustest koosneva segaühendusena.
- V9** Ülesande lahendusel piisab ainult kahe takisti lisamisest süsteemi.
- V10** Võimsus on võrdeline pinge ruudu ja pöördvõrdeline takistusega
- V11** Ülesande lahendamisel aitab, kui skeem joonistada ümber lihtsamate jada- ja rööpühendustest koosneva segaühendusena.
- V12** Leia esmalt rööpühenduse ja seejärel ahela kogutakistus ning seeläbi saad leida voolutugevuse.
- V13** Kuna pinge on nii mõõteriista kui ka takisti klemmidel sama suurusega, siis on voolutugevuste ja takistuste vaheline suhe sama.
- V14** Kuna tegemist on võrdlemisi pika ja peenikese juhtmega, siis peame me arvesse võtma juhtme takistust, mis on jadamisi lambi takistusega.

- V15** Kuna lüliti asend muudab takistust, siis peab lüliti ühendama süsteemist välja vähemalt ühe takisti nii, et süsteemist läheb vool ikkagi läbi.
- V16** Igal ajahetkel peab kogu pingelangus olema 240 V.
- V17** Esmalt leia valgustite algne tegelik pinge ja võimsus, mis on väiksemad nimipingest ja -võimsusest.
- V18** Mehaaniline töö, mis on võrdeline inimese raskusjõuga ja talla kokku vajumisega, muundatakse elektrienergiaks, mis on võrdeline kasuteguri, pinge, voolutugevuse ja ajaga.
- V19** Voltmeetri näidu saab leides esimese ja kolmanda takisti pingete vahe.
- V20** Takisti R_1 ja takisti $3R$ otstel olev pinge on sama, sest nad on ühendatud paralleelselt. Sama kehtib ka takistite R_2 ja $3R$ kohta.
- V21** Tehes skeemis ühe takistuse takistust väiksemaks, siis kogutakistus kas väheneb või jääb samaks.
- V22** Alusta ülesande lahendamist kõikide lampide takistuste leidmisest.
- V23** Ülesande lahendamiseks on mõistlik esialgset skeemi lihtsustada, hinnates, millised vooluringi osad võiks skeemilt välja jätta ning millised saaks lihtsamateks osadeks taandada.
- V24** Kui oleks tegemist ideaalse voltmeetriga, siis peaks pinge jagunema takistite klemmidel proportsionaalselt, aga kuna mõõdetud pinge on sellest oluliselt väiksem, mõjutab mõõtmisi voltmeetri takistus. Voltmeetri takistuse leidmiseks tuleb kõigepealt leida voolutugevus takistites.
- V25** Takisti väärtus on voltmeetri sisetakistusega samas suurusjärgus ning seetõttu ei saa seda ignoreerida.
- V26** Energiamahuti peab suutma talletada kogu päevase ületoodangu ehk selle osa paneelide poolt toodetud energiast, mida linn koheselt ära ei tarbi.
- V27** Kuna juhtmel CD takistus puudub, võime vooluringi punktid C ja D lugeda samaks, mille korral on kaks rööbiti ühendatud takistit ühendatud teise rööpühendusega jadamisi.

- V28** Ruudu kaks vastastippu (ülemine ja alumine) on ka takistiga ühendatud, kuid selles takistis voolu ei ole. Skeemi ülemine ja alumine haru on sümmeetrilised, seega on pinge nii ülemise kui ka alumise haru esimese takisti otstel sama suur ning vertikaalselt paikneva takisti otstel pinge puudub. Seetõttu ei teki vertikaalselt paiknevas takistis elektrivoolu ning selle takisti takistust ei ole tarvis arvestada. Ruudu ülemiste takistite jada ja alumiste takistite jada on ühendatud rööbiti.
- V29** Vooluahela paremaks mõistmiseks on mõistlik kujutada elektriskeem erinevate takistite rööp- ja jadaühenduskeemina.
- V30** Takistuse leidmiseks temperatuuril $t_1 = 420^\circ\text{C}$ tuleb kasutada Ohm'i seadust ning seejärel saab etteantud valmitest avaldada otsitavad tegurid.
- V31** Kui esimene korrus asub maapinnal, siis teisele korrusele jõudmiseks tuleb tõusta ühe korruse võrra ja viiendale korrusele jõudmiseks on vaja tõusta 4 korrust.
- V32** Ülevalpool ajatelge olev graafiku joon kirjeldab liikumist positiivses suunas, allpool ajatelge olev joon negatiivses suunas. Kuna liikumise iseloom igal etapil on erinev, tuleb arvutada iga etapi jooksul läbitud teepikkus arvestades ka liikumise suunda. Teepikkust võib arvutada graafiku joone ja ajatelje vahelise pindala kaudu.
- V33** Keskmine kiirus on võrdne kogu teepikkuse ja kogu aja jagatisega.
- V34** Tuleb võtta arvesse, et heledaim valge täpp meile infot ei anna, sest see näitab vaid golfipalli algasendit enne seda, kui kepp teda löi. Kahele järjestikusele pildile on jäädvustunud heledast pallist paremale jäävad kaks tuhimimat valget palli kujutist. Nende ajaline vahe on τ ning me saame mõõta pallide vahekauguse joonlauaga.
- V35** Paadi liikumine koosneb kahest komponendist: risti liikumine üle jõe ja allavoolu liikumine.
- V36** Ülesande saab lahendada pelgalt loogilise arutluse teel ilma konkreetseid valemeid kasutamata.
- V37** Vaadi ühe täispöördega liigub selle keskpunkt edasi vaadi ümbermõõduga võrdse teepikkuse võrra. Sama aja jooksul liigub laua vaadile toetuv ots vaadi keskpunkti suhtes edasi sama teepikkuse võrra.

- V38** Metallis, kus heli levib kiiremini, läbib heli poolrõngast teatud ajaga ning sama ajaga jõuab heli teises metallist mingile maale. Seejärel liiguvad need helid edasi koos samas metallis üksteisele vastu. Vastavatest kiiruse ja teepikkuse valemitest tuletades on võimalik avaldada heli liikumise kogu aeg.
- V39** Ülesande lahendamisel tuleb järgida põhimõtet, et kera poolt kausi põhjale mõjuv jõud on võrdne kera raskusjõu ja temale mõjuva üleslükkejõu vahega.
- V40** Rongi poolt läbitud teepikkus on võrdne kiiruse graafiku aluse pindalaga.
- V41** Ülesande lahendamisel tuleb hinnata kui palju on droon A teisest droonist taga pool ning millise suhtelise kiirusega ta seda vahemaad läbib.
- V42** Esimese ning teise rongi liikumiste kiiruste ja aegade korrutiste summa annab kokku linnade vahelise teepikkuse. Sellest seosest on võimalik avaldada kogu aeg.
- V43** Paatide kiirused ei ole tegelikult antud ülesandes üldse olulised. Lihtsustuse mõttes võib kujutada ka, et veevoolu ei eksisteeri ehk et paadid liiguvad seisvas vees.
- V44** Sümmeetria tõttu on uues olukorras kumbki varda pool eraldi võetuna justkui esimeses situatsioonis: üks ots (varda keskkoh) jäigalt kinnitatud, teisele otsale (varda otspunkt) mõjub jõud $F/2$.
- V45** Veet mõjub pallile jõud, mis on võrdne üleslükkejõu ja raskusjõu vahega. Antud jõu tõttu omab pall potentsiaalset energiat veepinna nullnivoo suhtes. Samuti veest välja lennates maksimaalsel kõrgusel seistes, omab pall potentsiaalset energiat, mis on veepõhjas olevast energiast väiksem siseenergia muutuse võrra.
- V46**
- V47** Tühjale tün-nile ja vedelikuga täidetud tün-nile mõjuvad raskusjõud peavad olema võrdsed nendele tün-nidele mõjuva üleslükke jõuga. Vedeliku tihedus on avaldatav vedeliku massist, mis lisatakse tün-ni.
- V48** Lahenduse leidmiseks võiks punkti P asemel kasutada tema peegeldust veepiiri suhtes P' . Selliselt saab konstrueerida täisnurkse kolmnurga, mida lahendada hakata.

- V49** Väiksem anum upub, kui ta vajub piisavalt sügavale, et vesi saaks hakata sisse voolama. Väikema anuma mass pluss anumask oleva vee mass peab olema võrdne üleslükkejõuga, et täita tasakaalutingimust.
- V50** Leia kahe järjestikuse bussi vahetkaugus ning jalgratturi suhteline kiirus temale vastu liikuvate busside suhtes ning sealt saad leida, millise ajavahemiku tagant tuli talle buss vastu.
- V51** Inimesele ja parvele mõjuvate raskusjõudude summa peab olema võrdne parvele mõjuva üleslükkejõuga.
- V52** Kuuli lennuaeg võrdub kõrvalekaldega märgist jagatud rongide suhtelise kiirusega.
- V53** Selleks, et leida kogu aega, tuleb hinnata, kui pikk vahemaa on tekkinud esimese ja viimase auto vahel selleks hetkeks, kui viimane auto saab liikuma hakata. Selle põhjal saab hinnata, kui kaua läbis esimene auto seda vahemaad ja kui kaua läbib viimane auto vahemaad ristmikuni.
- V54** Keskmise võimsus on võrdelises seoses kogutööga ja pöördvõrdelises seoses kogu ajaga. Kogu aja saab avaldada esimese ja teise masina poolt tehtava töö ajast, mis omakorda avaldub kummagi masina töö ja võimsuse jagatisest.
- V55** Kui lennuk sõidab tuulega samas sihis, siis ühes suunas tuleb lennuki tegeliku kiiruse leidmiseks lennuki kiirusest tuule kiirus lahutada ja teises suunas lennates kiirused omavahel liita. Kui tuul on risti lennusihiaga, on lennuki tegelik kiirus lennuki ja tuule kiiruste ruutude vahe ruutjuur.
- V56** Kuna d_2 on suurem kui d_1 , siis valede rehvide korral sõidab auto kiiremini kui näitab spidomeeter.
- V57** Kuna kanal on teises pooles kaks korda kitsam, kuid sama sügav, siis voolab seal vesi kaks korda kiiremini.
- V58** Vasest kuulikeste mass peab olema võrdne kaadiumist kuulikeste ja vee massi summaga, et kangkaal oleks tasakaalus.

- V59** Kui aja t möödudes on reisirong jõudnud kaubarongile järele ja ei toimu kokkupõrget, siis on nende kiirused sel hetkel võrdsed. Kuna reisirongi kiirus muutus ühtlaselt, saame leida reisirongi keskmise kiiruse kaubarongile järelejõudmisel ja selle põhjal avaldada ka läbitud tee pikkuse.
- V60** Vette sukeldatud kehale mõjuva üleslükkejõu tõttu väheneb ka dünamomeeteri näit. Keha sukeldamisel vette surub keha välja oma ruumalaga võrdse koguse vett, mille tulemusel tõuseb veetase anumasse ning suureneb rõhk anuma põhjale.
- V61** Veetase muutub tänu sellele, et jää sulamisel selle ruumala väheneb. Vahe- tult enne uppumist on nael koos jääga pea täielikult vee all ning naela ja jää summaarne mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga.
- V62** Keskmise kiirus on kogu teepikkuse ja kogu aja jagatis.
- V63** Kui joonestada graafik kiiruse ja aja vahelisest seosest, siis teepikkus graa- fikul on võrdne graafiku joone aluse viirutatud pindalaga.
- V64** Kui kaater liigub tankriga vastassuunas, siis tuleb kaatri ja tankri kiirused liita ning kui kaater liigub samas suunas, siis tuleb vastavad kiirused lahu- tada, et leida kaatri suhteline kiirus tankri suhtes.
- V65** Et jõuda laagrisse üheaegselt, peab kumbki matkasell pool teed läbima joos- tes ja pool jalgrattal.
- V66** Lihtsustuse mõttes võib antud liikumist vaadata hoopis seisvas taustsüste- mis.
- V67** Plokkide liikumisel kõrguste vahest tingitud potentsiaalse energia muutus muundub plokkide kineetiliseks energiaks. Plokkide kineetiliste energiatega muutuste summa peab olema võrdne potentsiaalsete energiatega muutumise summaga.
- V68** Ülesande lahendamisele aitab kaasa kiiruse ja aja vahelist seost kuvava graa- fiku joonistamine. Kiiruse graafikul on keha poolt läbitud tee võrdne graa- fiku aluse pindalaga.

- V69** Esmalt tuleb leida, kui kaua kulub Jukul bussiga sõiduks aega ning siis hinnata, mitu bussi selle aja jooksul väljub. Lisaks peab arvesse võtma, et täpselt sama palju busse on juba enne sõitma hakkamist väljunud ning jõuavad tee peal Jukule vastu. Lõpuks veel lisaks ka see buss, mis väljus Jukuga samal ajal.
- V70** Silda koormab ainult tema peal paiknev vesi.
- V71** Kuna vahemaa jääb samaks, siis on allavoolu liikumise suhtelise kiiruse ja aja korrutis võrdne ülesvoolu liikumise kiiruse ja aja korrutisega. Sellest võrdusest on võimalik avaldada laeva ja veevoolu kiiruste omavaheline suhe.
- V72** Ülesande lahendamise lähtuda sellest, et kohtumise hetkeks on mõlemad autod olnud liikvel koos pausidega võrdse aja. Mõlema auto liikumisvõranditest saab avaldada aja ning panna need võrduma.
- V73** Mitmekordse jõu võidu saamiseks on vaja sellised plokisüsteemid panna üksteise suhtes järjestikku. Poolekordset võitu saab jällegi, kui ülesandes toodud süsteemi rakendada vastupidiselt.
- V74** Sellest, et trajektoori madalaima ja kõrgeima punkti vahe vertikaalsuunas peab olema $2a$, saame leida ruudustiku sammuvahe.
- V75** Korgile mõjub liiva raskusjõud ning altpoolt surub seda vesi. Kork kannatab nende jõudude vahet.
- V76** Seisvale inimesele langeb teatud kogus vett, mille ruumala on võrdne horizontaalsele pinnale langeva vee kogusega. Liikuval inimesel lisandub juurde läbi veepiiskade täidetud õhukõndimisel vertikaalse pinna komponent.
- V77** Et plaat ei eralduks toru otsast, peab olema täidetud tasakaalutingimus. Tasakaalutingimus on täidetud kui plaadile alt poolt mõjuv veerõhumisjõud on võrdne plaadile mõjuva raskusjõu ja õlisamba rõhumisjõu summaga.
- V78** Kolmnurkne paat on kahe prugiga ühel joonel, seetõttu pidid need sellest paadist olema kukkunud.

- V79** Lahendus muutub lihtsaks, kui vaatleme ühe lennuki suhtelist liikumist teise suhtes ehk kui kujutame mõtteliselt punase lennukiga B kaasaliikuvat taustsüsteemi.
- V80** Alustuseks hinda anuma põhja poolt süsteemile "vesi pluss kehad" mõjuva jõu muutust.
- V81** Kuup asub sellisel sügavusel, et esineks jõudude tasakaal, kus kuubi raskusjõu ja kuubi ülemisele pinnale mõjuva vedeliku rõhumisjõu summa on võrdne vedeliku rõhumisjõuga kuubi alumisele pinnale.
- V82** Niidile EC mõjuv jõud on 2 korda suurem niidile AD mõjuvast jõust ning need peavad olema tasakaalus vardale DF tema keskpunktis mõjuva raskusjõuga.
- V83** Antsu, Birgiti ja Gerdi asukhad moodustavad igal ajahetkel võrdhaarse kolmnurga, mille alus asub Antsu ja Birgiti poolt kasutataval teel. Gerdi liikumine koosneb kahest komponendist: Antsu ja Birgitiga paralleelses sihis liikumisest ja nende liikumissuunaga risti liikumisest.
- V84** Kehale mõjuv takistusjõud on vedelikus tõustes ja vajudes sama, kuid vastupidise suunaga.
- V85** Vastuvoolu liikumisel tuleb suhtelise kiiruse leidmiseks lahutada paadi kiirusest veevoolu kiirus ja pärivoolu liikudes tuleb paadi ja veevoolu kiirus liita.
- V86** Kogu mootori poolt tehtud töö läheb peatumise järgselt autole kineetilise energia.
- V87** Glütseriin ei voola välja, kui teeküünal püsib paigal, ehk selle alla ja üles mõjuvad jõud on tasakaalus.
- V88** Auto kineetiline energia kulub pidurdusjõu ületamiseks ning potentsiaalse energia muuduks. Kõrguse muut ning auto poolt läbitud teepikkus on omavahel seotud avaldisega $\Delta h_1 = ks_1$.
- V89** Jaagu lisa kalapüügi ja kojusõiduaeg kokku on võrdne Jüri kojusõidu ajaga. Meeste kalapüügi kohtade kauguste arvutamisel peab arvestama ka veevoolu kiirusega liikumisel ja lisaks paatide triivimisega õngitsemise ajal.

- V90** Ülesande lahendamiseks tee abistav joonis, mis kuvab drooni liikumise trajektoori ning varju liikumist maapinnal. Ülesande lahendus peitub täisnurksete kolmnurkade lahendamises.
- V91** Teades, piirituse massiprotsenti, saab esmalt leida vee ja piirituse masside suhte.
- V92** Ülesannet on võimalik lahendada kahte pidi. Esimesel juhul mõistame, et kehale mõjuvad kolm jõudu - raskusjõud, vedeliku rõhk ülemisele pinnale ja vedeliku rõhk alumisele pinnale. Teisel juhul mõistame, et vedelikus heljuva keha korral võrdub kehale mõjuv raskusjõud kummagi vedeliku poolt mõjuvate üleslükkejõudude summaga
- V93** Voolamisel kehtib massi jäävus ehk aja Δt jooksul läbib pindu erinevaid veejooa ristlõikeid sama kogus vett. Setõttu peab muutuma veevoolu kiirus. Veevoolu kiiruse muutumise tingib potentsiaalse energia muutumine veejooa kõrguse vähenemisel.
- V94** Pärast keha vettelaskmist mõjuvad parempoolsele kaalukaasile järgmised jõud: statiivile mõjuv raskusjõud + kehale mõjuv raskusjõud – kehale mõjuv üleslükkejõud. Vasakule kaalukaasile mõjub klaasile, veele ja keha poolt väljatõrjutud veele mõjuv raskusjõud.
- V95** Joonisel oleva mõõtkava järgi saab võtta 500 km vastava pikkuse joonisel. See pikkus tuleb võtta sirkli haarade vahele ja joonestada vastava raadiusega ringjooni märkides sirgjoonega lennuki võimalikke trajektoore.
- V96** Süsteem on tasakaalus, kui teisse harusse lisandunud veesamba rõhk tasakaalustab õli ja puuklotsi lisamiseset tuleneva rõhu.
- V97** Energia, mis pörkel vabaneb ja muutub soojuseks, saab leida potentiaalsete energiatega vahel alguses ja pärast pörget.
- V98** Lumele vee lisamise lõppedes peab olema segu temperatuur $t = 0^{\circ}\text{C}$.
- V99** Sulava lumekihi kõrgus avaldub lume massist, mis on võrdne lume tiheduse, kõrguse ja pindala korrutisega. Sulava lume pindala on aga võrdne vihmavee pindalaga ning avaldub vihmavee massist ja selle jahtumisel eralduvast soojushulgast.

- V100** Külmkapp võimsusega N peab tegema nelja tunni jooksul töö, mis on võrdne soojushulgaga, mis eraldub 1 liitri vee jahutamisel 0°C -ni ja poole liitri vee jäätumisel.
- V101** Soojustasakaalu saavutamiseks vajalik energia saadakse mahla jahtumiselt. Mahla jahtumisel eraldunud energia kulub kolmeks protsessiks: jää soojendamiseks sulamistemperatuurini, jää sulatamiseks ja sulanud vee temperatuuri tõstmiseks.
- V102** Üleiigne ruumala glütseriini väljub ava kaudu, moodustades silindri pikkusega $v\Delta t$ ja ruumalaga $\Delta V = vS\Delta t$.
- V103** Kuna mõlemat radiaatorit läbib ajaühikus võrdne kogus vett, määrab võimsuste suhte sisenevate ja väljuvate temperatuuride muutude suhe.
- V104** Ülesande lahendamisel tuleb leida, millise ajaga läbib auto 100 km ja seejärel leida, millise hulga tööd teeb antud mootor selle ajaga.
- V105** Jää sulatamiseks vajalik soojushulk koosneb jää soojendamisest sulamistemperatuurini ja seejärel jää sulatamisest. Selle soojushulga annab jääle traadis elektrivoolu poolt tehtav töö.
- V106** Hõõrdumisest tekkiv soojushulk on võrdne pöörlemisel tehtava tööga ehk hõõrdejõu ja pöörlemisel läbitud vahemaa korrutisega. See peab olema omakordne võrdne torude soojendamiseks vajamineva soojushulgaga.
- V107** Ülesande põhiline idee seisneb selles, et vesi jäätub temperatuuril 0°C . Osa vee jäätumisel eralduvast soojushulgast läheb allajahtunud vee soojendamiseks jäätumistemperatuurile, seega tahkumisel eralduv soojushulk ja allajahtunud vee soojenemiseks kuluv energiahulk peavad olema võrdsed.
- V108** Litri ühtlase kiirusega libisemisest järeldub, et kogu potentsiaalse energia muutus teisendub litri soojusenergiaks.
- V109** Selleks, et leida millise koguse vett suudab boiler soojendada ühes minutis, tuleb leida millise kasuliku hulga energiat suudab boiler ühe minuti jooksul anda.
- V110** Soojusvahetus lõppeb siis, kui veeaur on kondenseerunud ning jahtunud $^{\circ}\text{C}$ -ni. Veeauru kondenseerumisel eraldunud soojushulk ning veeauru jahutamisel eraldunud soojushulk lähevad jää sulatamiseks $Q_j = Q_1 + Q_2$.

- V111** Kogu jää on sulanud siis, kui kraanidest tilkunud vesi on jahtunud 0°C -ni ning eraldunud soojus on läinud anumasse oleva jää soojendamiseks 0°C -ni ning sulatamiseks.
- V112** Kerisekivide jahtumisel eralduv soojushulk kulub vee soojendamiseks ja aurustamiseks. Sellest võrdsusest saame avaldada kerisekivide temperatuuride muudu.
- V113** Kui tuba enam ei soojene, on kerise võimsus energia jäävuse seaduse järgi võrdne soojuskadude omaga. Antud seinte puhul määrab kadude võimsus üheselt temperatuurivahe sees ja väljas, sõltumata välistemperatuurist.
- V114** Ajavahemiku Δt jooksul peavad radiaatorid andma koolimajale sama koguse soojust, mille kaotab koolimaja selle aja jooksul väliskeskkonda. Radiaatoritest eralduva soojushulga saab leida küttesüsteemi selle aja jooksul läbiva vee ruumala kaudu, millest saab omakorda avaldada veevoolu kiiruse.
- V115** Ülesannet on võimalik lahendada, kui avaldada tundmatu võrdetegur kuna soojusvahetuse võimsus pinnaühiku kohta on võrdeline temperatuuride vahetusega peab ka soojusvahetus läbi terve seina olema võrdeline temperatuuride vahetusega. Ülesannet on ka võimalik lahendada lihtsamini kui märkame, et tegu on lineaarse süsteemiga ja teame, et lineaarse süsteemi korral kahe lahendi superpositsioon on samuti süsteemi lahend.
- V116** Jääst klaas saab energiat vedeliku A jahtumisel eraldunud energia arvelt. Vabanenud energia läheb jääst klaasi sulamiseks.
- V117** Ülesande lahendamiseks tuleb panna kirja võrrand, kus ühelt poolt vee jahtumisel eralduv energia ning pliidi poolt juurde antava energia summa peab olema võrdne jää sulamiseks, jää soojenemiseks ja soojuskadudeks kuluvate energiatega.
- V118** Nafta jahtumisel eraldunud soojus läheb vee soojendamiseks.
- V119** Soojustasakaal saabub siis, kui vee temperatuur on 0°C . Seega saab leida sulanud jää massi. Kuna jääga kaetud kuulike heljub, siis peab tema keskmine tihedus olema võrdne vee tihedusega. Kuulikese keskmise tiheduse saame leida liites vase ja jää massi ning jagades selle nende ruumalade summaga.

- V120** Ventilaatori võimsus läheb toru läbivale õhule kineetilise energia andmiseks ning arvestame, et õhk liigub läbi ventilatsioonitoru kiirusega v . Tasakaalu korral peab ventilaatori kaudu väljuv õhk suutmata ära kanda kogu generaatorist eralduva soojusenergia.
- V121** Esmalt tuleb leida jää sulamistemperatuur antud rõhul. Teiseks saame leida tekkiva vee massi võttes arvesse, et jää saab sulada vabanenud soojushulga arvelt.
- V122** Teades, et uppumise korral on elavhõbedaga täidetud jääast kuubi keskmine tihedus võrdne vee tihedusega, saame leida lisatud elavhõbede massi ning ruumala.
- V123** Selleks, et valgustada sügava kaevu põhja, peab peeglist peegeldunud kiir levima vertikaalselt alla.
- V124** Ülesande lahendus peitub murdumisseaduses.
- V125** Ülesande lahendus on seotud optilise tiheduse ja murdumisseadusega.
- V126** Ülesande lihtsamaks lahendamiseks tuleb konstrueerida joonis ning lahendada probleem läbi tekkivate sarnaste kolmnurkade.
- V127** Lambi asukoha saab määrata kahe peegeldunud sirge lõikepunktiga. Esiteks tuleb pikendada suunas A lähtuvat kiirt ning see peegeldada peegeltasapinnalt vastavalt peegeldumisseadustele. Teiseks tuleb pikendada suuna B lähtuvat kiirt ning peegeldada seda nii laualt kui ka peegeltasapinnalt.
- V128** Eimeses peeglis esimene kujutis läheneb temale ja teine kujutis kaugeneb temast. Mõlemad liiguvad kiirusega $v = 0,5 \text{ m/s}$.
- V129** Samapidised on inimese kujutis peeglis ja selle kujutise teine kujutis.
- V130** Kõige kaugemal on inimene peeglist siis, kui tema peegeldust on näha peegli nurgast. Ülesanne lahendub siis sarnaste kolmnurkade kaudu.
- V131** Kui ese asub kaugusel a läätsest ja tema tegelik kujutis kaugusel b sellest, siis kiirte pööratavuse printsiibi kohaselt kui lääts paigutada kaugusele b esemest, tekib tegelik kujutis kaugusele a läätsest.

- V132** Kõige lihtsam viis ülesande lahendamiseks on kõigepealt konstrueerida eseme (näiv) kujutis peeglis ja konstrueerida sellest läätse abil tekkiv kujutis. Barjäär tagab, et tekib ainult üks tõeline kujutis.
- V133** Nii Kuu kui ka Päikese kaugus läätsest on väga suur, seega nendelt lähtunud kiired võib lugeda paralleelseteks
- V134** Ülesande lahendamiseks tuleb kirjeldada, kuidas tekivad kujutised kui ese asetada kuumerläätsel kaugemale kui läätse fookuskaugus ning kuidas siis kui asub läätsele lähemal kui fookuskaugus.
- V135** Kui mingi ajavahemiku vältel liigub peegel kärbses eemale kauguse s võrra, eemaldub kärbses kujutis peeglis kärbses kauguse $2s$ võrra.
- V136** Kui mingi ajavahemiku vältel liigub peegel kärbses eemale kauguse a võrra, eemaldub kärbses kujutis peeglis kärbses kauguse $2a$ võrra.
- V137** Ülesande lahendamisel tuleb konstrueerida joonis ning kasutada peegeldumise seadust ning kolmnurkade sarnasusi.
- V138** Kala varju ja poolvarju tekitavate kiirte konstrueerimisel tuleb arvestada ka valguse murdumisega veepiiril.
- V139** Ülesande lahendamiseks tasub teha joonis ning pikendada esialgset langevat kiirt ning viimast peegeldunud kiirt. Läbi pikenduste vahelise nurga saab määrata suuna erinevuse.
- V140** Nõgusläätsed ja kumerläätsed fookused peavad kattuma.
- V141** Konstrueerimisel peab järgima koondava kumerläätsed ja hajutava nõgusläätsed seaduspärasusi.
- V142** Tekib optiline süsteem, kus liituvad kumerläätsed, nõguspeegli ja uuesti kumerläätsed optilised tugevused.
- V143** Optiliste tugevuste põhjal on võimalik arvutada läätsede fookuskaugused. Tuleb mõista, et kui ese asub kahe fookuskauguse kaugusel läätsest, asub ka selle kujutis kahe fookuskauguse kaugusel läätsest, on ümberpööratud ja eseme suurune.

- V144** Et kujutis tekiks peegli ees peegli fookuses, peavad peeglilt peegeldunud ja läätsele langevad kiired olema paralleelsed.
- V145** Ülesande lahenduse paremaks selgitamiseks on mõistlik teha joonis.
- V146** Pane tähele, et ükski kiirefragment ei ole teisega samal sirgel. See tähendab, et kõikide kiirefragmentide puhul on tegemist kas erinevate kiirtega või sama kiire fragmentidega enne ja pärast peegeldumist. Et kiiri on kokku ainult kolm, siis vähemalt kaks fragmenti peavad olema pärit samalt kiirelt, üks enne ning teine pärast peegeldumist.
- V147** Lühinägelik silm näeb teravalt objekti, mis asub ei asu kaugmal teatud vahemaast. Prillide eesmärgiks on kaugest objektist tekitada kujutis, mis asub silmast samal kaugusel. Lõpmata kaugelt objektilt tulevad kiired on paralleelsed ja kujutise kaugus läätsest on võrdne fookuskauguse absoluutväärtusega.
- V148** Nõguslääts ette tuleb paigutada koondav lääts, mille optiline peatelg ühtib nõguslääts optilise peateljega. Koondava läätse optilise tugevuse arvuline väärtus peab olema suurem nõguslääts optilise tugevuse arvulisest väärtusest, sest ainult sel juhul käitub kogu läätsede süsteem valgust koondavana.
- V149** Kõige keerulisem on määrata punkti D kujutise kaugust teisel pool läätse, sest see asub optilisel peateljel. Selleks võib võtta punktist D optilise peateljega ühe ristsirge ning konstrueerida sellelt sirgelt mõne abipunkti kujutis teisele poole. Abipunkti kujutis peab olema samuti samal ristsirgel punkti D kujutisega
- V150** Kogu pilt on optilise peatelje suhtes sümmeetriline, tänu millele võib tegeleda ainult ühe poolega. Konstrueeri kiirte käik, teades et kõigi nõguslääts läbivate paralleelsete kiirte pikendused lõikuvad fokaaltasandil.
- V151** Lihtsam on alguses vaadata olukorda, kus lääts on paigal ja liigutatakse minikuvarit. Suurendatud tõelise kujutise tekkimiseks peab minikuvar painema läätsest kaugusel, mis jääb ühe ja kahe fookuskauguse vahele.
- V152** Lahenduseks piisab korrektse joonise olemasolust. Läbi läätse liikuvate kiirte lõikepunkti abil on võimalik konstrueerida fookust läbiva kiire liikumine.

- V153** Sobiva piirkonna leidmisel tuleb arvestada kõikide võimalike piiripealsete punktidega ning leida nendes olevad kiirte peegeldumisnurgad.
- V154** Kuna kiired lähtuvad punktist S ja koonduvad uuesti punktis S , on S optilise süsteemi fookuseks. Nõguspeegli ja kumerläätselise optilised tugevused liituvad.
- V155** Ülesande lahendamisel tuleb kasutada kolmnurkade sarnasuse reegleid.
- V156** Läätselise keskpunkti leiame kui ringile ja ellipsile tõmmatud puutujate lõikepunkti (puutepunktid peavad olema originaali-kujutise paarid ning neid ühendavad sirged peavad läbima läätselise keskpunkti (sirged jooned joonisel).
- V157** Ülesande lahendamiseks konstrueeri nõgusläätsesüsteemi kujutav joonis, kus tekkiv kujutis on näiline, samapidine ja vähendatud. Fookuskauguse leidmisel saad kasutada kolmnurkade sarnasust.
- V158** Ülesande lahendamisel on vaja konstrueerida laserkiire liikumine läbi läätsede, kasutades selleks abisirgeid, mis on paralleelsed laserkiirega ning läbivad läätsede keskpunkte.
- V159** Konstrueerimisil lähtu peegeldumise seadustest.
- V160** Esmalt tuleb joonistada risti läätselise keskpunkti läbiv optiline peatelg. Seejärel on võimalik "tagurpidi" konstrueerides kujutada eseme asukoht.
- V161** Ülesande lahendamiseks tuleb koostada joonis ning lahendada see sarnaste kolmnurkade seostega.
- V162** Silma ja prilliläätselise koos kasutamisel nende optilised tugevused liituvad.
- V163** Tasaparalleelsele plaadile langev valgus väljub plaadist ikka paralleelsena. Kui me vaatleme nüüd plaati koosnevana kumer- ja nõgusläätselise, mis on teineteisest eemale nihutamata, siis näeme, et kumerlääts koondab valgusvihi. Nõgusläätsel on näiv fookus ja kui nõgusläätselise fookus langeb kokku kumerläätselise fookusega, siis pärast nõgusläätselise on valguskiired paralleelsed. Seega lõigatud kumer- ja nõgusläätsel on sama fookuskaugus.

- V164** Kuna ankur enda definitsiooni kohaselt upub vees, siis ankru tihedus on väiksem vee tihedusest ja seega pärast ankru paadist välja viskamist üles tõrjutud vee mass on väiksem kui enne ankru välja viskamist üles tõrjutud vee mass. Seega veetase järves ankrut välja visates alaneb.
- V165** Kui optilisel peateljel paiknev valgusallikas asub läätsest 18 cm kaugusel, mis on võrdne kahekordse fookuskaugusega, siis selle valgusallika kujutis asub teisel pool läätse läätsest samuti kahe fookuskaugusel. Et kahe valgusallika kujutised kattuksid, peab teine kujutis olema näilik. Ülesanne lahendub lbäi sarnaste kolmnurkade seoste.
- V166** Esmalt tuleb joonistada optiline peatelg ja lääts. Sellest tuleb mõista, et tegemist on näiva kujutise ning nõgusläätsel. Ainult nõguslääts saab tekitada kujutise läätse ja fookuse vahele.
- V167** Lahendus võib olla saadud nii kumera kui ka nõgusläätsel.
- V168** Paneme tähele, et valemi järgi kui keskkonna murdumisnäitaja suureneb, aga läätse murdumisnäitaja jääb samaks, siis läätse fookuskaugus suureneb. Seega on ainus viis, kuidas valguskiired saaksid ka pärast anuma vett täis valamist samas punktis koonduda, see, kui vee sees valguskiired peegelduksid põhjas olevalt peeglist ja seejärel koonduksid samas punktis, kus enne.
- V169** Kuna lääts tekitab näiva kujutise, mis asub läätsele lähemal kui ese, peab olema tegemist nõgusläätsel. Seega tuleb punktvalgusallika kiirtekäik konstrueerida vastavalt nõgusläätsel seaduspärasustele.
- V170** Kuna kärbes lendab otse oma kujutise poole, siis peab ta lendama läätse keskpunkti poole. Kärbes ja tema kujutis asuvad alati sirgel.
- V171** Ülesande lahendamiseks konstrueeri joonis ning kasuta sarnaste kolmnurkade seoseid.
- V172** Kuna kujutis on täpselt sama suur kui ese, siis peab asuma ese läätsest kahekordse fookuskauguse kaugusel ning ka kujutis asub kahekordse fookuskauguse kaugusel. Kui asetada asetada teine samasugune lääts esimese kõrvale, tekib liitlääts.

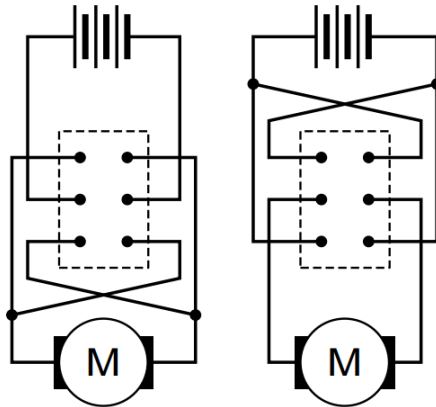
- V173** Ülesande puhul tuleb tähele panna, et osa noolest asub kaugemal kui fookuskaugus ning osa läätsele lähemal, seega on ka tekkiv kujutis osaliselt näiv ning osaliselt tõeline.
- V174** Nõguslääts tuleks paigutada kumerläätsse taha enne kumerläätsse poolt tekitatud kujutist, nii et kumerläätsse kujutis jääks nõgusläätsse ja selle tagumise fookuse vahele.
- V175** Laua sirgjoonelise liikumise tõttu peavad ühest ja samast düüsisist langevate tilkade jäljed asetsema ühel sirgel, erinevate düüside jaoks peavad need sirged olema paralleelsed.
- V176** Päikese näivat liikumist taevas põhjustavad nii Maa pöörlemine kui ka tiirlemine. Maa tiirlemise tõttu erineb Maa täispöörete arv aastas ühe võrra keskmiste päikeseööpäevade arvust. Kuna Maa tiirlemise suund ühtib Maa pöörlemise suunaga, siis teeb Maa ühe aasta jooksul ühe täispöörde rohkem.
- V177** Esialgse hinnangu perioodile saame leida $t_2 - t_1$ ja $t_4 - t_3$ keskmisest. Seda kasutades näeme, mitu võnget pidi toimuma ajahetkede t_1 ja t_3 vahel.
- V178** Heliimpulsi poolt läbitud vahemaa laeva suhtes saab leida, kui lahutada seisvast allveelaevast kiiratud heliimpulssi läbitud vahemaast sama ajaga allveelaeva poolt läbitud vahemaa.
- V179** Ratas näib seisvat, kui järgmise kaadri ajaks on järgmine kodar jõudnud sama koha peale, kus eelmise kaadri ajal oli eelmine kodar.

Lahendused

L1 Lüliti ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 3

Võimalikud ühendamisviisid on toodud joonisel.



L2 Takistid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2006, P 6

Olgu vooluallika pinge U , takistite takistused R_1 ja R_2 . Vastavalt ülesande tingimustele $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$ ja $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$ a) Rööplahenduse korral on mõlemal takistil pinge U , seega takistitel eraldub võimsus vastavalt $\frac{U^2}{R_1} = P_1$ ja $\frac{U^2}{R_2} = P_2$, kokku saame $P = P_1 + P_2 = 25 \text{ W}$.

b) Avaldame takistused võimsuste kaudu $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$, $R_2 = \frac{U^2}{P_2}$. Jadaühenduses on kogutakistus $R = R_1 + R_2$ ning koguvõimsus seega $P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{\frac{U^2}{P_1} + \frac{U^2}{P_2}} = \frac{1}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}} = 6 \text{ W}$.

L3 Takistite ühendused ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2008, P 5

Võimalikud ühendused ja vastavad takistused (\times tähistab jadaühenduse, \parallel rööplühendust):

$$R_1 \parallel R_2 = \frac{2}{3}\Omega, R_1 \parallel R_3 = \frac{3}{4}\Omega, R_2 \parallel R_3 = \frac{6}{5}\Omega, R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 = \frac{6}{11}\Omega.$$

$$(R_1 \parallel R_2) \times R_3 = \frac{11}{3}\Omega, (R_1 \parallel R_3) \times R_2 = \frac{11}{4}\Omega, (R_2 \parallel R_3) \times R_1 = \frac{11}{5}\Omega.$$

$$(R_1 \times R_2) \parallel R_3 = \frac{3}{2}\Omega, (R_2 \times R_3) \parallel R_1 = \frac{5}{6}\Omega, (R_1 \times R_3) \parallel R_2 = \frac{4}{3}\Omega.$$

Seega, kokkuvõttes saame järgmiste takistuste väärtused:

$$\frac{6}{11}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; 1\frac{1}{5}; 1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}; 2\frac{1}{5}; 2\frac{3}{4}; 3; 3\frac{2}{3}; 4; 5; 6 \Omega.$$

L4 Pirnid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2009, P 7

Olgu pirni 1 takistus R_1 , pirni 2 takistus R_2 ja pingellika pinge U . Siis pirni 1 pinge on U ja pirnidel 2 igäühel pinge $U/3$. Teades, et $\frac{U^2}{R_1} = \frac{(U/3)^2}{R_2}$, saame, et $R_1 = 9R_2$. Võrdse nimipinge korral on nimivõimsused takistusega pöördvõrdelised, järelikult $P_2 = 9P_1 = 90W$.

L5 Traat ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2010, P 5

Traadi takistus on $R = \frac{U}{I} = 20\Omega$. Takistuse valem on $R = \rho \frac{l}{S}$; massi, tiheduse ja ruumala seosest $m = dlS$. Tiesendame neid seoseid: $S = \frac{\rho l}{R}$, $S = \frac{m}{dl}$. Seega $\frac{\rho l}{R} = \frac{m}{dl}$ $\Rightarrow l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho d}}$. Arvuliselt $l = 102 m$.

L6 Vaskrõngas ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 5

Rõnga takistus $R_{\bigcirc} = \rho \frac{l}{S}$, traadi ristlõikepindala on $S = \frac{\pi d^2}{4}$. Seega $R_{\bigcirc} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$, mis teeb rõnga takistuseks $R_{\bigcirc} = 1,30\Omega$. Rõnga osade takistused on vastavalt $2/3$ ja $1/3$ sellest takistusest ehk $R_1 = 0,87\Omega$ ja $R_2 = 0,43\Omega$. Kuna rõnga kaared kui takistid on elektriliselt ühendatud rööbiti, siis vooluringi kogutakistuse $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Arvuliselt $R = 0,29\Omega$. Lähtudes Ohmi seadusest saame pinge rõnga punktide A ja B vahel $U = IR$ ehk $U = 0,06 V$.

L7 Küttekeha ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 6

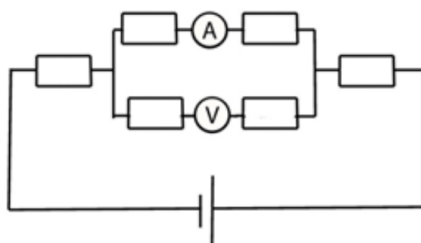
Võimsus konstantse pingellika korral on $P = UI = U^2/R$. Seega tuleb maksimaalse võimsuse jaoks takistus minimeerida. Ahelda takistus on leitav kui:

$$R = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}}.$$

Parim kombinatsioon on: $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 20\Omega$ ja $R_4 = 30\Omega$. Selle korral on takistuseks $R \approx 21,5\Omega$ ja võimsus $P \approx 2,46k$.

L8 Skeem ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 2

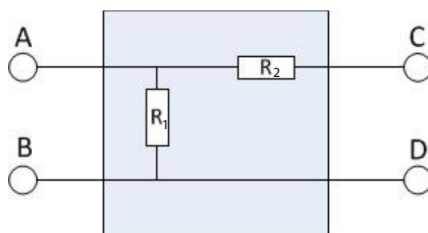


Kujutades skeemi teisiti on näha, et voltmeetriga jadamisi olevad takistid ei mõjuta tulemust, seega vooluringi kogutakistus on $4R$. Ampermeetri näit on seega $I = \frac{U}{4R}$. Voltmeeter mõõdab pinget kahel takistil kokku, seega voltmeetri näit on $U = \frac{U}{4R} 2R = U/2$.

L9 Must kast ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 5

Kui klemmide A ja B külge ühendada patarei ja klemmide C ja D külge voltmeeter, siis läbi takisti R_2 vool ei lähe; kogu pinge on voltmeetril, mis näitab U . Kui aga patarei ühendada klemmide C ja D külge ja voltmeeter klemmide A ja B külge, jaotub pinge U võrdselt takistite R_1 ja R_2 vahel. Voltmeeter näitab $U/2$.



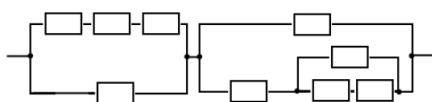
L10 Takistite võimsused ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 6

Voolu võimsus $N = \frac{U^2}{R}$. Kogutakistus jadaühendusel $R = R_1 + R_2$. Kogutakistus rööpuühendusel $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$. Võimsus jadaühendusel $N_j = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = 2 \text{ W}$. Võimsus rööpuühendusel $N_r = \frac{U^2(R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2} = 9 \text{ W}$. Leiame seostest kummagi takistuse väärtused $R_1 = \frac{U^2}{3} \Omega$ ja $R_2 = \frac{U^2}{6} \Omega$. Siit voolu võimsused, kui on vooluringi ühendatud ainult üks takisti $N_1 = \frac{U^2}{R_1} = 3 \text{ W}$ ja $N_2 = \frac{U^2}{R_2} = 6 \text{ W}$.

L11 Elektriskeem ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 8



Asendites AC (Esimene lüliti asendis A ning teine asendis C) on süsteemi takistus R . Asendites BD on süsteemi takistus $0,5 R$. Asendid AD ning BC on samaväärsed (vt joonis) omades kogutakistust $1\frac{3}{8}R$. Seega erineb süsteemi maksimaalne ja

minimaalne takistus $\frac{3}{1\frac{3}{8}R} = 2,75$ korda.

L12 Voltmeeter ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 4

Rööpühendusega skeemiosa takistus on $R_r = 1/(1/R + 1/2R) = 2/3R$ ning ahela kogutakistus $R_k = R_r + R = 5/3R$. Ahelat läbiv voolutugevus on seega $I = U/R_k = (3/5) * U/R$. Ahela rööpühendusega osale langeb pinge $U_r = I * R_r = 2/5U$, mis on sama kummalgi rööpühenduse osal. Sellest pingest omakorda pool langeb voltmeetriga ühendatud takistile. Niisiis, $U_v = 1/2U_r = 1/5U = 1,8 V$.

L13 Mõõtepiirkond ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 3

Mõõteriist ja takisti on ühendatud rööbiti. Voolutugevus milliamprites avaldub seega:

$$I_A = \frac{U}{R_A}.$$

Voolutugevuse takistis saame avaldada:

$$I_t = I - I_A = \frac{U}{R_t}.$$

Kuna pinge on nii mõõteriista kui ka takisti klemmidel sama suurusega, siis

$$\frac{I - I_A}{I_A} = \frac{R_A}{R_t},$$

millest mõõdetud voolutugevuseks saame

$$I = \frac{I_A(R_t + R_A)}{R_t}.$$

Takisti takistuse arvutame seosest:

$$R_t = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 0,032 \Omega.$$

Seega mõõdetud voolutugevus on:

$$I = \frac{35mA(0,032\Omega + 3\Omega)}{0,032\Omega} = 3316 mA$$

Ampermeetri mõõtepiirkond on:

$$\frac{3316mA}{35mA} \cdot 50mA = 4737mA = 4700mA.$$

L14 Juhtmed ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 4

Lambi takistuse r_L saame avaldada selle nimipinge U ja nimivõimsuse seosest $P = \frac{U^2}{r_L}$, kust $r_L = \frac{U^2}{P} = 5,76 \Omega$. Keldrini veetud kahe juhtsoone kogutakistus on $r_J = \frac{2\rho l}{S} = 8,50 \Omega$. Juhtmed ja lamp on ühendatud jadamisi ning ahelat kogutakistusega $r_K = r_L + r_J$ läbib seega vool voolutugevusega $I = \frac{\varepsilon}{r_K}$, millest saame avaldada lambi põlemise võimsuse:

$$P_L = I^2 r_L = \frac{\varepsilon^2 r_L}{(r_L + r_J)^2} = 4,8 W.$$

L15 Must kast ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavaor, 2019, P 6

Kuna lüliti asend muudab takistust, siis peab lüliti ühendama süsteemist välja vähemalt ühe takisti nii, et süsteemist läheb vool ikkagi läbi. Seega peab süsteemis esinema rööpühendus. Üheks võimaluseks on ühendada takistid joonisel näidatud viisil. Kui lüliti on avatud, ülemisest takistist vool läbi ei lähe ning kaks alumist takistit on omavahel ühendatud jadamisi. Kui lüliti on suletud, on parempoolsed takistid ühendatud rööbiti. Kuna süsteemi takistused peavad olema sõltuvalt lüliti asendist $15\ \Omega$ ja $20\ \Omega$, siis peab olema ühe takisti takistus $10\ \Omega$. Seega, kui lüliti on avatud, on süsteemi kogutakistus $R_{lahti} = R + R = 20\ \Omega$. Kui lüliti on suletud, on rööpühenduse kogutakistus $\frac{1}{R_{rp}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{rp} = 5\ \Omega$. Süsteemi kogutakistus on seega suletud lüliti korral $R_{kinni} = R + R_{rp} = 15\ \Omega$.

**L16 Antikaitse ★**

Autor: Kaur Aare Saar, piirkonnavaor, 2020, P 9

Igal ajahetkel peab kogu pingelangus olema 240 V . Algul on see jaotunud kõikide lampide vahel võrdselt, seega igal on lambil pingelangus $\frac{240\text{V}}{16} = 15\text{ V}$. Vahemikus 0 kuni τ ei liigu läbi ühegi lambi voolu. Seega pingelangus tervetel lampidel on 0 V . Kuna summaarselt peab pingelangus olema kõikidel lampidel kokku 240 V , siis on lambil A pingelangus 240 V . Alates hetkest τ käitub lambiga A rööpselt ühendatud antikaitse kui suletud lüliti, seega seal pingelangus puudub ja lambil olev pingelangus on 0 V . Pingelangus teiste lampide vahel jaotub võrdselt, seega kõikidel teistel lampidel on pingelangus $\frac{240\text{V}}{15} = 16\text{ V}$. Kui lambil olev pinge tõuseb üle 21 V , siis antikaitse aktiveerub. Järelikult lampide arv, mis saab korraga põleda peab olema suurem kui $\frac{240\text{V}}{21\text{V}} = 11,4$. Seega korraga saab põleda minimaalselt 12 lampi. Kui terveks on jäänud vaid 11 lampi, siis oleks igal lambil pingelangus $\frac{240\text{V}}{11} = 21,8\text{ V}$, mis aktiveeriks kõik antikaitssmed, mis lühistaks pingesallika.

L17 Elektriküünlad ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2013, P 7

Esialgu on tegelik pinge iga lambi klemmidel $U_t = \frac{U}{n} = \frac{220\text{V}}{20} = 11\text{ V}$. Kuna pinge lambil on väiksem nimipingest, on voolu võimsus lambis väiksem lambi nimivõimsusest. Lähtudes seosest $N = \frac{U^2}{R}$ leiame voolu võimsuse töötavates elektriküünalde lampides. $\frac{N_{t1}}{N_1} = \frac{U_{t1}^2 R}{R U_1^2}$, millest $N_{t1} = N_1 \frac{U_{t1}^2}{U_1^2}$, $N_{t1} = 12,6\text{ W}$. Leiame 12 V ja 220 V lampide takistused. $R = \frac{U^2}{N}$, $R_1 = \frac{12^2\text{V}^2}{15\text{W}} = 9,6\ \Omega$; $R_2 = \frac{220^2\text{V}^2}{15\text{W}} = 3227\ \Omega$. Pärast ühe lambi vahetust on jadamisi ühendatud lampide kogutakistus. $R = nR_1 + R_2$, $R = 19 \cdot 9,6\ \Omega + 3227\ \Omega = 3410\ \Omega$. Voolutugevus lampides on $I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{V}}{3410\ \Omega} = 0,065\ \Omega$. Voolu võimsus 12 V nimipingega lambis on sel juhul

$N_{t_1} = I^2 R_1$, $N_{t_2} = (0,065 A)^2 \cdot 9,6 \Omega = 0,04 W$. Voolu võimsus lampides vähenes seega $\frac{N_{t_1}}{N_{t_2}} = \frac{12,6 W}{0,04 W} = 315$ korda. Kuna $12 V$ nimipingega lampides vähenes voolu võimsus 315 korda ja on $15 W$ asemel ainult $0,04 W$, siis ilmselt lampide hõõgniidid isegi ei hõõdu ning põleb ainult $220 V$ nimipingega lamp, kuna selles on vastav voolu võimsus.

L18 Mobiililaadija ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 8

Leiame ühel sammul saadava energia, arvestades, et kannale toetub jõud $F = m \cdot g$. Vajudes kõrguse h võrra, tehakse tööd $A_1 = mgh$, millest aku laadimiseks saadav elektrienergia on $W_1 = \eta A_1$. Aku täislaadimiseks vajaliku energia leiame keskmise võimsuse $P = UI_k$ ja aja T korrutisena $W = UI_k T$, mille kogumiseks vajalik sammude arv on $N = W \cdot W_1 = \frac{3,7 \cdot 0,13 \cdot 10 \cdot 3600}{(0,2 \cdot 60 \cdot 9,8 \cdot 0,005)} \approx 29400$ m. Laadimiseks vajaliku jalutuskäigu pikkuseks saame $s = N \cdot d = 44$ km.

L19 Voltmeeter ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 3

Harus, kus takistid R_1 ja R_2 on kogutakistus $R_u = R_1 + R_2$, mis on 100Ω . Teises harus on kogutakistus 200Ω . Esimeses harus on voolutugevus seose $I = I/R = 0,2$ A, teises harus $0,1$ A. Pinge takistite R_1 ja R_3 otstes on seose $U = IR$ järgi $U_1 = 3$ V ja $U_3 = 2,5$ V. Seega on voltmeetri otstel pinge $0,5$ V.

L20 Kaks skeemi ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 6

Esiteks teame, et kui takisti R_1 läbiva voolu tugevus on kaks korda suurem kui voolutugevus läbi takisti $3R$ ja pinge nende otstel on sama, sest nad on ühendatud paralleelselt, siis takistus R_1 on kaks korda väiksem kui takistus $3R$. Sama loogika annab, et takistus R_2 on viis korda väiksem kui takistus $3R$. Saame võrrandid $\frac{3}{2}R = R_1$ ja $\frac{3}{5}R = R_2$. Nüüd saame leida kahele paralleelselt asetatud takistile vastava ekvivalentse takistuse kummalgi skeemil:

$$\frac{1}{R_{ekv1}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{3R} + \frac{2}{3R} = \frac{1}{R}$$

$$R_{ekv1} = R$$

$$\frac{1}{R_{ekv2}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3R} + \frac{5}{3R} = \frac{2}{R}$$

$$R_{ekv2} = \frac{R}{2}.$$

Saame leida kummalegi skeemile ekvivalentsed takistused: esimese jaoks

$$R + R_{ekv1} = 2R$$

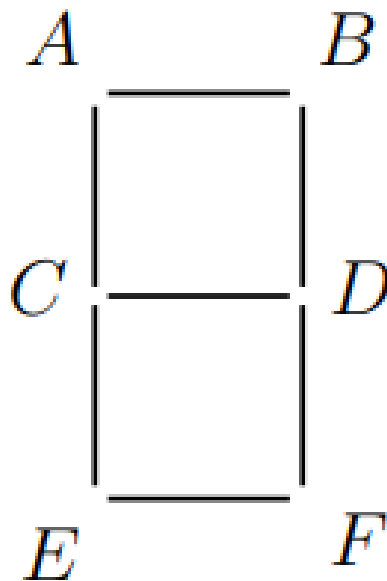
ja teise jaoks

$$R + R_{ekv2} = \frac{3R}{2}.$$

Viimase asjana teame, et kuna takistit R läbib mõlemal skeemil sama tugevusega vool, siis patareide pinged peavad olema proportsionaalsed just leitud ekvivalentstakistusega. Seega saame, et esimese patarei pinge U_1 on suurem kui U_2 , sest $2R > \frac{3R}{2}$ ning $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2R}{\frac{3R}{2}} = \frac{4}{3}$.

L21 Kaheksa ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 9

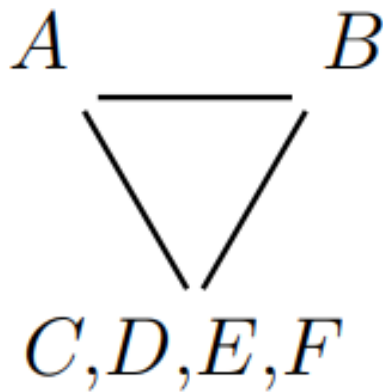


Skeemi vaadates pakume, et kõige väiksem takistus on punktide C ja D vahel, kuna nende vahel on otseühendus ühe takistiga ja veel lisaks rööbiti kaks haru. Paralleelsete ühenduse korral on kogutakistus väiksem kõige väiksema haru takistusest ehk antud juhul peab see tulema väiksem kui R . Arvutame selle takistuse välja:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R_{CD} = \frac{3}{5}R.$$

Kõik teised kaks punkti, mida saame valida, sisaldavad ühte nurgapunkti. Et vältida sama takistuse mitu korda analüüsimist ja kuna kujund on igast nurgast vaadatuduna samasugune, vaatleme takistusi punkti A ja teiste punktide vahel. Takistuste hindamiseks asendame takistid R_{CD} , R_{CE} , R_{EF} ja R_{DF} nulltakistite ehk lihtsalt juhtmetega. Vastavalt vihjele niiviisi tehes kogutakistus kahe suvalise punkti vahel ei lähe suuremaks. Sisuliselt ühendame punktid C , D , E ja F kokku. Sellelt skeemilt näeme, et mõõtes kogutakistust A ja suvalise teise punkti X vahel, on meil alati

rööbiti takistused R ja $2R$ ning takistus tuleb sama. Seega tähistame teist punkti X -ga.



Uuel skeemil tuleb kogutakistuseks:

$$\frac{1}{R'_{AX}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow \frac{2}{3}R$$

Näeme, et

$$\frac{1}{R'_{AX}} = \frac{2}{3}R = \frac{10}{15}R > \frac{9}{15}R = \frac{3}{5}R = R_{CD} \Rightarrow R'_{AX} > R_{CD}.$$

Kuna vihje järgi on takistus R'_{AX} väiksem või võrdne kogutakistusega R_{AX} punkti A ja vastava punkti vahel originaalses skeemis (sest vähendasime osasid takistusi nullini), saame, et

$$R_{AX} \geq R'_{AX} > R_{CD} \Rightarrow R_{AX} > R_{CD}.$$

Seega oleme tõestanud, et punktide C ja D vahel mõõdetud takistus R_{CD} on kõige väiksem.

L22 Jõulutuled ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 8

Arvutame võimsuse valemist $N = \frac{U^2}{R}$ takistuse $R = \frac{U^2}{N}$. Arvutame erinevate lampide takistused:

12 V, 1 W lambi takistus $R_1 = 144 \Omega$,

24 V, 1 W lambi takistus $R_2 = 576 \Omega$,

24 V, 5 W lambi takistus $R_3 = 115 \Omega$.

Kui pesasse keerata lamp 24 V, 1W, siis on lampide kogutakistus $R_{kogu} = 19R_1 + R_2 = 3312 \Omega$. Seega voolutugevus lampides on

$$I = \frac{U}{R_{kogu}} \approx 0,072 \text{ A}.$$

Iga vana lambi võimsus on nüüd $N = I^2 R_1 = 0,75 \text{ W}$. Voolu võimsus uues lambis on 3 W . Kui pesasse keerata lamp $24 \text{ V}, 5 \text{ W}$, siis on lampide kogutakistus $R_{kogu} = 19R_1 + R_3 = 2851 \Omega$. Seega voolutugevus lampides on:

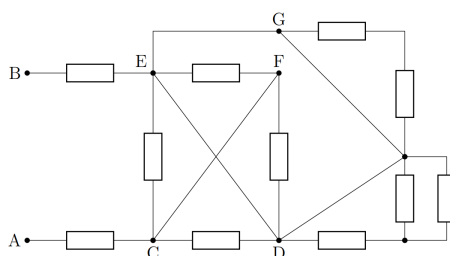
$$I = \frac{U}{R_{kogu}} \approx 0,084 \text{ A}.$$

Iga vana lambi võimsus on nüüd $N = I^2 R_1 = 1 \text{ W}$. Voolu võimsus uues lambis on $0,81 \text{ W}$. Jüri valis lambi $24 \text{ V}, 5 \text{ W}$. Sel juhul kõik teised lambid põlesid sama heledusega, mis enne, kuid uue lambi hõõgniit hõõgus väga vaevaliselt. Kui Jüri oleks valinud lambi $24 \text{ V}, 1 \text{ W}$, oleks see kohe läbi põlenud, sest voolu võimsus lambis oleks ületanud kolmekordselt lubatud võimsust ja ka teised lambid ei oleks sel juhul põlenud.

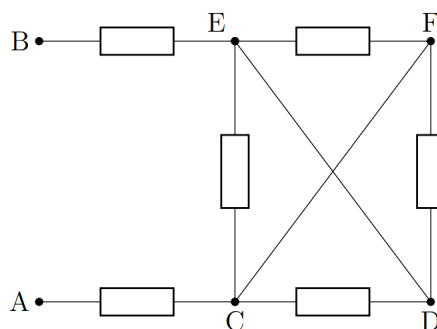
L23 Takistid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 8

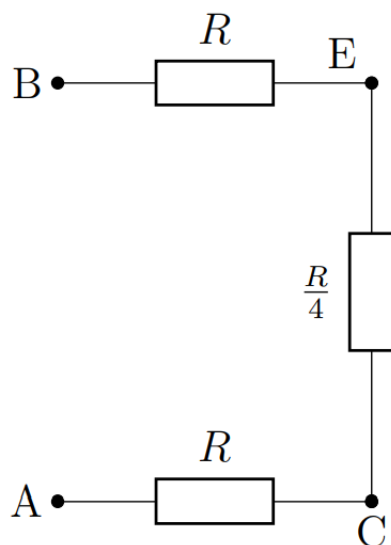
Tähistame skeemil olevad punktid järgnevalt:



Punktid E ja D on ühendatud otse juhtmega ja ka läbi takistite, mis asuvad punktides D ja G paremal. Kui kaks punkti on juhtmega ühendatud, siis on pinge nendes punktides sama. Seega on pinge punktides D ja G paremal asuvatel takistitel null ja vool neid ei läbi. Võime need takistid ära jätta ja saame järgneva skeemi:



Mõtleme, kuidas saab vool minna punktist C punkti F . Selleks on neli võimalust, liikudes otse punktist C punkti F või läbides punkte CDE , CFE või $CFDE$. Iga kord liigub vool läbi ühe takisti. Sisuliselt on tegemist nelja takisti paralleelse ühendusega. Seega on punktide C ja F vaheline takistus $\frac{R}{4}$ ja saame skeemi:



Selles skeemis on kolm takistit jadamisi ühendatud. Punktide A ja B vahelise kogutakistuse leidmiseks tuleb need kokku liita, mis annab $R + R + \frac{R}{4} = \frac{9}{4} R$.

L24 Pinge mõõtmine ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 9

Kui oleks tegemist ideaalse voltmeetriga, siis peaks pinge jagunema takistite klemmidel proportsionaalselt ning pinge takisti R_2 klemmidel peaks olema $33,3 V$. Kuna mõõdetud pinge on sellest oluliselt väiksem, mõjutab mõõtmisi voltmeetri takistus. Voltmeetri takistuse leidmiseks tuleb kõigepealt leida voolutugevus takistites. Pingetakistitel R_1 ja R_3 on $U_1 + U_3 = U - U_2$ $U_1 + U_3 = 100 V - 23,9 V = 76,2 V$. Takistite R_1 ja R_3 kogutakistus on $R_3 = 5000 \Omega + 1000 \Omega = 6000 \Omega$. Seega voolutugevus takistites on

$$I = \frac{U_1 + U_3}{R_{13}} = \frac{76,2V}{6000\Omega} \approx 0,0127 A.$$

Takisti R_2 ja voltmeeter on ühendatud rööbiti, mille takistuse saame arvutada seosest

$$R_{rp} = \frac{U_2}{I} = \frac{23,8V}{0,0127A} \approx 1874 \Omega.$$

Seosest $R_{rp} = \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}$ saame, et $R_v = 4993 \Omega$.

Arvutame pinge väärtuse, mida näitab voltmeeter siis, kui on ühendatud takistiga R_1 . Vooluringi osa kogutakistus $R = R_{rp} + R_2 + R_3$. Arvutustest saame $R_{rp} = 2498 \Omega$ ja kogutakistus $R = 6498 \Omega$. Voolutugevus on nüüd $I = \frac{100V}{6498\Omega} \approx 0,0154 A$. Voltmeetri näit $U_1 = I \cdot R_{rp} \approx 38,5 V$

L25 Takisti ★★

Autor: Jonathan Kalmus, piirkonnavor, 2018, P 6

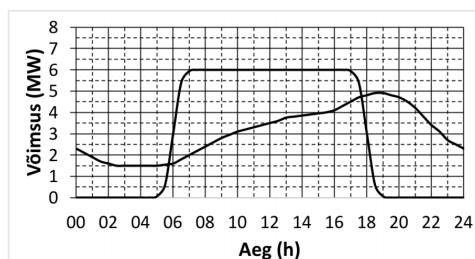
Esimesel hinnagul $R \approx \frac{U}{I} \approx \frac{5}{0,015} \approx 333 \Omega$ on takisti väärtus voltmeetri sisetakistusega samas suurusjärgus ning seetõttu ei saa seda ignoreerida. Voltmeetri näit on täpne, sest on ühendatud takistiga otse rööbiti, kuid ampermeeter mõõdab summarset voolu, mis läheb läbi takisti ja voltmeetri. Läbi voltmeetri läheb $I_V = \frac{U}{R_V}$, seega läbi takisti minev tegelik vool on $I_T = I - I_V$. Takisti tegelikuks väärtuseks saame

$$R_T = \frac{U}{I - I_V}.$$

$$R_T = \frac{5}{0,015 - \frac{5}{1000}} = 500 \Omega.$$

L26 Päikesepaneelid ★★

Autor: Jonathan Kalmus, lõppvoor, 2018, P 3



Päikesepaneeli energiatoodang ööpäeva jooksul on leitav toodud graafiku aluse pindalana, milleks on $E_{\text{paneel}} \approx 12 \text{ kW/h}$. Analoogselt on leitav linna energiakulu ööpäevas, milleks on $E_{\text{linn}} \approx 74 \text{ MW/h}$. Sellise energiakoguse tootmiseks vajalik paneelide arv $N = \frac{E_{\text{linn}}}{E_{\text{paneel}}} \approx \frac{74 \cdot 10^6 \text{ Wh}}{12 \cdot 10^3 \text{ Wh}} \approx 6000$ Energiamahuti peab suutma talletada kogu päevase ületoodangu ehk selle osa 6000 paneeli poolt toodetud energiast, mida linn koheselt ära ei tarbi. Optimaalse paneelide arvu korral on see ühtlasi võrdne energiaga, mida linn tarbib siis, kui paneelid energiat ei tooda. Selle energia leidmiseks tuleb linna energiatarbimise graafikule visandada 6000 päikesepaneeli energiatoodangu graafik. Selleks tuleb ühe paneeli graafiku iga punkti väärtus korrutada paneelide arvuga, mille tulemuseks on sama kujuga, kuid 6000 korda kõrgem graafikuk. Nüüd tuleb lihtsalt leida kas päeval või öösel kahe graafiku vahele jääv pindala, millele vastab energia $E_{\text{mahuti}} \approx 30 \text{ MW/h}$, mis ongi vajalik energiamahuti suurus. Olgu öeldud, et sellise süsteemi rajamisel on väga oluline arvestada kõikumistega nii energia tootmises kui tarbimises, mistõttu peaks nii paneelide arv kui enegriamahuti suurus olema kindlasti suuremad kui ülesandes saadud esmane hinnang.

L27 Vooluring ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 7

Kuna juhtmel CD takistus puudub, võime vooluringi punktid C ja D lugeda samaks, mis punktis C . Sel juhul on vooluringis rööbiti ühendatud takistused R_1 ja R_3 ning takistused R_2 ja R_4 omavahel jadamisi ühendatud. Esimese rööpühenduse takistus:

$$R_{AC} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1,5 \, \Omega.$$

Teise rööpühenduse takistus

$$R_{CB} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = 2,1 \, \Omega.$$

Vooluringi kogutakistus $R = 3,6 \, \Omega$. Arvutame vooluringis oleva voolutugevuse:

$$I = \frac{U}{R} = 5 \, A$$

Vooluringi otstele rakendatud pinge jaguneb esimesele ja teisele rööpühendusele:

$$U_{AC} = IR_{AC} = 7,5 \, V$$

$$U_{CB} = IR_{CB} = 10,5 \, V.$$

Kuna takistid R_1 ja R_3 on rööbiti ühendatud, on pinge mõlema takisti otstel $7,5 \, V$. Takistite R_2 ja R_4 otstel on pinge $10,5 \, V$. Ohmi seadusest saame, et voolutugevus takistis R_1 on

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 3,5 \, A.$$

Seega punktist C peab osa elektrivoolust liikuma mööda juhet CD punkti D . Voolutugevus juhtmes CD on

$$I_{CD} = I_1 - I_2 = 0,25 \, A.$$

L28 Elektriskeem ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 7

Vooluringis on neli takistit ühendatud ruudukujuliselt ruudu erinevatesse külgedesse ning üks takisti paikneb ruudu diagonaalil. Selliseid ruute on jadamisi ühendatud kaks. Nii ruudu ülemises kui ka ruudu alumises kahes küljes on kaks takistit ühendatud jadamisi ning kummagi jada takistus on $R_j = R + R = 2R$. Ruudu kaks vastastippu (ülemine ja alumine) on ka takistiga ühendatud, kuid selles takistis voolu ei ole. Skeemi ülemine ja alumine haru on sümmeetrilised, seega on pinge nii ülemise kui ka alumise haru esimese takisti otstel sama suur ning vertikaalselt paikneva takisti otstel pinge puudub. Seetõttu ei teki vertikaalselt paiknevas takistis elektrivoolu ning selle takisti takistust ei ole tarvis arvestada. Ruudu ülemiste takistite jada ja alumiste takistite jada on ühendatud rööbiti. Seega on ruudu kogutakistus $R_r = \frac{2R}{2} = R$. Kaks samasugust ruutu on ühendatud jadamisi. Vooluringi kogutakistus on seega

$$R_k = R + R = 2R.$$

Ohmi seadusest

$$I = \frac{U}{R_k}$$

saame, et

$$R_k = \frac{U}{I} = 3 \Omega$$

ning

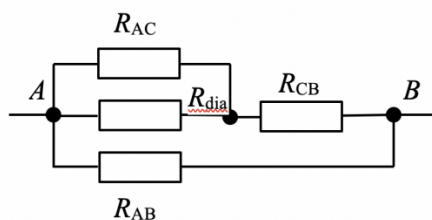
$$R = \frac{R_k}{2} = 1,5 \Omega.$$

L29 Kontuuri takistus ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 7

Diagonaali takistus on $R_{diagonaal} = 1 \Omega$. Kuna ringi ümbermõõt $c = \pi d$ ja R_{AC} võrdub poolega ringi ümbermõõdust, siis $R_{AC} = 1,57 \Omega$. R_{AB} ja R_{CB} on mõlemad veerand ringi ümbermõõtu, seega $R_{AB} = R_{CB} = 0,785 \Omega$. Leiame vooluringi kogutakistuse. Takistid R_{AC} ja $R_{diameeter}$ on rööbiti ühendatud, seega nende kogutakistus on: $R_{roop} = \frac{1}{R_{AC}} + \frac{1}{R_{diameeter}} = 0,61 \Omega$. Nendega on jadamisi ühendatud takisti R_{CB} . Takistite jada takistus $R_{jada} = 0,61 \Omega + 0,785 \Omega = 1,395 \Omega$. Jadasse on ühendatud takistitega on omakorda rööbiti ühendatud takisti R_{AB} . Seega, vooluringi kogutakistus tuleb $R = 0,5 \Omega$.

Arvutame kogu voolutugevuse. Ohmi seadusest saame, et $I = \frac{U}{R} = 3 A$. Kuna takisti R_{AB} kujutab endast vooluringi ühte haru, siis selle takisti otstel on pinge $1,5 V$ ja voolutugevus takisitis on $I_{AB} = \frac{1,5V}{0,785\Omega} = 1,91 A$. Seega, vooluringi teises harus on voolutugevus $I_{ulemine} = I - I_{AB} = 1,09 A$. Pingelang takistil R_{CB} võrdub $U_{CB} = I_{ulemine} \cdot R_{CB} = 0,856 V$. Pinge otsitaval takistil on võrdne $U_{diameeter} = u - U_{CB} = 0,644 V$ ja voolutugevus diagonaalis on võrdne $I_{diameeter} = \frac{0,644V}{1\Omega} = 0,64 A$.



L30 Mikrokuumuti ★★

Autor: Valter Kiisk, lõppvoor, 2019, P 9

Temperatuuril $t_1 = 420^\circ\text{C}$ on küttekeha takistus $R_1 = U_1/I_1 = 83,3\Omega$, seega saame avaldada takistuse temperatuuriteguri α :

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0(t_1 - t_0)} = 0,001655 \frac{1}{K}.$$

Samadel tingimustel kuumutusvõimsus $P_1 = U_1 I_1 = 0,012 \text{ W}$, järelikut

$$k = \frac{P_1}{t_1 - t_0} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{K}.$$

Pingel U on kuumutusvõimsus U^2/R endiselt võrdne soojusjuhtivusest tingitud soojusvoo võimsusega $k(t - t_0)$:

$$\frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_0 + \alpha R_0(t - t_0)} = k(t - t_0).$$

Siit tekib ruutvõrrand otsitava temperatuurivahe $t - t_0$ suhtes:

$$\alpha k R_0(t - t_0)^2 + k R_0(t - t_0) - U^2 = 0.$$

$$t - t_0 = \frac{-k R_0 \pm \sqrt{(k R_0)^2 + 4 \alpha k R_0 U^2}}{2 \alpha k R_0} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \alpha U^2}{k R_0}}}{2 \alpha}.$$

$t - t_0$ ei saa olla negatiivne, seega sobib vaid pluss-märgiga lahend. Võttes $U = 0,7 \text{ V}$, saame

$$t = t_0 + \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \alpha U^2}{k R_0}}}{2 \alpha} \approx 255^\circ\text{C}.$$

L31 Trepp ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 1

Kui esimene korrus asub maapinnal, siis teisele korrusele jõudmiseks tuleb tõusta ühe korruse võrra ja viiendale korrusele jõudmiseks on vaja tõusta 4 korrust. Olgu Juula kiirus v_3 . Juulal ja Jukul kulus teise korruseni jõudmiseks sama aeg:

$$\frac{4}{v_1} + \frac{3}{2v_1} = \frac{1}{v_3},$$

kust leiame $v_1 = 5,5 v_3$. Kui Juula jõuab viiendale korrusele, siis oleks Juku tõusnud $\frac{4}{v_3} \times 5,5 v_3 = 22$ korrust, seega jõuaks ta 23. korrusele.

L32 Liikumine ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2011, P 2

Ülevalpool ajatelge olev graafiku joon kirjeldab liikumist positiivses suunas, allpool ajatelge olev joon negatiivses suunas. Kuna liikumise iseloom igal etapil on erinev, tuleb arvutada iga etapi jooksul läbitud teepikkus arvestades ka liikumise suunda. Teepikkust võib arvutada graafiku joone ja ajatelje vahelise pindala kaudu. Kuna enamjaolt on tegemist ühtlaselt muutuva liikumisega, võib teepikkuse leida ka seose

$$s = \frac{v + v_0}{2} t \text{ abil.}$$

Keha on algpunktist kõige kaugemal neljanda sekundi lõpus, s.o. 4 m kaugusel. Keha lõpetab liikumise samas punktis, kus alustas.

L33 Võidusõidua autod ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2012, P 6

Paneme tähele, et võidusõiduauto keskmine kiirus esimese kahe ringi jooksul peab samuti olema $v = 50 \text{ m/s}$, ehk siis

$$v = \frac{2l}{(t_1 + t_2)}. \text{ Sellest saame, et } t_2 = \frac{2l}{v} - t_1, t_2 = 99 \text{ s.}$$

L34 Golfilööök ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 2

Lendu läinud golfipall on pildile jäädvustunud kolmes punktis. Paneme tähele, et heledaim valge täpp meile aga infot ei anna, sest see näitab vaid golfipalli algasendit enne seda, kui kepp teda lõi! Kahele järjestikkusele pildile on jäädvustunud heledast pallist paremale jäävad kaks tuhmimat valget palli kujutist. Nende ajaline vahe on τ . Mõõdame pallide vahekauguse L_1 joonlauaga. Samuti mõõdame golfimängija pikkust märkivat skaalat või golfimängija pikkust L_2 . Teades, et skaalajoone pikkusele vastab $h = 1,8 \text{ m}$ saame, et golfipalli nihke pikkus kahe pildi vahel on

$$s = \frac{hL_1}{L_2}$$

Selleks nihkeks kulunud aeg oli τ . Kuna golfipalli kiirus on suur, siis raskuskiirendusega me ei arvesta, loeme, et tegu on kulgliikumisega. Kiiruseks saame

$$v = \frac{s}{\tau} = \frac{hL_1}{\tau L_2} \approx 150 \text{ km/h.}$$

L35 Jõe ületamine ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2014, P 1

Paat võtab osa kahest liikumisest: sõidab risti jõge ning liigub allavoolu. Jõe laius on $s = 120 \text{ m}$; allavoolu liikumine $l = 12 \text{ m}$.

Sõidu aeg $t = \frac{l}{v_j}$

Paadi kiirus $v_p = \frac{s}{t} = \frac{sv_j}{l}$

Pannes arvandmed asemele, saame

$$v_p = \frac{120 \text{ m} \cdot 0.8 \text{ m/s}}{12 \text{ m}} = 8 \text{ m/s}$$

L36 Ringrada ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 1

Kui Lauri lõpetas kuuenda ringi, pidi Kalle lõpetama viienda ringi ning seega Juhan neljanda. Näeme, et Lauri läbib kolm ringi selle ajaga, mis Juhanil kulub kahe läbimiseks, järelikult mööduti Juhanist esimest korda ringiga siis, kui ta oli lõpetanud oma teise ringi.

L37 Laua lükkamine ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2014, P 2

Vaadi ühe täispöördega liigub selle keskpunkt edasi teepikkuse $2\pi R$ võrra, kus R on vaadi raadius. Sama aja jooksul liigub laua vaadile toetuv ots vaadi keskpunkti suhtes edasi sama teepikkuse võrra. Kui võrd vaat pöörleb ja liigub ning laud liigub vaadi suhtes, liigub lauda lükkav mees selle aja jooksul edasi teepikkuse $2 \cdot 2\pi R$ võrra, mis on kaks korda pikem kui vaadi telje poolt läbitud teepikkus. Seega, et mees jõuaks vaadini, peab ta läbima teepikkuse, mis võrdub laua kahekordse pikkusega ehk 12 m.

L38 Helilaine ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 1

Selles metallis, kus heli levib kiiremini, kulub poolrõnga läbimiseks aeg $t_1 = \frac{\pi R}{v_1}$. sama ajaga läbib heli teises poolrõngas vahemaa $s = V_2 t_1 = \frac{\pi R v_2}{v_1}$. Ülejäänud osa rõngast läbivad kaks helilainet koos, ajaga

$$t_2 = \frac{\pi R - \frac{R v_2}{v_1}}{2 v_2}.$$

Seega kogu aeg on

$$t = \frac{\pi R - \frac{R v_2}{v_1}}{2 v_2} + \frac{\pi R}{v_1} = \frac{\pi R (v_1 + v_2)}{2 v_1 v_2}$$

L39 Kera vees ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2015, P 2

Tähistan ρ – kera aine tihedus, ρ_v – vee tihedus.

$$\frac{1}{3}mg = mg - \rho_v g \frac{V}{2}$$

$$\frac{1}{3}\rho V g = \rho V g - \rho_v g \frac{V}{2}$$

Sellest saame kera aine tiheduseks

$$\rho = \frac{3}{4}\rho_v = 0.75 \text{ g/cm}^3.$$

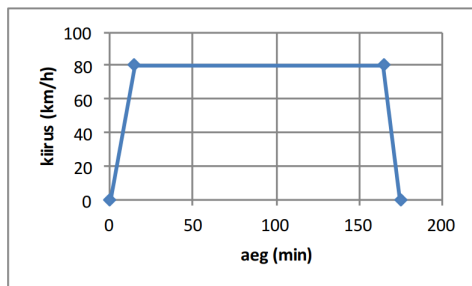
L40 Rong ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2016, P 2

Keskmine kiirus avaldus järgmisest valemist.

$$v_k = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Liikumine koosneb kolmest etapist: kiirenev, ühtlane ja aeglustuv liikumine. Rongi poolt läbitud teepikkus on võrdne kiiruse graafiku aluse pindalaga.



$$v_k = \frac{s}{t} = \frac{\frac{vt_1}{2} + vt_2 + \frac{vt_3}{2}}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Vastus $v_k = 74.3 \text{ km/h}$

L41 Kaheksa ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 2

Droon A on droonist B $s_A = 60 \text{ m}$ tagapool. Drooni A suhteline kiirus drooni B suhtes

$$v = 10 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}.$$

Seega kulub droonil A droonile B järele jõudmiseks

$$t = v_A t = 10 \text{ m/s} \cdot 30 \text{ s} = 300 \text{ m}.$$

L42 Rongid ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2019, P 1

Tähistame kaubarongi kiiruse $v_1 = 90 \text{ km/h}$ ja kaubarongi peatuse mingis jaamas $\Delta t_1 = 0,5 \text{ h}$; reisirongi kiiruse $v_2 = 144 \text{ km/h}$ ja selle kaubarongist hilisema väljumisaja $\Delta t_2 = 2 \text{ h}$.

Koostame liikumisvõrrandi:

$$s = v_1(t - \Delta t_1) + v_2(t - \Delta t_2).$$

Avaldame liikumisvõrrandist kohtumise aja

$$t = \frac{s + v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{v_1 + v_2} = 5,27 \text{ h}.$$

Teisendades aja minutitesse, saame, et kahe rongi kohtumise ajaks kell 03 : 16 öösel.

Arvutame kohtumiskoha kauguse jaamas A arvestades, et kaubarong liikus kohtumiskohani

$$t_1 = t - \Delta t_1 = 4,77 \text{ h}$$

ja kohtumiskoht oli jaamast A kaugusel

$$s_1 = 90 \text{ km/h} \cdot 4,77 \text{ h} = 429,3 \text{ km}.$$

L43 Päästerõngas ★

Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2020, P 1

Tuleb aru saada, et ülesande lahendamiseks pole ülesandes antud paatide kiirused olulised. Vaatleme taustsüsteemi, mis on seotud vee vooluga jões. Kuna voolu mõjul liiguvad mõlemad paadid ja päästerõngad ühteviisi allavoolu, võime ette kujutada, et vesi jões ei voola ja paadid sõidavad seisvas vees. Sel juhul jäävad mõlemad vette visatud päästerõngad liikumatult oma kohale ning kuna paat eemaldub päästerõngast 3 minutit, siis kulub samal paadil tagasi päästerõnga juurde sõitmiseks samuti 3 minutit. Olukord jääb samaks ka siis, kui vesi jões voolab, sest siis liiguvad mõlemad paadid ja päästerõngad vee voolu kiirusega ühteviisi allavoolu. Seega mõlemad paadid jõuavad päästerõngaste juurde samaaegselt.

L44 Varras ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 4

Paneme tähele, et sümmeetria tõttu on uues olukorras kumbki varda pool eraldi võetuna justkui esimeses situatsioonis: üks ots (varda keskkoh) jäigalt kinnitatud, teisele otsale (varda otspunkt) mõjub jõud $F/2$. Seega murdub varras seekord keskelt. Murdumiseks vajalik jõud $F/2 = F_0$, seega $F = 2F_0$.

L45 Lauatennisepall ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2011, P 5

Vees mõjub pallile jõud $F = \rho_v g V m g$, mis on suunatud üles. Kui veepind on nullnivo, siis vee alla surutud palli potentsiaalne energia on

$$E_1 = F H = (\rho_v g \frac{\pi d^3}{6} - m g) H = 0,027 \text{ J}.$$

Vee kohal on palli potentsiaalne energia $E_2 = m g h = 0,005 \text{ J}$. Töö takistusjõudude ületamiseks vees on seega $A = E_1 - E_2 = 0,022 \text{ J}$.

L46 Kolksatused ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 5

Vaguniratta kolksatus toimub ratta üleminekul ühelt rööpalt järgmisele rööpale. Teatud arvu kolksatuste jooksul läbib vagun vahemaa $n \cdot s$, kus n on kolksatuste arv ja s rööpa pikkus. Kuna $s = vt$, saab panna kirja seose $ns = vt$. Teisendades kiiruse $v = n \cdot \frac{1000}{3600}$, saab seose avaldada kujul $n \cdot 25 = (n \cdot \frac{1000}{3600})t$, millest $t = 90 \text{ s}$.

L47 Tünn ★

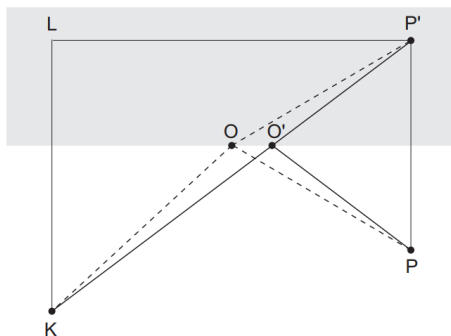
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2012, P 7

Tühja tünni korral kehtib seos $mg = \frac{\rho_v V g}{10}$

Vedelikku täis tünni korral kehtib seos $(m + \rho V)g = \frac{9\rho_v V g}{10}$

Taandades ruumala V ja g saame $\frac{\rho_v}{10} + \rho = \frac{9\rho_v}{10}$, millest $\rho = \frac{8}{10}\rho_v$.

Vastus $\rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.



Oletame, et koer hüppab veest läbi punktis O (vt joonist). Peegeldame poisi P vee-
piiri suhtes, saame punkti P' . Paneme pähele, et $PO = PO'$, seega on teekond
koera K juurest punkti P' läbi punkti O sama pikk, seega on teekond koera K juu-
rest punkti P' läbi punkti O sama pikk, kui teekond punkti P läbi punkti O . Lühim
on see teekond juhul, kui tegemist on sirgega, mille korral koer hüppab veest läbi
punktis O' .

Täisnurkses kolmnurgas KLP' on $KL = 11m + 7m = 18m$ ning $LP' = 24m$. Niisiis $KP' = \sqrt{KL^2 + LP'^2} = 30m$. Selle teekonna läbimiseks kulub aeg $KP'/v = 7.5s$.

L49 Ujuv anum ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 1

Anuma jaoks ilma veeta : $mg = \rho gV$, kus m on anuma mass, ρ on vee tihedus ja
 V on anuma vee alla jääva osa ruumala. Kuna vesi on kokkusurumatu, siis selle
sama ruumala võrra surutakse vett ka välja:

$$V = \Delta h(S_1 - S_2).$$

Avaldame anuma massi:

$$m = \rho \Delta h(S_1 - S_2).$$

Väiksem anum upub, kui ta vajub piisavalt sügavale, et vesi saaks hakata sisse voo-
lama. Tasakaalutingimuse saab kirja panna nii:

$$mg + \rho V_s g = \rho V g,$$

kus V_s on anumas oleva vee ruumala ja V on kogu anuma ruumala. Piirjuhul on
meil $V_s = S_2 h$ ja $V = S_2 H$, kus h on veetaseme kõrgus anumas ja H on anuma
kõrgus. Otsitav minimaalne kogus avaldub:

$$\Delta l = H - h.$$

Eelnevat arvesse võttes saame:

$$\rho(V - V_s) = m$$

$$H - h = \frac{m}{\rho S_2}$$

$$\Delta l = \frac{(S_1 - S_2)}{S_2} \Delta h$$

L50 Bussid ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 3

Kahe järjestikuse bussi vahekaugus on $90 \text{ km/h} \cdot 0,25 \text{ h} = 22,5 \text{ km}$. Jalgratturi taustsüsteemis sõitsid bussid talle vastu kiirusega 120 km/h , ehk Rein nägi bussi iga $\frac{22,5}{120} = \frac{3}{16}$ tunni järel. Trenn kestis $4h$, seega treeningu jooksul tuli Reinule vastu $\frac{4 \cdot 16}{3} \approx 21,33 \Rightarrow$ vähemalt 21 bussi.

L51 Parv ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 5

Ujumise tingimusest saame, et $m_i g + m_p g = \rho_v g V$

Parve mass tiheduse kaudu avaldub kujul $(m_i + \rho_p S h) g = \rho_v g S h$

Avaldades sealt h saame

$$h = \frac{m}{(\rho_v - \rho_p) S} = \frac{70 \text{ kg}}{(1000 \text{ kg/m}^3 - 400 \text{ kg/m}^3) \cdot 3 \text{ m}^2} = 3,9 \text{ cm}$$

L52 Püstolkuulipilduja ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 7

Kuuli lennuaeg võrdub kõrvalekaldega märgist jagatud rongide suhtelise kiirusega

$$t = \frac{2,25 \text{ m/s}}{20 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}} = 0,075 \text{ s.}$$

Kuuli kiirus $v = \frac{60 \text{ m}}{0,075 \text{ s}} = 800 \text{ m/s}$. Kahe järgneva lasu vaheline aeg

$$T = \frac{2,5 \text{ m/s}}{20 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}} = 0,833 \text{ s.}$$

Laskude sagedus $n = \frac{60 \text{ s/min}}{0,833 \text{ s}} = 720 \text{ lasku/min.}$

L53 Liiklusummik ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 4

Selleks hetkeks, kui liikuma hakkab viimane auto, on autoderivi pikkuseks kujunenud ligikaudu $L = (l/l_0)L_0$. Järelikult esimene auto pidi läbima selleks hetkeks vahemaa $s = L - L_0 = L_0(l/l_0 - 1)$, milleks kulub aega

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{L_0}{v} \left(\frac{l}{l_0} - 1 \right) = 43,2 \text{ s.}$$

Viimane auto peab läbima vahemaa L_0 , et jõuda ristmikuni, milleks kulub tal aega $t_{sit} = L_0/v = 10,8 \text{ s}$. Kogu aeg ristmikuni jõudmiseks on seega $\Delta t + t_{sit} = 54 \text{ s}$. Seega jõuab ka viimane auto üle ristmiku.

L54 Töö ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 3

Tähistame kogu töö tegemise aja t , siis kogutöö on $A = Nt$. Esimene keha tegi tööd:

$$N_1 t_1 = 0.25 N t, \text{ millest } t_1 = \frac{0.25 N t}{N_1}$$

Teine keha tegi tööd

$$N_2 t_2 = 0.75 N t, \text{ millest } t_2 = \frac{0.75 N t}{N_2}$$

Avaldame keskmise võimsuse N töö ja aja kaudu $N = \frac{A}{t} = \frac{N t}{t_1 + t_2}$,

$$N = \frac{N t}{\frac{0.25 N t}{N_1} + \frac{0.75 N t}{N_2}} = \frac{N t N_1 N_2}{N t (0.25 N_2 + 0.75 N_1)} = \frac{N_1 N_2}{0.25 N_2 + 0.75 N_1}$$

Teisendused N_1 avaldamiseks:

$$N_1 = \frac{0.25 N_2 N}{N_2 - 0.75 N} = 1000 \text{ W}$$

$$t_1 = \frac{0.25 \cdot 1600 \text{ W} t}{1000 \text{ W}} = 0.4 t$$

L55 Lennuk ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvaor, 2016, P 2

Oletame, et tuul puhub linna B poolt. Aeg, mis kulub edasi-tagasi sõiduks on:

$$t_p = t_1 + t_2 = \frac{s}{v-u} + \frac{s}{u+v} = \frac{2sv}{v^2 - u^2}$$

Kui tuul on risti lennusihiiga, on lennuki tegelik kiirus $v_t = \sqrt{v^2 - u^2}$ ja lennuaeg

$$t_r = \frac{2s}{\sqrt{v^2 - u^2}}.$$

Võttes kahe ajavahemiku jagatise saame

$$\frac{t_p}{t_r} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}} \Rightarrow t_p = 1,026 t_r.$$

L56 Rehvid ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavaor, 2017, P 1

Kui auto rattad teevad ühe täispöörde, läbib auto $c_1 = \pi d_1$ meetrit, kus d_1 on õigete rataste läbimõõt.

Spidomeeter loeb rataste pöörete arvu. Kiiruse $v_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ juures on auto rataste pöörete arv sekundis

$$n_1 = \frac{v_1 t}{\pi d_1},$$

kus $t = 1 \text{ s}$ ja d_1 on auto rehvide läbimõõt õigete rehvide korral. Valede rehvidega on auto kiirus

$$v_2 = n \frac{\pi d_2}{t} = \frac{v_1 t \pi d_2}{\pi d_1 t} = \frac{v_1 d_2}{d_1}.$$

Kuna d_2 on suurem kui d_1 , siis valede rehvide korral sõidab auto kiiremini kui näitab spidomeeter. Seega läbib auto valede rehvidega sõites 1 km pikkuse vahemaa kiiremini ja ajavõit

$$t = \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2};$$

$$t \approx 1,53 \text{ sekundit.}$$

L57 Ujumine kanalis ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 3

Olgu veevoolu kiirus kanali esimeses pooles u . Kuna kanal on teises pooles kaks korda kitsam, kuid sama sügav, siis voolab seal vesi kaks korda kiiremini, seega on veevoolu kiirus kanali teises pooles $2u$. Juku kiirus kanali esimeses pooles on $v + u$ ning teises pooles $v + 2u$. Kuna me teame, et Juku läbis kanali esimese poole ajaga t_1 ning teise poole ajaga t_2 , saame kirjutada seosed

$$t_1 = \frac{0,5l}{v+u} \text{ ja } t_2 = \frac{0,5l}{v+2u}.$$

Avaldades esimesest võrrandist u ning asendades teise võrrandisse, saame

$$u = \frac{0,5l-t_1v}{t_1}.$$

$$v = \frac{l(2t_2-t_1)}{2t_1t_2} = \frac{l}{t_1} - \frac{l}{2t_2}.$$

L58 Kuulikesed ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 5

Tähistame anuma ruumala V ning kuulikeste ruumala V_k . Sellisel juhul on vasest kuulikeste mass anumast

$$m_{Cu} = \rho_{Cu}V_k.$$

Teises anumast on kaadmiumist kuulikesed massiga

$$m_{Cd} = \rho_{Cd}V_k$$

ning vesi massiga m_v , mis täidab tühimikud $V_v = V - V_k$ kaadmiumi kuulikeste vahel

$$m_v = \rho_v(V - V_k).$$

Kangkaal on tasakaalus, kui mõlemas anumast on mass sama suur $m_{Cu} = m_{Cd} + m_v$.

$$\rho_{Cu}V_k = \rho_{Cd}V_k + \rho_v(V - V_k).$$

Avaldades viimasest seosest kuulikeste ja anuma koguruumala suhte k :

$$k = \frac{V_k}{V} = \frac{\rho_v}{\rho_{Cu} - \rho_{Cd} + \rho_v};$$

$$k \approx 0,71.$$

L59 Rongid ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 3

Teatud aja t möödudes on reisirongi kiiruseks $v_1 - \frac{\Delta v}{\Delta t}t$. Kui aja t möödudes on reisirong jõudnud kaubarongile järele ja nende kiirused sel hetkel on võrdsed, ei toimu kokkupõrget. Kuna reisirongi kiirus muutus ühtlaselt, saame reisirongi keskmiseks kiiruseks kaubarongile järelejõudmisel:

$$v_k = \frac{v_1 + (v_1 - \frac{\Delta v}{\Delta t}t)}{2}$$

ja reisirongi poolt läbitud teepikkuseks on

$$s = \frac{v_1 + (v_1 - \frac{\Delta v}{\Delta t}t)}{2}t.$$

Reisi- ja kaubarongi liikumisvõrrand on

$$\frac{v_1 + (v_1 - \frac{\Delta v}{\Delta t}t)}{2}t = l + v_2t$$

Lahendades ruutvõrrandi saame kaubarongile järelejõudmise ajaks $t = 20$ s.

20 sekundiga läbib reisirong 600 m ja 20 sekundi pärast on reisirongi kiiruseks 20 m/s, mis on sama, mis kaubarongil.

Seega reisirong jõuab kaubarongile järele pärast 600 m pikkust sõitu ja ei põrku kaubarongiga.

L60 Keha tihedus ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 5

Vette sukeldatud kehale mõjub üleslükkejõud, mille tulemusel dünamomeetri näit väheneb. Üleslükkejõu valem on $F = \rho_v g V$.

Keha sukeldamisel vette surub keha välja oma ruumalaga võrdse koguse vett, mille tulemusel tõuseb veetase anumast ning suureneb rõhk anuma põhjale $\Delta p = \rho_v g \Delta h$.

Kui keha on sukeldatud vette on dünamomeetri näit võrdne kehale mõjuva raskusjõu ja üleslükkejõu vahel $F = mg - F$, seega $mg = F + F$.

Avaldame rõhu muutusest vee taseme tõusu Δh ning keha ruumala V .

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho_v g}$$

$$V = \frac{\Delta p}{\rho_v g} \approx 0,00061 \text{ m}^3$$

Kehale mõjuv üleslükkejõud on $F = \rho_v g V \approx 5,9$ N

Seega $mg = 9 \text{ N} + 5,9 \text{ N} = 15,9$ N, millest saame leida keha massi

$$m = F/g \approx 1.6 \text{ kg}$$

Keha aine tihedus on seega

$$\rho = \frac{m}{V} \approx 2600 \text{ kg/m}^3$$

L61 Jäätunud nael ★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 6

Olgu jää mass enne uppumist m_j , jää tihedus ρ_j ning otsitav metalli tihedus ρ . Veetase muutus tänu sellele, et jää sulamisel selle ruumala vähenes:

$$\frac{m_j}{\rho_j} - \frac{m_j}{\rho_v} = S\Delta h.$$

Vahetult enne uppumist on nael koos jääga pea täielikult vee all ning naela ja jää summaarne mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga:

$$m + m_j = \rho_v \left(\frac{m_j}{\rho_j} + \frac{m}{\rho} \right).$$

Viimase võrrandi saab kirjutada ümber kujule

$$\frac{m}{\rho_v} - \frac{m}{\rho} = \frac{m_j}{\rho_j} - \frac{m_j}{\rho_v}.$$

Sellest ja esimesest võrrandist saame

$$\frac{m}{\rho_v} - \frac{m}{\rho} = S\Delta h.$$

Siit saame avaldada ρ

$$\rho = \frac{m\rho_v}{m - S\Delta h\rho_v}.$$

L62 Jalgrattur ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2018, P 1

Keskmine kiirus on $v_k = \frac{s_{kogu}}{t_{kogu}}$. Teepikkus on graafku alumine pindala. Aja saame graafikult. Kuna sõit koosneb viiest etapist, tuleb arvutada iga teepikkus igal etapil.

$$I \text{ etapp } s_1 = \frac{0m/s + 4m/s}{2} \cdot 600s = 1200 \text{ m}$$

$$II \text{ etapp } s_2 = \frac{4m/s + 12m/s}{2} \cdot 300s = 2400 \text{ m}$$

$$III \text{ etapp } s_3 = 12m/s \cdot 180s = 2160 \text{ m}$$

$$IV \text{ etapp } s_4 = \frac{12m/s + 8m/s}{2} \cdot 600s = 6000 \text{ m}$$

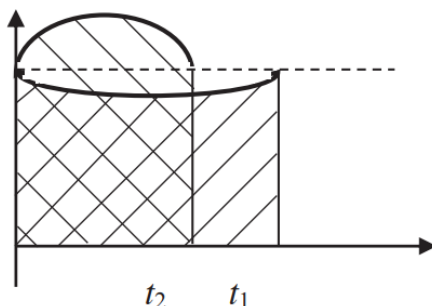
$$V \text{ etapp } s_5 = \frac{8m/s + 0m/s}{2} \cdot 120s = 480 \text{ m}$$

Kogu teepikkus $s_k = 12240 \text{ m}$. Keskmine kiirus kogu sõidu vältel

$$v = \frac{12240m}{1800s} = 6,8 \text{ m/s}$$

L63 Kaks kuulikest ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 3



Kuulikeste kiirused on punkti B jõudmisel võrdsed, sest künka ja lohu kumerused on sarnased ning teepikkused on võrdsed. Esimese kuulikese kiirus esialgu väheneb ja siis suureneb, teisel vastupidi. Ajavahemiku, mis kulub kuulikestel punkti B jõudmiseks saab kiiruse graafikult. Teepikkus graafikul on võrdne graafiku joone aluse viirutatud pindalaga. Pindalade võrdsusest selgub, et $t_2 < t_1$.

L64 Tanker ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 1

Kaatrikulub edasi-tagasi sõitmiseks

$$\frac{L}{v_2 + v_1} + \frac{L}{v_2 - v_1} = t.$$

Liites murrud kokku saame

$$\frac{2Lv_2}{v_2^2 - v_1^2} = t,$$

millest

$$2Lv_2 = tv_1^2 - tv_1^2 \text{ ja } v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2Lv_2}{t}} = 5 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}.$$

L65 Kaks matkaselli ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 2

Et jõuda laagrisse üheaegselt, peab kumbki matkasell pool teed läbima joostes ja pool jalgrattal. Seega on aeg, mis kulub tee läbimiseks

$$t = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = 230 \text{ min}.$$

Ratas seisis tee ääres

$$t_{\text{ratas}} = t - t_2, \text{ kus } t_2 = \frac{s}{v_2} = 160 \text{ min}$$

Ratas "igavles"tee ääres $t_{\text{ratas}} = 230\text{min} - 160\text{min} = 70\text{min}$

L66 Lennujaam ★

Autor: Kristjan Kuppert, piirkonnavor, 2019, P 4

Vaatame ülesannet lindiga seotud taustsüsteemis. Sellises taustsüsteemis on on Jüri paigal ja Mari liigub mingi kiirusega v mõlemas suunas. Kuna Mari kiirus nii mööda linti edasi kui tagasi jooksmisel on sama ning vahemaa, mis Mari läbib on samuti sama, on liikumise aeg mõlemal puhul sama. Maril kulub seega edasi-tagasi jooksmiseks kokku aeg $t_{kogu} = 2t = 80$ s Jüri on selle aja jooksul liikunud maapinna suhtes vahemaa $l = 2ut = 64$ m, mis ongi kaugus lindi algusest, kus nad kohtuvad.

L67 Plokid ★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 3

Lähtume energia jäävuse seadusest. Süsteemi kineetiline energia hetkel, kui koormis m_1 on läbinud vahemaa s võrdub süsteemi potentsiaalse energia muuduga. Kuna koormis m_2 ripub liikuva ploki otsas, siis on selle koormise poolt läbitud tee antud ajahetkeks kaks korda lühem kui koormise m_1 poolt läbitud tee ning selle kiirus samuti kaks korda väiksem koormise m_1 kiirusest. Seega:

$$\frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 (0,5v)^2}{2} = m_1 g a - m_2 g \frac{s}{2},$$

millest

$$v = 2\sqrt{\frac{(2m_1 - m_2)gs}{4m_1 + m_2}} \approx 2,37 \text{ m/s}.$$

L68 Rong ★

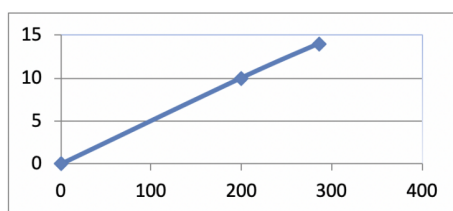
Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 22

Kuna rong kiirendas ühtlaselt, siis oli rongi keskmine kiirus esimese kilomeetri läbimisel

$$v = \frac{v_0 + v_1}{2} = 5 \text{ m/s}$$

Seega rong läbis esimese kilomeetri ajaga

$$t_1 = \frac{s}{v} = 200 \text{ s}.$$



Kiiruse graafikul on keha poolt läbitud tee võrdne graafiku aluse pindalaga. Seega saame kirjutada üles kaks seost kolmnurkade pindalade kaudu.

$$\frac{v_1 \cdot t_1}{2} = s \text{ ning } \frac{v_2 \cdot t_2}{2} = 2s.$$

Graafikualused kolmnurgad, mis tekivad 1 km ja 2 km läbimisel on sarnased. Seega saame kirja panna seose

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow t_2 = \frac{v_2 \cdot t_1}{v_1}$$

Asendades selle teise seosesse, saame

$$\frac{v_2 \cdot v_2 \cdot t_1}{2v_1} = 2s \Rightarrow v_2^2 = \frac{200m^2}{s^2} \Rightarrow v = 14,1 \text{ m/s.}$$

Kuna esimese kilomeetri lõpus oli rongi kiiruse 10 m/s, siis kiirus muutus

$$14,1 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s} = 4,1 \text{ m/s.}$$

L69 Bussid ★

Autor: Moorits Mihkel Muru, piirkonnavor, 2020, P 3

Olgu busside keskmine kiirus v , kahe linna vaheline teepikkus s , busside väljumise periood T . Jukul kulub Berliini jõudmiseks aeg $t = \frac{s}{v}$. Selle aja jooksul väljub Berliinist $N = \frac{t}{T}$ bussi (mis tuleb ümardada alla lähima täisarvuni). Lisaks sellele näeb Juku sõites sama palju busse, mis on väljunud enne tema bussi väljumist. Lõpuks tuleb veel lisada buss, mis väljus Jukuga samal ajal. Seega kokku näeb Juku $2N + 1 = 2 \cdot \frac{s}{vT} + 1 = 73$ bussi.

L70 Kanali sild ★

Autor: Eero Uustalu, piirkonnavor, 2020, P 4

Kuna kanali pikkust pole mainitud, ega ka seda, et silla läheduses oleks lüüse, siis võib eeldada, et kanal on nii enne kui ka pärast silda kilomeetreid pikk. Ujudes tõrjub laev välja sama palju vett kui ise kaalub kuid väljatõrjutud vesi jaotub ühtlaselt kogu kanali pikkuse peale laiali ja kanali veetasel oluliselt ei tõsta. Seega koormab silda pikkusega $l = 18 \text{ m}$ (Arhimeedese seaduse kohaselt) vaid silla peal paiknev vesi

$$m_{vesi} = d \cdot h \cdot l \cdot \rho_{vesi} = 8m \cdot 5m \cdot 18m \cdot 1000kg/m^3 = 720000 \text{ kg} = 720 \text{ tonni.}$$

L71 Jangtse kiirus ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2020, P 6

Koostame seose

$$(v_j + v_l)t_{allavoolu} = (v_l - v_j)t_{lesvoolu}$$

Kuna $t_{allavoolu} = 3 \cdot 24h = 72 \text{ h}$ ja $t_{lesvoolu} = 4 \cdot 24h = 96 \text{ h}$, siis tehes kiired teisendused saame, et $v_l = 7v_j$.

Voolu kiiruse saamse seosest

$$s = (v_j + v_l)t_{allavoolu} = 8v_j t_{allavoolu} \Rightarrow v_j = \frac{s}{t_{allavoolu}}$$

Asendades arvudega, saame ülespaisutatud jões voolukiiruseks $v_j = 1,13km/h = 0,31m/s$.

L72 Kohtumispaik ★

Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2020, P 2

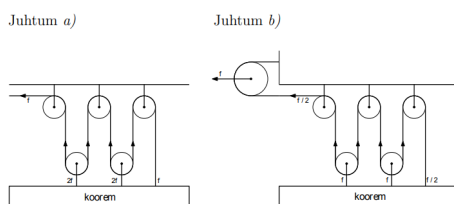
Kirjutame üles autode liikumisvõrrandid. Kohutiskoht asub linnast A kaugusel x , sinna jõudmiseks on mõlemad autod teel olnud aja t .

$$\frac{s}{v_1} + t_3 + \frac{s-x}{v_1} = t_5 + \frac{s}{v_2} + t_4 + \frac{x}{v_2}.$$

Asendades tähised arvudega ja lahendades võrrandi, saame, et autod kohutvad $x = 60$ km linnast A .

L73 Plokid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 7

**L74 Litter ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 9

Esmalt paneme tähele, et trajektoori madalaima ja kõrgeima punkti vahe vertikaalsuunas peab olema $2a$, joonisel loeme selleks kuus ruutu, seega on ruudustiku sammuvahe $triangle = 2a/6 = 1,5$ cm. Teiseks paneme tähele, et iga pöörlemisperioodi järel kordub küll trajektoori kuju, kuid see nihkub horisontaalsuunas nelja ruudu võrra. Seega läbib litter pöörlemisperioodi jooksul vahemaa $s = 4\Delta = 6,0$ cm. Kolmandaks märkame, et pöörlemisperioodi sisse mahub täpselt kolm punaste vilgatuste vahelist intervalli, seega on pöörlemisperioodi kestus $T = 3t = 0,30$ s. Neist andmeist saame litri edasiliikumiskiiruseks $v = \frac{s}{T} = 20$ cm/s.

L75 Uppuv klots ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2012, P 10

a) Leiame maksimaalse raskusjõu ja üleslükkejõu ning vaatame, kas üleslükkejõud on väiksem kui raskusjõud.

$$F_r = F_{klots} + F_{liiv} = (\rho_{vaht}(a^3 - \pi b^2 \frac{a}{4}) + \rho_{liiv} \pi b^2 \frac{a}{4})g = 9,975 \text{ N}$$

$$F_y = \rho_{vesi} g a^3 = 9,8 \text{ N}$$

Seega klots on võimalik ära uputada.

b) Korgile mõjub liiva raskusjõud ning altpoolt surub seda vesi. Kork kannatab nende jõudude vahet. $S = \pi b^2/4$ - augu põhja pindala, h liivasamba kõrgus, A - klotsi vee alla ulatuva osa kõrgus.

$$1,8 \text{ N} = \rho_{liiv} S h g - \rho_{vesi} g A S$$

Teise seose saame panna kirja klotsi ujumise tingimustest.

$$F_r = F_y$$

$$(\rho_{vaher}(a^3 - Sa) + \rho_{liiv}Sh)g = \rho_{vesi}ga^2A$$

Lahendades need võrrandid, saame, et $A = 0.092m = 9,2 \text{ cm}$ ning $h = 0,0768 \text{ m} = 7,68 \text{ cm}$. Ehk kork eelamdub enne kuubiku uppumist ja seega ei saa kuubikut sellel viisil uputada.

L76 Vihm ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 10

Seisvale inimesele langeva vee ruumala saame arvutada seosest $V = Svt$, kus S on inimese horisontaalsuunaline pindala ja v vihmapiiskade langemise kiirus.

Kui inimene liigub, siis siseneb ta teatud kiirusega vihmapiiskasid täis õhku. Tema keha vertikaalse osa vastu tulnud vee ruumala saab arvutada seosest $V_v = S_v v_1 t$, kus S_v on inimese vertikaalsuunaline pindala ja v_1 inimese liikumise kiirus.

Arvestades seda, on kiirusega v_2 liikuvale inimesele langeva vee ruumala võrdne $V = Svt_2 + S_v v_2 t_2$.

Kuna seisvale ja liikuvale inimesele langeva vee ruumala peab olema sama, siis

1) jooksva inimese korral kehtib seos $Svt = Svt_2 + S_v v_2 t_2$;

2) kõndiva inimese korral seos $Svt = Svt_1 + S_v v_1 t_1$.

Avaldame esimesest seosest $Sv = \frac{1,5Sv}{9}$ ning asendades selle teise seosesse saame, et $t_1 = 1 \text{ min}$.

L77 Klapp ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 8

Paadie mõjub alt üles vee rõhumisjõud, ülevalt alla vee rõhumisjõud ja õlisamba rõhumisjõud. Kuna väljaspool toru mõjuvad vee rõhumisjõud kompenseerivad üksteist, arvestame arvutustes ainult seda plaadi osa, mis on vahetult toru otsa all. Alt üles mõjub jõud

$$F_{les} = pS = \rho_{vesi}gh_{vesi}\frac{\pi d^2}{4}.$$

Ülevalt alla mõjub plaadile raskusjõud

$$F_{alla} = mg = \sigma \frac{\pi d^2}{4}g$$

ja õlisamba rõhumisjõud

$$F_{alla} = \rho_{li}gh_{li}\frac{\pi d^2}{4}.$$

Õlisammas on kõrgeim siis, kui alt üles ja ülevalt alla mõjuvad jõud on võrdsed

$$\sigma Sg + \rho_{li}gh_{li}S = \rho_{vesi}gh_{vesi}S,$$

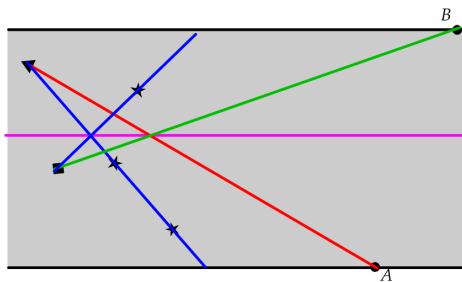
millest

$$h_{li} = \frac{\rho_{vesi}h_{vesi} - \sigma}{\rho_{li}} = \frac{1,0g/cm^3 \cdot 70cm - 0,45g/cm^2}{0,9g/cm^3} = 77,3 \text{ cm}$$

L78 Paadid ★★

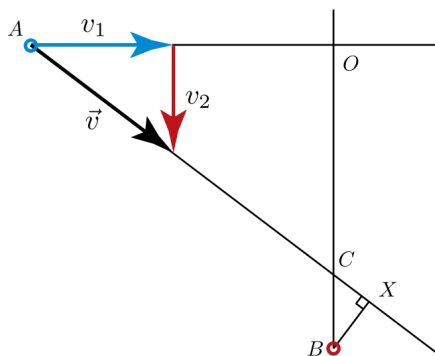
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 10

Leiame paatide trajektooreid veega seotud taustsüsteemis — need on sinised jooned joonisel (kolmnurkne paat on kahe prugiga ühel joonel, seetõttu pidid need sellest paadist olema kukkunud). Laevad kohtusid siniste joonte lõikepunktis. Kolmnurkse laeva trajektoor maaga seotud taustsüsteemis läheb läbi punkti A (punane joon). Laevade kohtumispunkt maaga seotud taustsüsteemis peab olema samuti punasel joonel ning siniste joonte lõikepunktiga samal kõrgusel (lillal joonel). Ühendades lilla ja punase joone lõikepunkti teise paadi asukohaga leiame teise paadi trajektoori maaga seotud taustsüsteemis ning selle lähtepunkti B .

**L79 Lennukid ★★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 9

Lahendus muutub lihtsaks, kui vaatleme ühe lennuki suhtelist liikumist teise suhtes. Nimelt, lähme mõtteliselt punase lennukiga B kaasaliikuvasse taustsüsteemi. Sel juhul paistab lennuk B paigal püsivat, kuid lennuk A näib liikuvat kiirusega \vec{v} , mille komponendid on joonisel välja toodud. Kiiruse mooduli leiame Pythagorase teoreemist: $v = 1000$ km/h. Vähim kaugus kahe lennuki vahel kogu liikumise jooksul on mõistagi trajektoori tõmmatud ristlõik BX , mille pikkuse järgnevalt leiamegi.



Punkti C jõudes oli lennuk A ida-lääne sihis liikunud vahemaa $|AO| = a = 20$ km ning põhja-lõuna sihis järelkult $|OC| = v_2 \cdot a / v_1 = 15$ km Järelkult $|BC| = a - |OC| =$

5 km. Kolmnurga BCX ning kiirusvektorite kolmikust moodustatud kolmnurga küljepikkuste võrdelisusest leiame meid huvitava pikkuse.

$$|BX| = \frac{v_1 \cdot |BC|}{v} = 4 \text{ km}$$

Võib arvutada ka pikkuse $|AC|$ ning kasutada kolmnurkade BCX ja ACO sarnasust.

L80 Äpardus plokiga ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 10

Arvutame anuma põhja poolt süsteemile "vesi pluss kehad" mõjuva jõu muutuse

$$\Delta F = -2T = S\rho g\Delta h,$$

kus T on nööri pinge. Tööpoolest, nimetatud jõud tasakaalustab kõikide ülejäänud jõudude resultandi, milleks on raskusjõudude summa (ei muutu), pluss nööri poolt mõjuv jõud. Et nööri pinge hoiab teist keha vee all, siis $T = (\rho - \rho_2)gV$, millest

$$\Delta h = -\frac{2(\rho - \rho_2)V}{S\rho}.$$

L81 Kuup vedelikes ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 4

Kuup asub sellisel sügavusel, et esineks jõudude tasakaal $mg + F_1 = F_2$, kus F_1 on vedeliku rõhumisjõud kuubi ülemisele pinnale ja F_2 vedeliku rõhumisjõud kuubi alumisele pinnale.

$$F_1 = \rho_1 g h l^2 \text{ ja } F_2 = \rho_1 g(h + l - x)l^2 + \rho_2 g x l^2, \text{ seega}$$

$$\rho g l^3 + \rho_1 g h l^2 = \rho_1 g(h + l - x)l^2 = \rho_1 g(h + l - x)l^2 + \rho_2 g x l^2, \text{ millest}$$

$$x = l \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}.$$

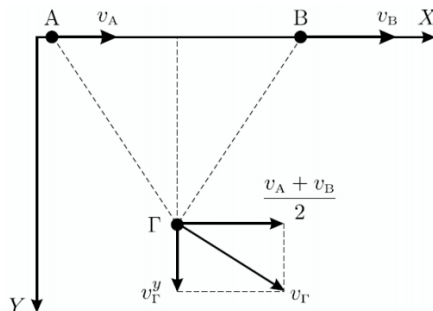
L82 Varras ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 5

Kuna jõuõlg $AB = 2BC$ ja varda AC massi pole tarvis arvestada, on niidile AD mõjuv jõud F_1 , mis on suunatud üles ja punktis E jõud $2F_1$, mis ka on suunatud üles. Varda keskpunktis mõjub vardale jõud mg , mis on suunatud alla. Sellest lähtuvalt saab kirjutada jõumomentide tasakaalu võrrandi.

$$F_1 4a + 2F_1 a - mg 2a = 0, \text{ Siit, } F_1 = \frac{mg}{3}.$$

Seega vasakus niidis mõjub jõud $20N$ ja paremas niidis $40N$.



Antsu, Birgiti ja Gerdi asukhad moodustavad igal ajahetkel võrdhaarse kolmnurga, mille alus lebab Antsu ja Birgiti poolt kasutataval teel (vt. joonist). Olgu X-telg paralleelne selle teega ning Y-telg sellega risti. Siis järgmised võrrandid kirjeldavad liiklejate koordinaatide muutusi:

$$\text{Antsu jaoks: } x_A(t) = x_A^0 + v_A t, y_A(t) = 0;$$

$$\text{Birgiti jaoks: } x_B(t) = x_B^0 + v_B t, y_B(t) = 0;$$

$$\text{Gerdi jaoks: } x_G(t) = \frac{x_A^0 + x_B^0}{2} + \frac{v_A + v_B}{2} t, y_G(t) = y_G^0(t) + v_G^y t.$$

Siin ülemindeksiga "0" tähistame esialgseid koordinaate ning tähtedega A, B, G tähistame suurusi vastavalt Antsu, Birgiti ja Gerdi jaoks. v_G^y on Gerdi kiiruse projektsioon Y teljele. Seos $x_G(t)$ jaoks on tuletatud asjaolulst, et Gerd on alati võrdhaarse kolmnurga tipus, mis on vastamisi kolmnurga alusega. Siit järeldub, et Gerdi kiiruse projektsioon X-teljele on $\frac{v_A + v_B}{2}$. Me teame Gerdi kiiruse suurst, millesse pannustavad selle komponendid:

$$v_g^2 = \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_G^y)^2$$

Seetõttu Gerdi kiiruse projektsioon Y-teljele on

$$v_G^y = \sqrt{v_g^2 - \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2}.$$

Nüüd teame Gerdi kiiruse mõlemaid projektsioone ning saame leida tema kiiruse Birgiti suhtes. Kasutades Pythagorase teoreemi kiiruste kolmnurga jaoks leiame, et

$$v_{suht}^2 = \left(v_A - \frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_G^y)^2.$$

Asendades v_G^y saame

$$v_{suht} = \sqrt{v_g^2 - v_A \cdot v_B} = 15 \text{ km/h}$$

L84 Kera vees ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 6

Kerale mõjuv üleslükkejõud on

$$F = \frac{4}{3}\rho g \pi R^3$$

Ühtlase kiirusega vedelikus tõusvale kehale mõjuvad jõud:

$$F - mg - F_t = 0$$

Ühtlase kiirusega vedelikus vajuvale kehale mõjuvad jõud:

$$F - (m + \Delta m)g + F_t = 0$$

Kuna takistusjõud on mõlemal juhul sama, saame kirjutada

$$F - mg = (m + \Delta m)g - F,$$

millest

$$\Delta m = \frac{2F - 2mg}{g}$$

ehk

$$\Delta m = \frac{8}{3}\pi R^3 \rho - 2m$$

L85 Paat vees ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 9

Olgu paadi kiirus seisvas vees v , veevoolu kiirus u . Paadil lõpeb kütus kaugusel x linnast A .

Paadi ülesvoolu sõites kehtiv seos

$$v - u = \frac{s}{t_1}$$

Allavoolu sõites kuni kütuse lõppemiseni kehtib seos

$$v + u = \frac{s-x}{t_k}$$

ja pärast kütuse lõppemist

$$u = \frac{x}{t_2 - t_k}$$

Lahendades kolmest võrrandist koosneva võrrandisüsteemi, saame

$$u = \frac{s(t_1 - t_2)}{t_1(t_2 + t_k)} = 3.75 \text{ km/h}$$

$$v = \frac{s(t_1 + t_2)}{t_1(t_2 + t_k)} = 6.25 \text{ km/h}$$

$$x = \frac{s(t_2 - t_k)(t_1 - t_k)}{t_1(t_2 + t_k)} = 6 \text{ km/h}$$

L86 Kütusekulu linnas ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 10

Kogu mootori poolt tehtud töö läheb peatumise järgselt autole kineetilise energia $E_k = \frac{mv^2}{2}$ andmiseks. Teisendame kiiruse SI ühikutesse: $v = 13,9 \text{ m/s}$. Kütuse massiga E_k põletamisel vabaneb energia $E_p = Mm_k$. Osa kütuselt tulevast energiast kulub auto kineetilise energia suurendamiseks.

$$\eta M m_k = \frac{mv^2}{2}$$

Vahemaa L läbimiseks kulub kütust

$$m_k = \frac{E_k}{\eta M},$$

millele vastab ruumala

$$V = \frac{m_k}{\rho}.$$

Leitud kütuse ruumala V kulub vahemaa $L = 500 \text{ m} = 0,5 \text{ km}$ läbimiseks. See aga tähendab, et sajale kilomeetrile kulub 200 korda rohkem kütust. Niisiis, otsitav auto kütusekulu on

$$k = V \cdot \frac{200}{100 \text{ km}} = \frac{mv^2}{2\eta M \rho} \cdot \frac{200}{100 \text{ km}} = 3,7 \frac{L}{100 \text{ km}}$$

L87 Glütseriin torus ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2016, P 7

Küünla alumise põhja pindala $S_{ka} = \frac{\pi d^2}{4}$

Toru ristlõikepindala $S_t = \frac{\pi d^2}{4}$

Küünla veega kokkupuutuva ülemise põhja pindala $S_k = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$

Glütseriin ei voola välja, kui teeküünal püsib paigal, ehk selle alla ja üles mõjuvad jõud on tasakaalus. Jõudude tasakaal avaldub kujul $F_G + F_v + mg = F_{va}$,

kus F_G - glütseriini rõhumisjõud küünla ülemisele põhjale,

F_v - vee rõhumisjõud küünla ülemisele pinnale,

mg - küünlale mõjuv raskusjõud,

F_{va} - küünla alumisele põhjale mõjuv vee rõhumisjõud:

$$F_G = \rho_G g h S_t = \rho_G g h \frac{\pi d^2}{4}$$

$$F_v = \rho_v g H \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$mg = \frac{\pi D^2}{4} h_k g \rho_k$$

$$F_{va} = \rho_v g (H + h_k) \frac{\pi D^2}{4}$$

Tehes teisendused, saame

$$H = \frac{\rho_G h d^2 + h_G D^2 (\rho_k - \rho_v)}{\rho_v d^2} = 5,65 \text{ cm}$$

L88 Pidurdus ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2016, P 8

Olgu auto mass m ning pidurdusjõud F . Auto kineetiline energia kulub pidurdusjõu ületamiseks ning potentsiaalse energia muuduks. Ülesmäge sõites

$$\frac{mv^2}{2} = Fs_1 + mg\Delta h_1.$$

Kõrguse muut ning auto poolt läbitud teepikkus on omavahel seotud avaldisega $\Delta h_1 = ks_1$, seega

$$\frac{mv^2}{2} = (F + mgk)s_1.$$

Allamäge sõites kehtib analoogiliselt

$$\frac{mv^2}{2} = (F - mgk)s_2.$$

Vasakute poolte võrdusest järeldub paremate poolte võrdsus

$$(F + mgk)s_1 = (F - mgk)s_2 \Rightarrow F = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1} mgk.$$

Kiiruse jaoks saame energia jäävusest avaldise

$$v = \sqrt{2gks_1\left(\frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1} + 1\right)} = \sqrt{4gk\frac{s_1s_2}{s_2 - s_1}} = 14 \text{ m/s} = 50,4 \text{ km/h}.$$

L89 Kalapüük ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 7

Jaagu kiirus on $v_1 = 24 \text{ km/h}$,

Jüri kiirus on $v_2 = 20 \text{ km/h}$,

Voolu kiirus on $v_j = 2 \text{ km/h}$.

Sõiduaeg kalastuskohta $t_1 = 0,5 \text{ h}$.

Õngitsemise aeg $t = 1 \text{ h}$.

Jüri kojusüidu aeg t_{Jri} .

Jaagu kalastamise aeg, kui Jüri juba koju sõitis t_k .

Jüri oli enne kojusõitu külast $s_{Jri} = (v_2 + v_j)t_1 - v_jt = 13 \text{ km}$ kaugusel.

Jaak oli enne Jüri kojusõitu külast $s_{Jaak} = (v_1 - v_j)t_1 - v_jt = 9 \text{ km}$ kaugusel.

Jüri sõitis koju ajaga

$$t_{Jri} = \frac{s_{Jri}}{(v_2 - v_j)} = 0,722 \text{ h}.$$

Jaak võis veel kala püüda ajavahemiku t_k . Selle aja jooksul liikus paat allavoolu ja tema kodutee lühenes. Jaagu kalapüügi ja kojusõiduaeg kokku on võrdne Jüri kojusõidu ajaga

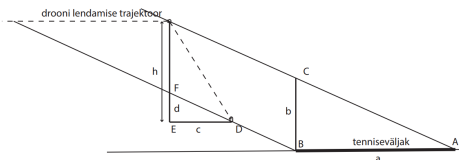
$$t_{Jri} = t_k + \frac{s_{Jaak} - v_jt_k}{(v_1 + v_j)}.$$

Avaldame seosest kalapüügiaja $t_k = (v_1 + v_j)t_{Jri} - s_{Jaak}/v_1$.

Arvutame kalapüügiaja $t_k \approx 0,407 \text{ tundi} \approx 24 \text{ minutit}$.

L90 Drooni vari ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2017, P 10



Paralleelselt maapinnaga lennates liigub drooni vari punktis B punkti A . Kui droon laskub ja jõuab punkti D , siis drooni vari liigub laskumise ajal punktist A punkti B . Lennukõrguse muutus h on lõikude b ja d summa. Kolmnurgast $\triangle ABC$ saame kätte kõrguse b .

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \tan \alpha$$

Kolmnurgast $\triangle DEF$ saame kätte kõrguse d

$$\tan \alpha = \frac{d}{c} \Rightarrow d = c \tan \alpha$$

Drooni horisontaalne kiirus on kogu lennu ajal v . Algul ületas droon lennuväljaku ajaga t_1 , seega

$$b = vt_1 \tan \alpha.$$

Tagasilenul oli drooni lennuaeg t_2 , seega

$$d = vt_2 \tan \alpha$$

Drooni lennukõrguse muutus h on seega

$$h = b + d = v \tan \alpha (t_1 + t_2)$$

L91 Kontraktsioon ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2018, P 5

Tähistame võetud vee massi m_v ning piirituse massi m_p . Teades, piirituse massiprotsenti $p = 44,1\%$, saame leida vee ja piirituse masside suhte.

$$\frac{m_p}{m_p + m_v} = 0,441 \Rightarrow m_p = 0,789 m_v$$

Teades lahuse kontraktsiooni $\gamma = 6\%$, saame kirjutada seose

$$(V_v + V_p)0,94 = V.$$

Avaldades vee ja piirituse ruumalad massi ja tiheduse kaudu, saame

$$\frac{m_v}{\rho_v} + \frac{m_p}{\rho_p} = 1,064 V.$$

Masside suhtest saime, et $m_p = 0,789 m_v$. Asendades selle eelmisesse võrrandisse, saame leida vee ja piirituse massid.

$$\frac{m_v}{1 \text{ kg/dm}^3} + \frac{0,789 m_v}{0,79 \text{ kg/dm}^3} = 1,064 \cdot 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow m_v = 532 \text{ g}$$

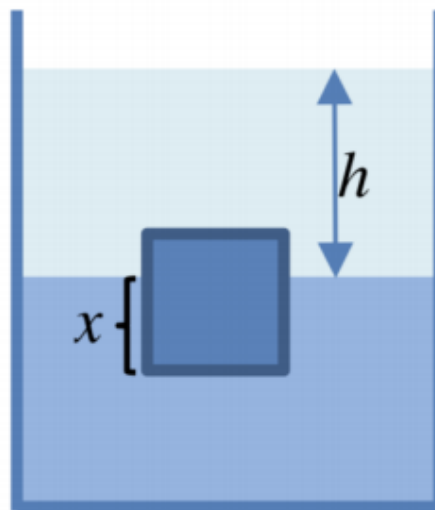
$$m_p = 0,789 m_v = 420 \text{ g}$$

Vee ja piirituse lahuse kogumass on seega $m = m_v + m_p = 952 \text{ g}$. Lahuse tiheduse on seega

$$\rho = \frac{m}{V} = 0,952 \text{ kg/dm}^3.$$

L92 Kuup vedelikes ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 4



Lahendus 1 Kehale mõjuvad kolm jõudu - raskusjõud, vedeliku rõhk ülemisele pinnale ja vedeliku rõhk alumisele pinnale: $mg + F_1 + F_2 = 0$

$$mg + \rho_k l^3 g,$$

$$F_1 \rho_1 g (h - (l - x)) l^2,$$

$$F_2 = \rho_1 g h l^2 + \rho_2 g x l^2,$$

kus h - väiksema vedelikukihi paksus, x - kuubi selle osa pikkus, mis asub suurema tihedusega vedelikus. Asendame need jõud seosesse. Pärast taandamisi saame seose

$$(\rho_k - \rho_1)l = (\rho_2 - \rho_1)x \Rightarrow x = 7,5 \text{ cm}$$

Lahendus 2 Vedelikus hõljuva keha korral võrdub kehale mõjuv raskusjõud kumagi vedeliku poolt mõjuvate üleslükkejõudude summaga

$$mg = F_{y2} + F_{y1},$$

seega

$$\rho_k l^3 g = \rho_2 g x l^2 + \rho_1 g (l - x) l^2, \Rightarrow x = \frac{(\rho_k - \rho_1)l}{(\rho_2 - \rho_1)} = 7,5 \text{ cm}.$$

L93 Veejuga ★★

Autor: Jonatan Kalmus, lõppvoor, 2018, P 8

Olgu veejoo läbimõõt kraanist väljudes D ning otsitaval kõrgusel h seega $D/2$. Veejoo ristlõikepindalad on vastavalt

$$S_0 = \pi \frac{D^2}{4} \text{ ning } S_h = \pi \frac{D^2}{16}.$$

Voolamisel kehtib massi jäävus ehk aja Δt jooksul läbib pindu S_0 ja S_h sama kogus vett, sest vastasel juhul hakkaks vesi kas pindade vahele kuhjuma või kaoks seal ajapikku ära, mis ei ole taolise voolamise puhul võimalik. Olgu kõrgusel h veejoo kiirus v_h . Kuna vee tihedus jääb konstanseks, saab massi jäävuse asemel kirja panna ruumala jäävuse ehk pindu läbivad veekogused on võrdsed

$$S_0 v_0 \Delta t = S_h v_h \Delta t.$$

Siit

$$v_h = v_0 \frac{S_0}{S_h} = 4v_0.$$

Nüüd vaatleme väikest veekogust Δm . Kraanist väljudes on sellel kineetiline energia

$$E_{K0} = \frac{\Delta m v_0^2}{2}$$

ning otsitaval kõrgusel h kraanist all pool

$$E_{Kh} = \frac{\Delta m v_h^2}{2}.$$

Potentsiaalse energia erinevus nende kahe kõrguse vahel on

$$E_{P0} = \Delta mgh.$$

Kuna sisehõorde ning õhutakistusega arvestama ei pea, saame kirja panna energia jäävuse:

$$E_{K0} + E_{K0} = E_{Kh}$$

Asendades:

$$\frac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta m g h = \frac{\Delta m v_h^2}{2}$$

Siit saame ära taandada massi ning avaldada otsitava kõrguse h :

$$h = \frac{v_h^2 - v_0^2}{2g}$$

Asendades eelnevalt leitud v_h :

$$h = \frac{(4v_0)v_0^2 - v_0^2}{2g} = 7.5 \frac{v_0^2}{g}$$

L94 Keha vees ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 6

Vette lastud koormisele mõjub üleslükkejõud

$$F = \rho_v g V_k.$$

Keha ruumala saame tiheduse valemist

$$\rho = m/V, \text{ millest } V = \frac{m}{\rho}.$$

Üleslükkejõud mõjub vettelastud kehale üles. Seega pärast keha vettelaskmist mõjuvad parempoolsele kaalukaasile järgmised jõud: statiivile mõjuv raskusjõud + kehale mõjuv raskusjõud – kehale mõjuv üleslükkejõud. Seega mõju parempoolsele kaalukaasile väheneb kehale mõjuva üleslükkejõu võrra. Vettelastud keha tõttu vedeliku tase klaasis tõuseb ning vedeliku rõhk anuma põhjale suureneb. Seega mõjub vasakule kaalukaasile klaasile, veele ja keha poolt väljatõrjutud veele mõjuv raskusjõud. Pärast keha vette laskmist väheneb üleslükkejõu võrra paremale kaalukaasile mõjuv jõud ja suureneb üleslükkejõu võrra vasakule kaalukaasile mõjuv nõud. Et kaal tasakaalustada, tuleb statiiviga kaalukaussi lisada koormis, mille massile mõjub kahekordne üleslükkejõud.

$$F = \frac{2 \cdot 1000 \text{ kg} / \text{m}^3 \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 0,135 \text{ kg}}{2700 \text{ kg} / \text{m}^3} = 1 \text{ N}$$

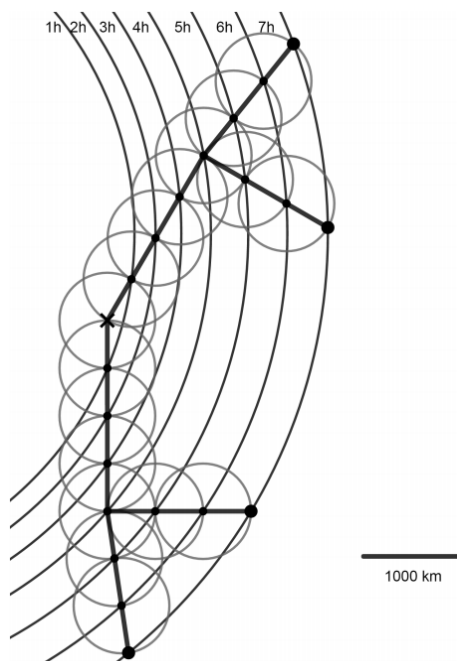
Kuna

$$F = mg, \text{ siis } m = \frac{F}{g} = \frac{1 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kg}} = 0,1 \text{ kg}$$

L95 Keha vees ★★

Autor: Jonatan Kalmus, lõppvoor, 2019, P 8

Teame, et suured ringjooned märgivad lennuki asukohta iga tunni järel ning ühe tunniga läbib lennuk 500 km. Joonisel oleva mõõtkava järgi saame 500 km vastava pikkuse joonisel. Võtame selle pikkuse ja joonestame sirkliga vastava raadiusega ringjoone lennuki algasukoha ümber. See ringjoon märgib lennuki asukohta 1 h pärast õhkutõusu ning selle lõikepunktid olemasoleva esimese suure ringjoonega (mis märgib samuti lennuki asukohta 1 h pärast õhkutõusu) annavad meile lennuki võimalikud asukohad 1 h pärast. Kuna me ei tea, millises suunas lennuk lendas, peame lennuki teekonda mõlemast punktist edasi konstrueerima, joonestades uute punktide ümber samuti 500km vastava ringjoone. Kuna aga teame, et lennuk lendas 4 h järjest otse, saame hakata lõikepunkte välistama, sest sobivad punktid moodustavad sirge. 4 h vastava ringjoone juures teame vaid seda, et lennuk muutis suunda. Seega saame kummagi algse teekonna kohta veel 2 võimalikku uut suunda (kokku 4 võimalikku suunda). Teades, et lennuk lendas edaspidi samuti vaid otse, saame kõik 4 teekonda lõpuni konstrueerida.



L96 Ühendatud anumad ★★

Autor: Kristjan Kuppart, lõppvoor, 2019, P 10

Süsteem on tasakaalus, kui teisse harusse lisandunud veesamba rõhk tasakaalustab õli ja puuklotsi lisamiseset tuleneva rõhu

$$\Delta p = \frac{\rho_o g h + m g}{S_a},$$

kus m on klotsi mass. Samuti peab arvestama, et kuna harude pindalad on võrdsed, siis väheneb veesamba kõrgus ja seetõttu ka veesamba rõhk esimeses harus sama palju, kui teises tõuseb. Kokkuvõttes saame võrrandi:

$$\rho_v g \Delta h_v = \Delta p - \rho_v \Delta h_v$$

$$\Delta h_v = \frac{\Delta p}{2\rho_v g} = \frac{1}{2\rho_v} (\rho_o h + \rho_k L \frac{S_k}{S_a}) = 2,15 \text{ cm}$$

L97 Palli soojenemine ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 2

Energia, mis pörkel vabaneb, saame potentiaalsete energiatega vahel alguses ja pärast pörget:

$$E = mgh_1 - mgh_2 = 1,666 \text{ J.}$$

90% sellest energiast läheb palli soojendamiseks $Q_{pall} = 1,50 \text{ J}$.

Palli soojenemise saame leida valemist $Q = cm\Delta T$.

$$\Delta T = \frac{Q}{cm} = 0,0107^\circ\text{C} \approx 0,01^\circ\text{C}.$$

L98 Lumi ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 6

Poole lume mass oli ρV_2 , kus ρ on vee tihedus. Lumele vee lisamise lõppedes oli segu temperatuur $t = 0^\circ\text{C}$. Energia jäävusest saame võrrandi.

$$c_v \rho V_1 (t_s - t) = c_l \rho V_2 (t - t_1) + \lambda \rho v_2.$$

$$c_l V_2 (t - t_l) = c_v V_1 (t_s - t) - \lambda V_2.$$

$$t_l = t + \frac{\lambda}{c_l} - \frac{c_v V_1}{c_l V_2} (t_s - t).$$

$$t_l = -15^\circ\text{C}.$$

L99 Vihm ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 8

Kokku sajab vihma $h = vt = 12\text{mm}/h \cdot 5h = 60\text{ mm}$ paksune kiht. Soojushulk, mille vihm annab lumele on

$$Q = m_v c \Delta T = \rho_v h_v S c \Delta T.$$

Lume sulamiseks kuluv soojushulk on

$$Q = \lambda m_l = \lambda \rho_l h_l S.$$

Võrdsustades seosed saame

$$h_l = \frac{\rho_v h_v c \Delta T}{\rho_l \lambda}$$

Sulava lumekihi paksus on $h_l = 3\text{ cm}$

L100 Külmkapp ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2019, P 2

Ühe liitri vee mass on $m_v = \rho V_0 = 16800\text{ J}$. Vesi annab jahtudes 0°C -ni ära soojushulga Q_1 .

$$Q_1 = c m_v \Delta t = 16800\text{ J}.$$

Jäätub pool veest ($m_j = 0,5\text{ kg}$), mis annab ära soojushulga Q_2 .

$$Q_2 = \lambda m_j = 170000\text{ J}.$$

Kogu soojushulk, mis läheb külmkapile $t = 4h = 14400s$ jooksul on $Q = Q_1 + Q_2 = 186800\text{ J}$. Seega külmkapi külmutusvõimsus N on

$$N = \frac{Q}{t} \approx 13\text{ W}.$$

L101 Mahl ja jää ★

Autor: Erkki Tempel, lõppvoore, 2019, P 1

Soojustasakaalu saavutamiseks vajalik energia saadakse mahla jahtumiselt. Mahla jahtumisel temperatuurini t eraldub soojushulk $Q_m = c_m m_m (t_m - t)$. Mahla jahtumisel vabanenud energia läheb jää temperatuuri tõstmiseks 0°C -ni, milleks kulub soojushulk $Q_1 = c_j m_j t_j$, jää sulamiseks, milleks kulub soojushulk $Q_2 = \lambda m_j$ ning jää sulamisel tekkinud vee temperatuuri tõusmiseks temperatuurini t , milleks kulub soojushulk $Q_3 = c_m m_j t$. Energia jäävusest saame seose:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$c_m m_m (t_m - t) = c_j m_j (0 - t_j) + \lambda m_j + c_m m_j t \Rightarrow$$

$$t = \frac{c_m m_m t_m + c_j m_j t_j - \lambda m_j}{c_m m_j + c_m m_m} \approx 2^\circ\text{C}$$

L102 Glütseriin ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2010, P 7

Ajavahemikus Δt kehtib soojusliku tasakaalu võrrand

$$P\Delta t = c\rho V\Delta T,$$

kus ΔT on temperatuuri muut. Ruumala muut

$$\Delta V = V\alpha\Delta T = V\alpha \cdot \frac{P\Delta t}{c\rho V} = \frac{P\alpha\Delta t}{c\rho}.$$

Üleiigne ruumala glütseriini väljub ava kaudu, moodustades silindri pikkusega $v\Delta t$ ja ruumalaga $\Delta V = vS\Delta t$. Seega,

$$v = \frac{\Delta V}{\Delta t S} = \frac{P\alpha}{cS\rho} \approx 1,7 \text{ m/s}.$$

L103 Radiaatorid ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2011, P 8

Veehulk massiga m annab ära soojushulga $Q = cm(t_s - t_v)$, mis kütab ruumi. Võimsuse saamiseks tuleb antud soojushulk jagada ajaga, mis kulub selle veehulga sisenemiseks radiaatorisse.

$$N = c\frac{m}{t}(t_s - t_v).$$

Kuna mõlemat radiaatorit läbib ajaühikus võrdne kogus vett, määrab võimsuste suhte sisenevate ja väljuvate temperatuuride muutude suhe. Teise radiaatori võimsus on suurem

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{t_{2s} - t_{2v}}{t_{1s} - t_{1v}} = 1,5 \text{ korda}$$

L104 Bensiinikulu ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2012, P 4

Autol kulub $s = 100 \text{ km}$ läbimiseks aeg $t = \frac{s}{v}$. Selle ajaga kulutab mootor energiat $Q = Pt$. Vastava energia saamiseks kulub $V = \frac{Q}{\rho}$ bensiini. Siit saab nüüd leida kütusekulu 100 km kohta.

$$V = \frac{Ps}{v\rho} = \frac{58 \text{ kW} \cdot 100 \text{ km}}{90 \text{ km/h} \cdot 35 \text{ MJ/l}} \approx 6.6 \text{ l}.$$

L105 Külmunud tort ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvaor, 2012, P 3

Vajalik soojushulk jää sulatamiseks on

$$Q_j = c_j m_j \Delta T + \lambda_j m_j \approx 376 \text{ kJ}$$

(kus $m_j = \rho_j \pi l D^2 / 4 \approx 1,04 \text{ kg}$).

Vasktraadil eraldunud soojushulk ajahetkes t (peab arvestama, et ainult 60% eraldunud soojusest läheb jää sulatamiseks) on

$$Q_{traat} = \frac{U^2 t}{R} \cdot 0,6 = 0,6 U^2 t / \frac{\rho_C u l}{\pi \frac{d^2}{4}}.$$

Pannes need võrduma ja avaldades t , saame ajaks $t = 941 \text{ s} \approx 15 \text{ min } 40 \text{ s}$

L106 Hõõrdkeevitus ★

Autor: Tundamtu autor, lõppvoor, 2012, P 5

Hõõrdumisest tekkiv soojushulk

$$Q = F_h \Delta s$$

$$\pi D \cdot \frac{t}{\frac{1}{f}} = \pi f D \Delta t.$$

Teiselt poolt torude soojendamiseks vajaminev soojushulk

$$Q = 2mc\Delta T = 2\rho V c\Delta T,$$

kus m ja V on ühe toruotsa soojeneva osa mass ja ruumala. Kuna toru seinad on diameetrist kordades lühemad, võib hinnata ruumalaks $V = \pi Ddl$. Kokkuvõttes saime, et

$$F_h \pi f D \Delta t = 2\pi Ddl\rho c(T_1 - T_0)$$

$$F_h = \frac{2dl\rho c(T_1 - T_0)}{f\Delta t} \approx 1100 \text{ N}$$

L107 Veepudel ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2013, P 4

Vesi jäätab temperatuuril 0°C . Osa vee jäätumisel eralduvast soojushulgast läheb allajahtunud vee soojendamiseks jäätumistemperatuurile.

$$Q_{\text{tahkumine}} = Q_{\text{soojenemine}}.$$

$$\text{Valemite teadmine ja nende seostamine } cm\Delta t = \lambda m_j$$

$$\text{Tekkinud jää massi avaldamine } m_j = \frac{cm\Delta t}{\lambda}.$$

Arvutus, ühikud ja õige vastus:

$$m_j = \frac{4200 \text{ J/kgK} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 5^\circ\text{C}}{340000 \text{ J/kg}} = 93 \text{ g}.$$

L108 Litter ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 4

Litri ühtlase kiirusega libisemisest järeldub, et kogu potentsiaalse energia muutus teisendub litri soojusenergiaks. Vertikaalsuunas vahemaa H läbimisel kaotab litter potentsiaalset energiat $Q = mgH$ võrra (kus m on litri mass). Litri temperatuur tõuseb selle käigus

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{mgH}{mc} = \frac{gH}{c}$$

võrra ja mõõtmised suurenevad kuni

$$l = h(1 + \alpha\Delta T) = h(1 + \frac{\alpha gH}{c}).$$

Valemist saab nüüd avaldada maskimaalse vahemaa vertikaalsuunas, mille litter saab läbida enne kinnijäämist:

$$H = \frac{l}{\frac{(\frac{1}{\alpha} - 1) \cdot c}{\alpha g}}.$$

L109 Veeboiler ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 5

Selleks, et soojendada kogus vett massiga m algtemperatuurilt t_0 lõpptemperatuurile t , kulub soojushulk $Q = cm(t - t_0)$, kus c on erisoojus. Boileri küttekehast eraldub minutis soojushulk $Q_1 = N \cdot 60s$, millest veele läheb soojushulk $\eta Q_1 = Q$. Seega suudab boiler ühes minutis soojendada veekoguse, mille mass on

$$m_1 = \frac{\eta N \cdot 60s}{c(t - t_0)}.$$

Kasutades massi ja ruumala seost $m = \rho V$, saame ühes minutis soojendatava vee ruumalaks

$$V_1 = \frac{\eta N \cdot 60s}{\rho c(t - t_0)}.$$

Teame, et ühes kuupmeetris on 1000 liitrit ja seega on ühes minutis soojendatava vee ruumala liitrites

$$V_1 = \frac{5000W \cdot 0,8 \cdot 60s}{1000kg/m^3 \cdot 4200 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (40^\circ C - 14^\circ C)} \cdot 1000 \frac{L}{m^3} \approx 2,2 L.$$

L110 Jääst kuup ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 4

Soojusvahetus lõppeb siis, kui veeaur on kondenseerunud ning jahtunud $^\circ C$ -ni. Veeauru kondenseerumisel eraldunud soojushulk $Q_1 = L_m a$ ning veeauru jahtumisel eraldunud soojushulk $Q_2 = cm_a \Delta T$ lähevad jää sulatamiseks $Q_j = Q_1 + Q_2$. Sulanud jää massi m_j leidmiseks saame kirja panna võrrandi:

$$\lambda m_j = L_m a + cm_a \Delta T \Rightarrow m_j = \frac{L_m a + cm_a \Delta T}{\lambda} = 80 g.$$

Jääst kuubikus olev tühimik suureneb, seega ruumala V võrra.

$$V = \frac{m_j}{\rho_j} = \frac{L_m a + cm_a \Delta T}{\lambda \rho} \approx 89 cm^3$$

Tühimiku ruumala on seega $100cm^3 + 89cm^3 = 189cm^3$.

L111 Tilkumine ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 2

Kogu jää on sulanud siis, kui kraanidest tilkunud vesi on jahtunud $0^\circ C$ -ni ning eraldunud soojus on läinud anumas oleva jää soojendamiseks $0^\circ C$ -ni ning sulatamiseks. Jää soojendamiseks vajaminev soojushulk Q_1 .

$$Q_1 = c_j m_j (0^\circ C - T_j) 2100 J$$

Jää sulatamiseks vajaminev soojushulk Q_2

$$Q_2 = \lambda m_j = 33000 J$$

Kogu jää sulatamiseks vajaminev energia on seega Q_{kogu}

$$Q_{kogu} = Q_1 + Q_2 = 35100 J$$

Üks tilk külma vett annab 0°C -ni jahtudes soojushulga Q_k

$$Q_k = c_v m_k (T_k - 0^{\circ}\text{C}) = 5,04 \text{ J}$$

Üks tilk sooja vett annab 0°C -ni jahtudes soojushulga Q_s

$$Q_s = c_v m_s (T_s - 0^{\circ}\text{C}) = 50,4 \text{ J}$$

Kuna soe vesi liigub kaks korda aeglasemalt, siis iga sooja vee tilga kohta tilgub kaks külma vee tilka. Nimetame kolme tilka üheks tsükliks, milleks kulub 2 sekundit. Ühes tsükliks eraldunud tilgad annavad jahtudes soojushulga Q_t .

$$Q_t = 2 \cdot Q_k + Q_s = 60,48 \text{ J}$$

Seega kogu vajamineva soojushulga Q_{kogu} jaoks on vaja n kahesekundilist tsüklit.

$$n = \frac{Q_{kogu}}{Q_t} = 580,36.$$

Kuna külma enamus soojust tuleb sooja vee jahtumisest, siis peab tilkuma 581 sooja tilka, milleks kulub aeg t .

$$t = 581 \cdot 2 = 1162 \text{ s} \approx 19 \text{ min } 22 \text{ s}$$

L112 Saun ★

Autor: Richard Luhtaru, piirkonnavor, 2020, P 5

Vee mass on $m = \rho V$ ja seega vee soojendamiseks ja aurustamiseks kuluv soojushulk on

$$Q = cv\rho V(T_k + T_0) + L\rho V,$$

kus $T_k = 100^{\circ}\text{C}$ on keemistemperatuur ja T_0 on vee algtemperatuur. Kui kerise temperatuur väheneb ΔT võrra (ΔT on temperatuuri muutuse absoluutväärtus), siis kerise poolt antud soojushulk on

$$Q = c_k M \Delta T.$$

Võrdsustades seosed saame

$$\Delta T = \frac{\rho V (c_v (T_k - T_0) + L)}{c_k M}.$$

Asendades sisse antud väärtused, saame

$$\Delta T_{klm} \approx 7,65^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{kuum} \approx 7,05^{\circ}\text{C}$$

Kuna $\frac{7,65-7,05}{7,05} \approx 0,085$ on väiksem kuna 10%, siis Juhanil on õigus.

L113 Saun ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2010, P 9

a) Kui tuba enam ei soojene, on kerise võimsus energia jäävuse seaduse järgi võrdne soojuskadude omaga. Antud seinte puhul määrab kadude võimsus üheselt temperatuurivahe sees ja väljas, sõltumata välistemperatuurist. Järelikult on sise ja välistemperatuuri vahe ikka 90°C ning sisetemperatuur

$$-20^{\circ}\text{C} + 90^{\circ}\text{C} = 70^{\circ}\text{C}.$$

b) Maja seinad on $3^2 = 9$ korda suurema pindalaga kui sauna omad. Tekib võrrandisüsteem

$$P_{keris} = kS_{saun}\Delta T_{kerissaunas}$$

$$P_{rad.} = k \times 9S_{saun}\Delta T_{rad.majas}$$

$$P_{keris} + P_{rad.} = k \times 9S_{saun}\Delta T_{rad.\&kerismajas}$$

$$9S_{saun} = S_{maja}$$

k on võrdetegur, täpsemalt seinte soojusjuhtivustegur. Siit

$$\Delta T_{rad.\&kerismajas} = \frac{1}{9}\Delta T_{kerissaunas} + \Delta T_{rad.majas} = \frac{1}{9} \times 90^{\circ}\text{C} + [15^{\circ}\text{C} - (20^{\circ}\text{C})] = 45^{\circ}\text{C}$$

$$T_{rad.\&kerismajas} = -20^{\circ}\text{C} + 45^{\circ}\text{C} = 25^{\circ}\text{C}.$$

c) Võrrandisüsteemi esimese kahe võrrandi põhjal $P_{keris} = P$.

$$P_{rad.} = 9 \frac{\Delta T_{rad.majas}}{\Delta T_{kerissaunas}} P_{keris}$$

arvuliselt

$$P_{rad.} = 9 \times \frac{15^{\circ}\text{C} - (-20^{\circ}\text{C})}{90^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} \times 4\text{kW} = 14\text{ kW}.$$

L114 Küttesüsteem ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2012, P 8

Mingi ajavahemiku Δt jooksul kaotab koolimaja väliskeskkonda soojust $Q_1 = N\Delta t$, sama palju soojust peavad andma selle aja jooksul talle radiaatorid. Toru ristlõike pindaala on $S = \frac{\pi D^2}{4}$. Aja Δt jooksul küttesüsteemi siseneva ja ühtlasi sellest väljuva vee ruumala on seega $V = Sv\Delta t$, kus v on otsitav veevoolu kiirus ning mass $m = \rho V = \rho Sv\Delta t$. Radiaatorites erladub soojushulk $Q_2 = mc(t_0 - t_1)$. Kuna $Q_1 = Q_2$, saame võrrandi

$$N\Delta t = \rho \frac{\pi D^2}{4} v \Delta t c (t_0 - t_1),$$

millest

$$v = \frac{4N}{\pi D^2 \rho c (t_0 - t_1)} = 0,15\text{ m/s}.$$

L115 Maja ★★

Autor: Autor, lõppvoor, 2013, P 6

Võtame, et soojusvahetuse võimsus läbi toa välisseina on

$$W_v = x(T_{tuba} - T_0),$$

kus x on tundmatu võrdetegur - kuna soojusvahetuse võimsus pinnaühiku kohta on võrdeline temperatuuride vahega peab ka soojusvahetus läbi terve seina olema võrdeline temperatuuride vahega. Samamoodi võtame, et soojusvahetuse võimsus läbi sisseina on

$$W_s = y(T_{1.tuba} - T_{2.tuba}).$$

Kui töötab ainult üks radiaator, saame kirjutada mõlema toa jaoks võrrandi tingimusest, et soojushulk tubades ei muutu.

$$P = x(T_1 - T_2) + y(T_1 - T_2)$$

$$y(T_1 - T_2) = x(T_2 - T_0).$$

Lahendades saame, et $x = \frac{P}{T_1 + T_2 + 2T_0}$. Kui töötavad mõlemad radiaatorid, siis summasel soojusvahetust läbi vaheseina pole. Mõlema toa jaoks kehtib siis võrrand $P = x(T_3 - T_0)$. Siit avaldame

$$T_3 = (T_1 + T_2 - T_0).$$

Lihtsam lahendus: Ülesannet on ka võimalik lahendada lihtsamini kui märkame, et tegu on lineaarse süsteemiga ja teame, et lineaarse süsteemi korral kahe lahendi superpositsioon on samuti süsteemi lahend. Käesoleval juhul on üheks lahendiks, et kui ühes toas töötab radiaator P , siis soojenevad toad $\Delta T_1 = T_1 - T_0$ ja $\Delta T_2 = T_2 - T_0$ võrra. Võttes teiseks lahendiks esimese lahendi peegelpildi, saame superpositsioonina, et kui töötavad mõlemad radiaatorid, soojenevad mõlemad toad $\Delta T_3 = T_2 - T_0 + T_1 - T_0$ võrra, ehk $T_3 = (T_1 + T_2 - T_0)$.

L116 Jääst klaas ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 5

Jääst klaas saab energiat vedeliku A jahtumisel eraldunud energia arvelt.

$$Q = c_A m_A \Delta T = 12 \text{ kJ}$$

Vabanenud energia läheb jääst klaasi sulamiseks, seega sulanud vee mass on

$$m_v = \frac{Q}{\lambda_{jaa}} = 36,4 \text{ g}$$

Vedeliku A protsent saadud lahuses on seega $p = \frac{m_a}{m_a + m_v} = 84,6\%$

L117 Vee kuumutamine ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 7

Kuna vee temperatuur on pidevalt kuumutades püsivalt $T_1 = 80^\circ\text{C}$, ning soojuskadude võimsus on võrdeline temperatuuride vahega, saame kirja panna seose $N = k\Delta T$, kus N on pliidi poolt veele antud võimsus, k on soojuskadusid mõjutav tegur ning $\Delta T = T_1 - T_0$. Vee temperatuur on madalaim sel hetkel, kui kogu jää on ära sulanud ning jää ja vee temperatuurid on ühtlustunud. Pliit annab selle ajaga veele energia $Q_1 = Nt$, vee jahtumisel eraldub energia $Q_2 = cM(T_1 - T_2)$. Saadud energia kulub jää sulatamiseks $Q_3 = \lambda m$ ning jää temperatuuri tõstmiseks $Q_4 = cm(T_2 - T_j)$. Samuti esinevad soojuskaod $Q_5 = k\Delta T_{kadu}t$, kus $k = \frac{N}{T_1 - T_0}$ (esialgsest soojuskadude seosest) ning $\Delta T_{kadu} = \frac{T_1 + T_2}{2} - T_0$, kuna keskmine vee temperatuur jahtumise ajal on $\frac{T_1 + T_2}{2}$. Nendest seostest saame kirja panna võrrandi:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5$$

$$Nt + cM(T_1 - T_2) = \lambda m + cm(T_2 - T_{jaa}) + \frac{N}{T_1 - T_0} \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right) \cdot t$$

Avaldades sellest võrrandist N , saame et

$$N = \frac{2(T_1 - T_0) \cdot [m(\lambda + c(T_2 - T_{jaa})) + cM(T_2 - T_1)]}{t(T_1 - T_2)} = 192\text{W} \approx 0,2\text{ kW}$$

L118 Soojusvaheti ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 6

Nafta jahtumisel eraldunud soojus läheb vee soojendamiseks: $Q_{nafta} = Q_{vesi}$.

$$m_n c_n \Delta t_n = m_v c_v \Delta t_v \Rightarrow$$

$$\rho_n V_n c \Delta t_n = \rho_v V_v \Delta t_v \Rightarrow \Delta t_v = \frac{\rho_n V_n c \Delta t_n}{\rho_v V_v} \approx 64^\circ\text{C}.$$

Seega väljub vesi soojusvahetist temperatuuriga

$$T = 64^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C} = 74^\circ\text{C}.$$

L119 Kuulike vees ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 9

Kui jääga kaetud kuulike asetada 5°C vette, hakkab vesi jahtuma ning jää sulama. Vee jahtumisel eraldunud soojus $Q_1 = c_v m_v \Delta T$ läheb jää sulatamiseks $Q_2 = \lambda m_{sulanudjaa}$. Soojustasakaal saabub siis, kui vee temperatuur on 0°C . Anumas olnud vee mass $m_v = \rho_v V_v = 0,2\text{ kg}$. Seega saame seoses $Q_1 = Q_2$ leida sulanud jää massi

$$c_v m_v \Delta T = \lambda m_{sulanudjaa} \Rightarrow m_{sulanudjaa} = \frac{c_v m_v \Delta T}{\lambda} = 12,7\text{ g}.$$

Jääga kaetud kuulikese kogumass $m = 30\text{ g}$, seega heljuma jäänud kuulikese mass $m_h = 30\text{ g} - 12,7\text{ g} = 17,3\text{ g}$. Kuna jääga kaetud kuulike heljub, siis peab tema keskmine tihedus ρ_k olema võrdne vee tihedusega $\rho_k = \rho_v$. Kuulikese keskmise tiheduse ρ_k saame leida valemist

$$\rho_k = \frac{m_j + m_{Cu}}{V_j + V_{Cu}},$$

kus m_j on kuulikese küljes oleva jää mass ning V_j ja V_{Cu} vastavalt jää ja vasest kuulikese ruumalad. Avaldades ruumalad tiheuste kaudu, saame

$$\rho_k = \frac{m_j + m_{Cu}}{\frac{m_j}{\rho_j} + \frac{m_{Cu}}{\rho_{Cu}}} = \frac{\rho_j \rho_{Cu} (m_j + m_{Cu})}{m_j \rho_{Cu} + m_{Cu} \rho_j}.$$

Teades, et $m_j + m_{Cu} = m_h = 17,3 \text{ g}$, saame avaldada vasest kuulikese massi m_{Cu} .

$$m_{Cu} = \frac{m_h \rho_{Cu} (\rho_v - \rho_j)}{\rho_v (\rho_{Cu} - \rho_j)}$$

$$m_{Cu} \approx 1,91 \text{ g}$$

L120 Punker ★★

Autor: Mihkel Kree, piirkonnavor, 2017, P 10

Liikugu õhk läbi ventilatsioonitoru kiirusega v . Ajaühikus Δt läbib toru õhuhulk ruumalaga $\Delta V = Sv\Delta t$, kus S on toru ristlõikepindala. Selle õhuhulga mass $\Delta m = \rho Sv\Delta t$. Ventilatori võimsus läheb toru läbivale õhule kineetilise energia andmiseks, mille saame avaldada järgnevalt:

$$N = \frac{\Delta m v^2}{2\Delta t} = \frac{1}{2} \rho S v^3.$$

Tasakaalu korral peab ventilatori kaudu väljuv õhk suutmata ära kanda kogu generaatorist eralduva soojusenergia, mille võimsuse saame avaldada järgnevalt:

$$P = \frac{\Delta m c_p (t_1 - t_0)}{\Delta t} = \rho S v c_p (t_1 - t_0).$$

Nendest kahest seosest saame avaldada nõutava toru ristlõikepindala. Selleks peame taandame tundmatu kiiruse v . Seda on mugavam teha, kui võtta teine võrrand kuupi ning jagada võrrandid omavahel, millest saame:

$$S^2 = \frac{P^3}{2N\rho^2 c_p^3 (t_1 - t_0)^3}$$

ehk

$$S = \sqrt{\frac{P^3}{2N\rho^2 c_p^3 (t_1 - t_0)^3}}.$$

Siit saame omakorda nõutava toru diameetri $d = \sqrt{4S/\pi}$,

$$d = \sqrt[4]{\frac{8P^3}{\pi^2 N \rho^2 c_p^3 (t_1 - t_0)^3}} \text{ ehk } d \approx 4,2 \text{ cm}.$$

L121 Jää sulamine ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 6

Leiame jää sulamistemperatuuri rõhul

$$t_1 = \frac{p}{\frac{\Delta p}{\Delta t}} = -4^\circ\text{C}.$$

Jää saab sulada vabanenud soojushulga arvelt, seega

$$\lambda m_{\text{sulanud}} = cm_j(t_0 - t_1) \Rightarrow m_{\text{sulanud}} = 2,5 \text{ g}.$$

L122 Jääst nõu ★★

Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, P 10

Teades, et uppumise korral on elavhõbedaga täidetud jääast kuubi keskmine tihedus võrdne vee tihedusega, saame leida lisatud elavhõbeda mass m_A ning ruumala V_A .

$$\frac{m_j + m_A}{V_j + V} = \frac{m_j + m_A}{\frac{m_j}{\rho_j} + V} = \rho_v \Rightarrow m_A = \frac{\rho_v}{\rho_j} m_j + V \rho_v - m_j$$

$$m_A = 0,1797 \text{ kg} \quad V_A = \frac{m_A}{\rho_A} = 13,14 \text{ cm}^3$$

Kuna jää ruumala on suurem kui jää sulamisel tekkinud vee ruumala, siis suurenes jää sulamisel tühimiku ruumala $\Delta V = 1,14 \text{ cm}^3$ võrra. Sulanud jää mass on m_s , seega

$$\Delta V = \frac{m_s}{\rho_j} - \frac{m_s}{\rho_v} \Rightarrow m_s = \frac{\rho_j \rho_v \Delta V}{\rho_v - \rho_j} = 10,23 \text{ g}.$$

Teades sulanud jää massi ning elavhõbeda massi, saame soojusülekandest $Q_1 = Q_2$ leida elavhõbeda temperatuurimuutuse Δt

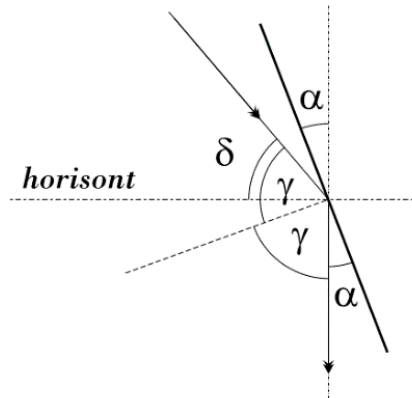
$$cm_{Hg} \Delta t = \lambda m_s \Rightarrow \Delta t = \frac{\lambda m_s}{cm_{Hg}} = 135^\circ\text{C}.$$

Elavhõbeda temperatuur on $T = 135^\circ\text{C}$.

L123 Päiksekiir kaevupõhjas ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2000, P 1

$\alpha = 25^\circ$ - nurk peegli ja vertikaalsuuna vahel. Selleks, et valgustada sügava kaevu põhja, peab peeglit peegeldunud kiir levima vertikaalselt alla.

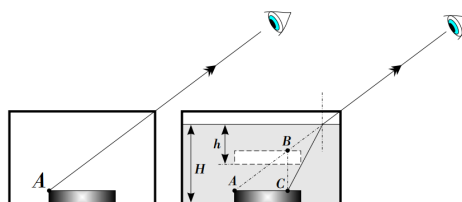


Joonistame kiirte käiku peeglis. Jooniselt leiame, et peegeldusnurk on $\gamma = 90^\circ - \alpha$. Järelikult Päikese kiire ja horistonaali vaheline nurk on $\delta = 2\gamma - 90^\circ = 2 \cdot (90^\circ - \alpha) - 90^\circ - 2\alpha = 40^\circ$.

L124 Münt tassis ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2001, P 1

Vee optiline tihedus on suurem kui õhu oma. Järelikult, kui kiir väljub veest õhku, kaldub ta veepinna normaalist eemale ehk teiste sõnadega on murdumisnurk langemisnurgast suurem. Järelikult saab vaatleja samast punktist, kus ta tühja tassi puhul nägi ainult mündi punkti A , näha mündi punkti C . Vaatleja seisukohalt paistab asi nii, nagu asuks münt väiksemal sügavusel kui ta tegelikult asub. Võib näidata, et tegeliku ja näilise sügavuste suhe on $H/h = n$, kus n on vee murdumisnäitajaga.



L125 Vedelikud ★

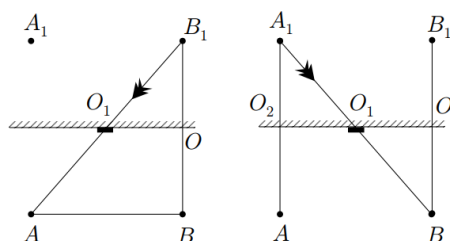
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2002, P 2

Kui valguskiir üleminekul ühest keskkonnast teise kaldub pinna ristsirge poole, on teise keskkonna optiline tihedus suurem esimese keskkonna optilisest tihedusest ja vastupidi. Valguse kiirus on väiksem selles keskkonnas, mille optiline tihedus on suurem. Järelduse võib esitada nii joonisena kui ka sõnaliselt.

L126 Silm ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2004, P 3

Näeme, et 10-sendiline asub jälle suletud silma kujutise kohal. Suletud silma B kujutis tekib peegli taha punkti B_1 ($BO = OB_1$). Seda me näeme ühe lahtise silmaga A ja katame nähtava kujutise 10-sendilisega kinni punktis O_1 . Kolmnurgad B_1OO_1 ja B_1BA on sarnased (kõik nurgad on vastavalt võrdsed). Kuna $B_1O = \frac{B_1B}{2}$, siis ka $O_1O = \frac{AB}{2}$.

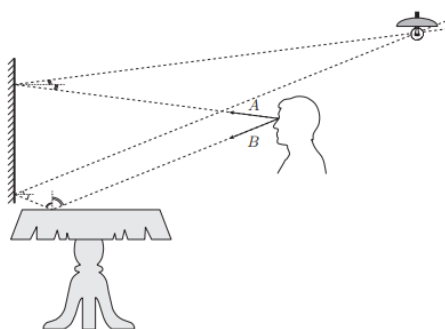


Kui suleme teise silma (A), siis punktis O_1 olev 10-sendiline katab jälle suletud silma kujutise (A_1), sest $OO_1 = O_1O_2$.

L127 Peegeldused ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2006, P 7

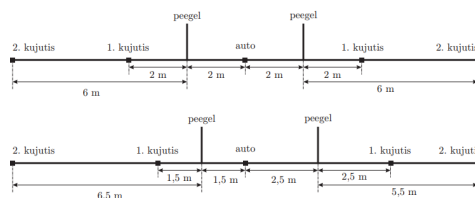
Õigel lahendusel saab punkte peeglil toimuva peegelduse õige kujutamise eest; laual toiminud peegelduse õige kujutamise eest; peeglil toimunud teise peegelduse õige kujutamise eest, kui kiir B ja peeglist lambile suunduv kiir on enam-vähem paralleelsed; lambi asukoha leidmise eest, kui lamp asub kahe peeglist tuleva kiire lõikumispunkt.



L128 Autod peeglis ★

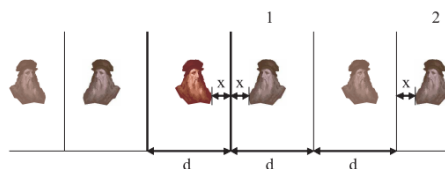
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2007, P 4

Olgu peegel, millele auto läheneb kiirusega v , esimene, ning millelt kaugeneb sama kiirusega – teine. Siis esimeses peeglis läheneb esimene auto kujutis mõlemale peeglile kiirusega v ja teises peeglis esimene kujutis kaugeneb mõlemast peeglist kiirusega v . Esimene kujutis esimeses peeglis tekitab teise kujutise teises peeglis ja vastupidi. Kuna esimene kujutis esimeses peeglis läheneb kiirusega v , siis teine kujutis teises peeglis samuti läheneb kiirusega v . Analoogiliselt, kuna esimene kujutis teises peeglis kaugeneb kiirusega v , siis teine kujutis esimeses peeglis samuti kaugeneb kiirusega v . Kokkuvõttes saime, et esimeses peeglis esimene kujutis läheneb temale ja teine kujutis kaugeneb temast. Järelikult esimeses peeglis eemaldub teine kujutis esimesest kiirusega $2v = 1$ m/s. Teises peeglis aga esimene kujutis kaugeneb temast ja teine kujutis läheneb temale. Järelikult teises peeglis läheneb teine kujutis esimesele kiirusega $2v = 1$ m/s. Näitlikustavatel joonistel on kujutatud olukord hetkel, kui toa laius on 4 m ning auto asub alghetkel toa keskel (ülemine joonis). Alumisel joonisel on kujutatud olukord 1 sekundi möödumisel liikumise algusest.



L129 Peeglid ★

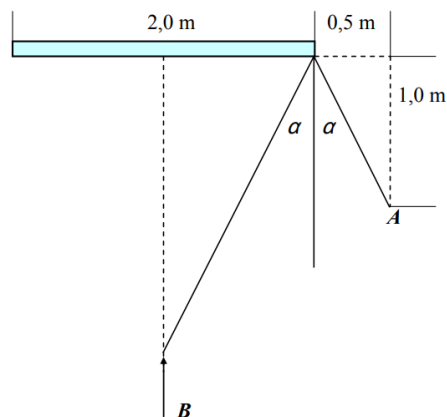
Autor: Autor, lõppvoor, 2010, P 1



Joonisel on vaatleja ja reaalsed peeglid kujutatud tumedamalt. Kõik peeglite kujutised on üksteisest kaugusel d . Kui vaatleja asub enda ees seisvast peeglist kaugusel x , siis on tema esimese kujutise kaugus sellest peeglist samuti x . Teise samas suunas vaatava kujutise kaugus sellest peeglist on $2d + x$. Seetõttu on kujutiste omavaheline kaugus $2d + x - x = 2d = 6$ m.

L130 Peegel ★

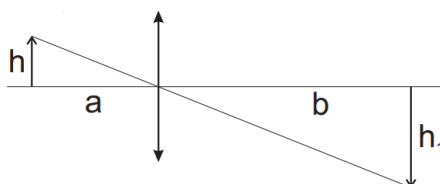
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoort, 2012, P 1



L131 K  n  leek ★

Autor: Autor, l  ppvoort, 2012, P 1

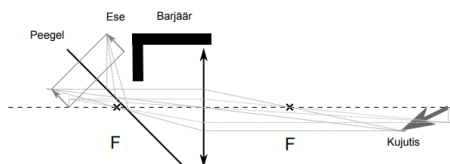
Kui ese asub kaugusel a l  tsest ja tema tegelik kujutis kaugusel b sellest, siis kiirte p  ratavuse printsiibi kohaselt kui l  ts paigutada kaugusele b esemest, tekib tegelik kujutis kaugusele a l  tsest. Esimesel juhul on l  tse suurendus $\frac{h_1}{h} = \frac{b}{a}$. Teisel juhul $\frac{h_2}{h} = \frac{a}{b} = \frac{h}{h_1}$, millest $h_2 = \frac{h^2}{h_1} = 1,5 \text{ cm}$.



L132 Peegel ★

Autor: Tundmatu autor, l  ppvoort, 2012, P 8

K  ige lihtsam viis   lesande lahendamiseks on k  igepealt konstrueerida eseme (n  iv) kujutis peeglis ja konstrueerida sellest l  tse abil tekkiv kujutis. Barj  r tagab, et tekib ainult   ks t  eline kujutis.



L133 Lääts ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2013, P 1

Mõlemal juhul on ese läätsest väga kaugel ning sellelt lähtunud kiired võib lugeda paralleelseteks. Kujutised tekivad seega fokaaltasandil, mis asub läätsest kaugusel $f = 1/D = 10 \text{ cm}$.

Lahendus 1: Läätsse fookuskauguse leidmine. Läätsse valemi teadmine. Taipamine, et kujutis tekib fokaaltasandisse.

Lahendus 2: Läätsse fookuskauguse leidmine. Taipamine, et mõlemad kehad on väga kaugel. Taipamine, et mõlema keha igast punktist tulevad kiired on omavahel paralleelsed. Teadmine, et paralleelsed kiired tekitavad alati kujutise fokaaltaandis.

L134 Kujutis kumerläätses ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2014, P 2

Kasutades kiirte pööratavuse printsiipi võib kumerläätses tekitatud tõelise kujutise korral eseme ja kujutise asukohad vahetada. Kumerläätses tekitatud näiva kujutise puhul seda teha ei saa. Seega, kui ese asub läätsest kaugemal kui läätse fookuskaugus, langevad punktid C ja A kokku. Kui ese asub läätsele lähemal kui fookuskaugus, punktid C ja A kokku ei lange.

L135 Kujutis tasapeeglis ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2014, P 3

Kärbes liigub kiirusega v ning liikugu peegel kiirusega u . Aja t möödudes on kärbes liikunud peeglile lähemale teepikkuse $s = (v - u)t$ võrra. Samapalju on peeglile lähemale liikunud ka kärbe kujutis. Et aga peegel on vahepeal liikunud ut võrra, on kujutis liikunud vaateleja suhtes teepikkuse $s_0 = ut - s = (2u - v)t$ võrra. Et kärbe kujutis peeglis jääks paigale, peab $s_0 = 0$, millest $u = v/2$. Seega peaks peegel liikuma kärbesega samas suunas kiirusega $0,5 \text{ m/s}$.

L136 Kärbes peeglis ★

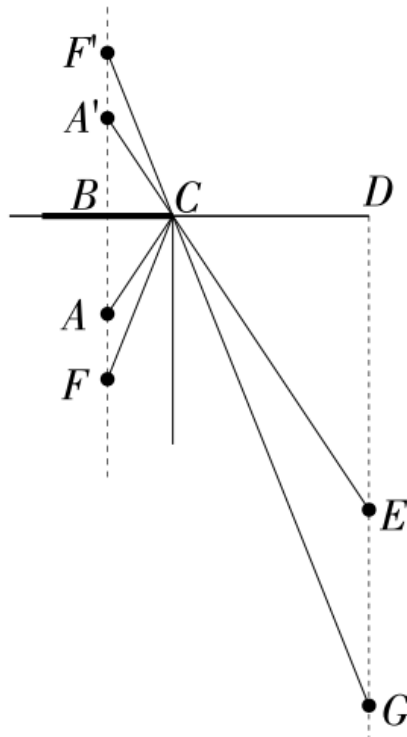
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2016, P 1

Kui mingi ajavahemiku vältel liigub peegel kärbest eemale kauguse a võrra, eemaldub kärbe kujutis peeglis kärbest kauguse $2a$ võrra. Kui sama ajavahemiku vältel liigub ka kärbes peegliga samas suunas kauguse $2a$ võrra, tuleb kärbe kujutis kärbele lähemale kauguse $2a$ võrra. Järelikult, et kärbe kujutis peeglis jääks liikumatuks peab peegel liikuma kärbest eemale kärbe kiirusest kaks korda väiksema kiirusega ehk $v' = v/2$.

L137 Miku ja kärbes ★

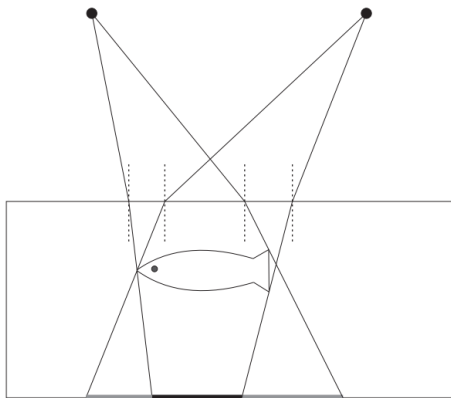
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2003, P 5

Kasutame peegeldumise seadust, kolmnurkade $BA'C$ ja CDE sarnasust ja kolmnurkade $BA'C$ ja BAC võrdsust. Selgub, et Miku, kes on $3m$ kaugusel seinast ja $1,5m$ kaugusel peegli servast, näeb kärbe kujutist siis, kui kärbes on peeglist $1m$ kaugusel. Arvestades kärbe kiirust, leiame Miku kauguse seinast näiteks $1s$ pärast ($4,5m$). Miku liikumise kiirus on seega $4,5m - 3m/1s = 1,5 \text{ m/s}$.



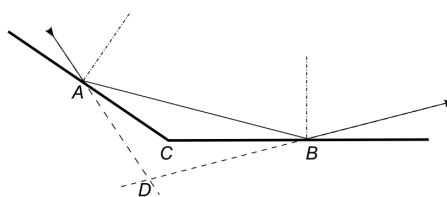
L138 Akvaarium ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoore, 2009, P 3



L139 Tasapeeglid ★

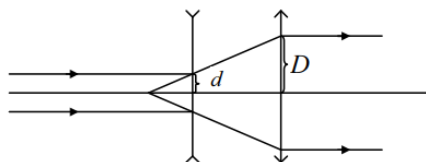
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoore, 2011, P 2



Vaatleme kolmnurka ABC. Tipu C juures on nurk 150° . Tipu A juures on peegeldumiseaduse järgi nurk 20° . Seega tipu B juures on nurk 10° . Vaatleme kolmnurka ABD. $\angle CAD$ on tipunurgana 20° . Seega kolmnurga tipu A juures on nurk 40° . Sarnaselt on tipu B juures kolmnurga nurk 20° . Seega tipu D nurk on 120° ja kõrvalekalde suurus on $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ esialgsest suunast.

L140 Valgusvihi laiendi ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoore, 2013, P 5



Nõguslääts ja kumerlääts paigutatakse üksteise taha ühele ja samale optilisele peateljele, nii et nende fookused kattuksid.

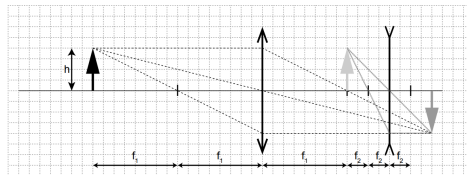
Seos $\frac{D}{f_{kumer}} = \frac{d}{f_{ngus}}$ kolmnurkade sarnasusest.

Nõguslääts fookuskauguse avaldamine: $f_{ngus} = \frac{f_{kumer}d}{D} = 5 \text{ cm}$.

Seosest $D = \frac{1}{f}$ nõguslääts optiline tugevus $D = \frac{1}{-0,05m} = -20 \text{ dpt}$.

L141 Läätsed ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 3



L142 Hõbetatud lääts ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 1

Kui lääts kumer pind on hõbetatud, siis kehale langev valgus läbib kumerlääts, peegeldub nõguspeeglist ja läbib uuesti kumerlääts. Seega süsteemi optiline tugevus on $D = D_1 + D_2 + D_1$. Nõguspeegli fookuskaugus on pool kõverusraadiusest, seega on see 25 cm ja optiline tugevus 4 dpt . Kogu süsteemi optiline tugevus on seega 6 dpt .

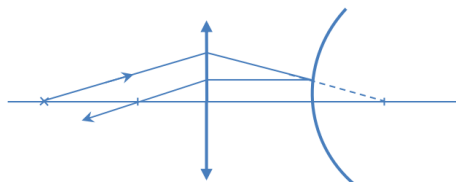
L143 Läätsede süsteem ★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 4

Valemist $f = \frac{1}{D}$ selgub, et esimese lääts fookuskaugus on 10 cm ja teise lääts fookuskaugus 20 cm . Kuivõrd ese asub esimesest läätsest 20 cm kaugusel, asub ese täpselt 2 fookuskauguse kaugusel läätsest. Kui ese asub kahe fookuskauguse kaugusel läätsest, asub ka selle kujutis kahe fookuskauguse kaugusel läätsest, on ümberpööratud ja eseme suurune. Kuna läätsede kaugus teineteisest on 60 cm , asub esimese lääts poolt tekitatud eseme kujutis teisest läätsest täpselt kahe fookuskauguse kaugusel. Seega tekitab läätsede süsteem kujutise, mis asub teisest läätsest 40 cm kaugusel, on eseme suurune ja esemega võrreldes päripidine.

L144 Optiline süsteem ★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2017, P 1

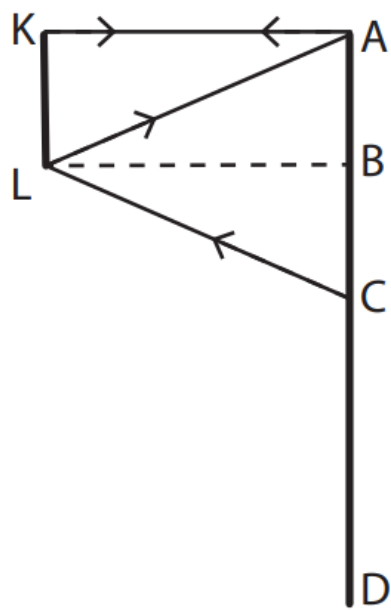


Et kujutis tekiks peegli ees peegli fookuses, peavad peeglilt peegeldunud ja läätsele langevad kiired olema paralleelsed. Kumerpeeglilt peegelduvad paralleelsetena kiired, mis peegelduseks koonduvatele kiirtele, mille pikendus läbiks kumerpeegli fookuse peegli taga. Kumerpeegel tuleb paigutada läätse taha nii, et ühtivad läätse kujutis ja peegli fookus. Sel juhul on kumerpeeglilt peegeldunud kiired paralleelsed. Valguspunkti asukoht läätse ees peab olema kuskil optilisel peateljel ja kaugemal kui läätse fookus, sest siis on kujutis tõeline.

L145 Joep ★

Autor: Andres Põldaru, piirkonnavaor, 2019, P 3

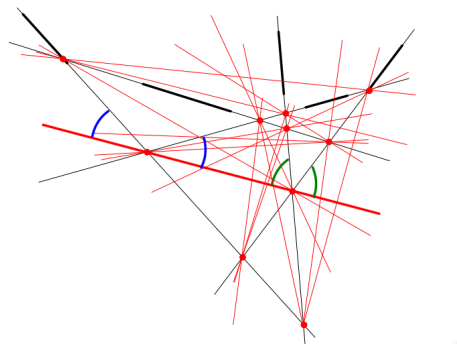
Et vastata küsimusele, kas kaugemalt/lähemalt vaadates on peeglis rohkem jopet näha uurime, millises seoses on peeglis vaadeldava eseme ja peegli kõrgus. Eeldame, et inimene AD ja peegel KL paiknevad mõlemad vertikaalselt ning inimese silm asub punktis A . Asugu peegli ülemine äär inimese silmaga samal kõrgusel. Sel juhul näeb inimene peegli ülemises servas oma silma. Peegli alumises servas näeb ta oma keha punkti C . Vastavalt peegeldumise seadusele on valguse peegeldumisnurk ALB võrdne langemisnurgaga BLC . Seega saame väita, et kolmnurk ABL ja kolmnurk CLB on võrdsed, sest neil on ühine kattuv kül LB ja mõlema kolmnurga ühise külje lähisnurgad on võrdsed. Üks külje LB lähisnurkadest on vastavalt kas valguse langemis- või peegeldumisnurk kolmnurkade tipu L juures ja teine täisnurk kolmnurkade tipu B juures. Seega lõigud AB ja CB kui kolmnurkade vastavad küljed on suuruselt võrdsed. Kuna lõik AB on võrdne peegli kõrgusega KL , on peeglis nähtav ese, mis on kaks korda kõrgem peegli kõrgusest. Võib teha teise joonise, kus inimene asub kaugemal või lähemal peeglile. Kui vaadeldav ese ja peegel asuvad paralleelselt, on sõltumata eseme kaugusest peeglist peeglis nähtava eseme kõrgus võrdne peegli kahekordse kõrgusega. Seega ei näe Juku sellest peeglist tervet jopet ka siis, kui astub peeglile lähemale või eemaldub peeglist. Märkus: kui joep ja silmad pole peeglist sama kaugel, siis sõltuvalt täpsest objektide asetusest võib lähemale minnes nii rohkem kui ka vähem jopet näha olla.



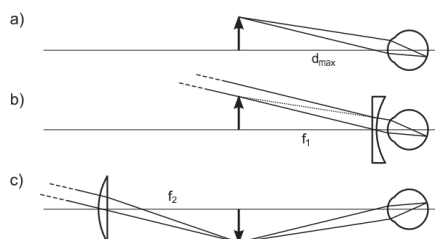
L146 Peegel ★

Autor: Jaan Kalda, piirkonnavor, 2019, P 5

Paneme tähele, et ükski kiirefragment ei ole teisega samal sirgel. See tähendab, et kõikide kiirefragmentide puhul on tegemist kas erinevate kiirtega või sama kiire fragmentidega enne ja pärast peegeldumist. Et kiiri on kokku ainult kolm, siis vähemalt kaks fragmenti peavad olema pärit samalt kiirelt, üks enne ning teine pärast peegeldumist. Kui me suudame kindlaks teha, millised on need kaks fragmentidipaaari, siis saame leida peegli asukoha kui kahe kiirepaari pikenduste lõikepunkte ühendava joone. Viis fragmenti annavad pikendades viis sirget, mis lõikuvad paarikaupa kümnes erinevas punktis. Pikendame kõiki kiiri lõikumisteni ja leiame need 10 lõikepunkti. Ühendame need 15 lõikepunktipaari, mida ühendav joon saab olla peegliks (st mis ei ole juba ühendatud fragmentipikendusega), joonega (punased jooned joonisel). Leiame punaste joonte hulgast sellise, mis sobib peegliks: joon moodustab vastavalt võrdsed nurgad lõikuvate kiirtega, (joonisel on võrdsed nurgad märgitud roheliste ja siniste kaarekestega ning peegli asukoht jääb punase joonega).

**L147 Prillid ★★**

Autor: Autor, lõppvoor, 2011, P 8



Lühinägelik silm näeb teravalt objekti, mis asub ei asu kaugmal teatud vahemaast d_{max} (joon. a). Prillide eesmärgiks on kaugest objektist tekitada kujutis, mis asub silmast samal kaugusel (joon. b). Lõpmata kaugelt objektilt tulevad kiired on paralleelsed ja kujutise kaugus läätest on võrdne fookuskauguse absoluutväärtusega

$|f_1| = \frac{1}{|D_1|}$. Silma kaugus prilliklaasist on väike ja $d_{max} \approx |f_1|$. Kumerlääts luge-
misprillides tekitab kaugel objekti tõelise kujutise (joon. c), mille kaugus läätest
on $|f_2| = \frac{1}{|D_2|}$. Silma kaugus lugemisprillidest on

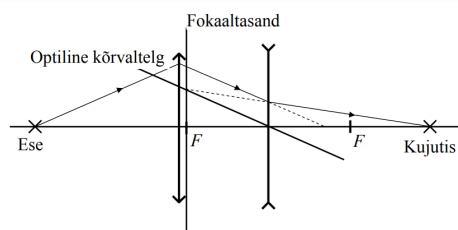
$$l = |f_2| + d_{max} \approx |f_2| + |f_1| = \frac{1}{|D_2| + |D_1|}.$$

Pannes valemisse arvud sisse, saame $l = 0,5m = 50$ cm. Sellisel ebaharilikul viisil prille kasutades on kujutis pööratud.

L148 Lääts ★★

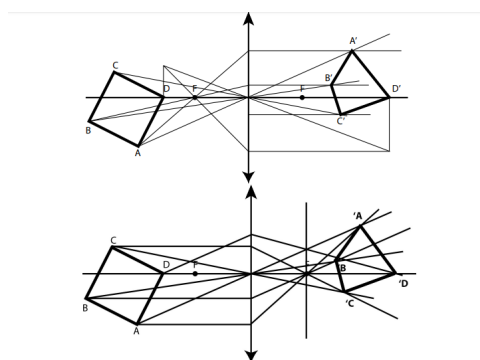
Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2012, P 10

Nõgusläätsse ette tuleb paigutada koondav lääts, mille optiline peatelg ühtib nõgusläätselise peateljega. Koondava lääts optilise tugevuse arvuline väärtus peab olema suurem nõgusläätselise optilise tugevuse arvulisest väärtusest, sest ainult sel juhul käitub kogu läätsede süsteem valgust koondavana. Joonistame nõgusläätselise optilise kõrvaltelje, mis on paralleelne nõgusläätselise langeva valguskiirega ja nõgusläätselise eesmise fokaaltasandiga. Nõgusläätselisele langev optilise kõrvalteljega paralleelne valguskiir murdub nõgusläätses nii, et selle kiire pikendus läbib punkti, kus lõikub nõgusläätselise konkreetne optiline kõrvaltelg eesmise fokaaltasandiga. Analüüsime joonise abil kumerläätselise ja nõgusläätselise omavahelist asetust. Kuigi hajutav ja koondav lääts asuvad teineteisest eemal, siis peab valgusallika kaugus koondavast läätselisele olema selline, et koondavast läätselisele langeks nõgusläätselise valguskiir, mis lõikuks läätsede optilise peateljega nõgusläätselise ja selle tagumise fookuse vahel. Ainult sellisel juhul on valgusvihk ka pärast nõgusläätselise koondumist.



L149 Kujutis ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavaor, 2013, P 18



L150 Läätsed ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2013, P 7

Kogu pilt on optilise peatelje suhtes sümmeetriline, tänu sellele saame tegeleda ainult ühe poolega. Konstrueerime kiirte käigu, teades et kõigi nõgusläätsede läbivate paralleelsete kiirte pikendused lõikuvad fokaaltasandil. Joonisel on mõned meid huvitavad sarnased kolmnurgad $\triangle AF'D \sim \triangle BO'D \sim \triangle CF'D$ ja $\triangle EOF \sim \triangle AF'O \sim \triangle BO'F$. Lisaks teame osade lõikude pikkusi: $|EO| = R$, $|OF| = f_1$, $|F'O'| = f_2$ ja $|CF| = r$. Seda teades saab moodustada neljast võrrandist koosneva lineaarvõrrandisüsteemi.

Lahendus 1

$$\frac{|EO|}{|OF|} = \frac{|AF'|}{|F'O'|}$$

$$\frac{|EO|}{|OF|} = \frac{|BO'|}{|O'F|}$$

$$\frac{|AF'|}{|F'D|} = \frac{|CF|}{|FD|}$$

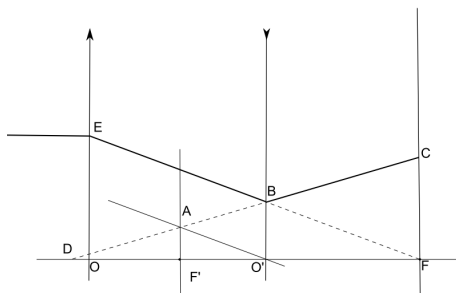
$$\frac{|AF'|}{|F'D|} = \frac{|B'O|}{|O'D|}$$

$$\frac{R}{f_1} = \frac{|AF'|}{f_2}$$

$$\frac{R}{f_1} = \frac{|BO'|}{\frac{f_1}{2}}$$

$$\frac{|AF'|}{|O'D| - f_2} = \frac{r}{\frac{f_1}{2} + |O'D|}$$

$$\frac{|AF'|}{|O'D| - f_2} = \frac{|B'O|}{|O'D|}$$



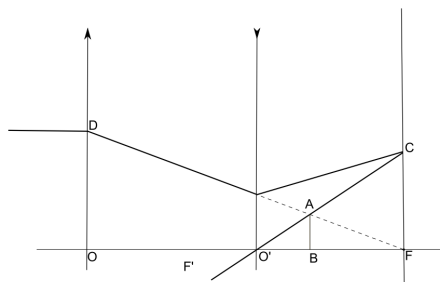
Pärast süsteemi lahendamist saame tulemuseks

$$f_2 = \frac{R}{4r} f_1.$$

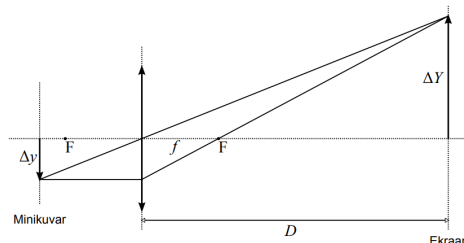
Lahendus 2

Selles lahenduses kasutame läätse valemit $-\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{k}$. f ees on miinus kuna tegemist on nõgusläätsesega ja k ees on miinus kuna tegemist on näiva kujutisega. Kasutades kiirte pööratavuse printsiipi vaatame hoopis olukorda, kus tekib objektist CF näiv kujutis AB . Lisaks kasutame kolmnurkade sarnasust: $\triangle CFO' \sim \triangle ABO'$ ja $\triangle DOF \sim \triangle ABF$.

$$\begin{aligned} \frac{|CF|}{|FO'|} &= \frac{|AB|}{|BO'|} \\ \frac{|DO|}{|OF|} &= \frac{|AB|}{|BF|} \\ -\frac{1}{f_2} &= \frac{1}{|FO'|} - \frac{1}{|BO'|} \\ \frac{r}{\frac{f_1}{2}} &= \frac{|AB|}{|BO'|} \\ \frac{R}{f_1} &= \frac{|AB|}{\frac{f_1}{2} - |BO'|} \\ -\frac{1}{f_2} &= \frac{1}{\frac{f_1}{2}} - \frac{1}{|BO'|} \end{aligned}$$



Selle võrrandisüsteemi lahendamisel saame $f_2 = \frac{R}{4r} f_1$.



Lihtsam on vaadata olukorda, kus lääts on paigal ja liigutatakse minikuvart. Suurendatud tõelise kujutise tekkimiseks peab minikuvart painema läätselt kaugusel, mis jääb ühe ja kahe fookuskauguse vahele. Teeme optilisest skeemist joonise. Nihkugu minikuvart mingi punkt läätselt suhtes vahemaa Δy võrra. Nihet kujutame joonisel noolekesega. Lihtsuse huvides asugu vaadeldav punkt enne nihutamist optilisel peateljel. Konstrueerime kujutise vastava nihke, mille pikkus on ΔY . Sarnastest kolmnurkadest näeme, et

$$\frac{\Delta Y}{\Delta y} = \frac{D - f}{f}$$

Tuletame nüüd meelde, et minikuvart asemel nihutame tegelikult läätselt. Kui liigutame minikuvart läätselt suhtes alla, siis nihkus kujutis üles. Sama olukorra kohta võime öelda, et liigutame läätselt minikuvart suhtes üles. See tähendab, et läätselt liigutamisel mingis suunas liigub ka kujutis samas suunas. Seetõttu avaldub kujutise kogunihe ekraanil läätselt suhtes leitud nihke ΔY ja läätselt enda nihke Δy summana

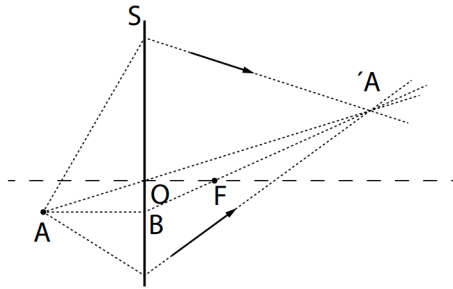
$$\Delta Y_{\text{kogu}} = \Delta Y + \Delta y = \frac{D - f}{f} \cdot \Delta y + \Delta y = \frac{D - f + f}{f} \Delta y = \frac{D}{f} \Delta y.$$

Kui kasutada algandmete arvvaartusi, siis saame vastuseks, et kujutise tõstmiseks 20 cm võrra tuleb läätselt nihutada ulespoole $\Delta y = 3$ mm võrra.

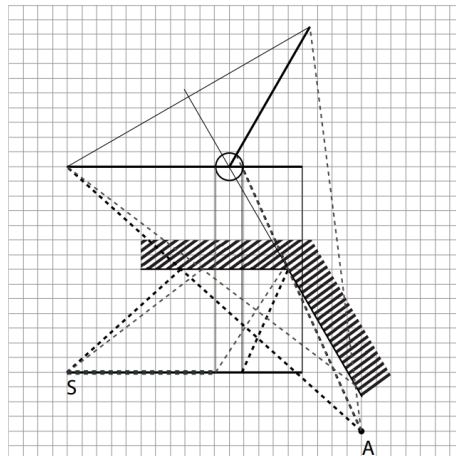
L152 Läätske skeem ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2014, P 10

Olemasolevate kiirte pikendused lõikuvad punktis A' , mis on punktvalgusallika A kujutiseks. Läätske keskpunkti O saame kätte, kui tõmbame sirge läbi punktide A ja A' . Optiline peatelg on risti läätske tasandiga S ning läbib punkti O . Läätske fookuse F leiame, kui joonistame valgusallikast A kiire AB , mis on paralleelne optilise peateljega ning peale läätske läbimist peab ta läbima punkti A' .

**L153 Kärbes peeglites ★★**

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 7



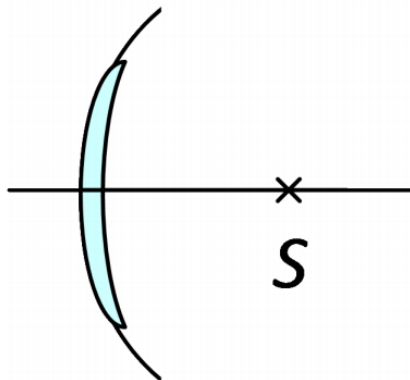
L154 Läätsse fookuskaugus ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2014, P 9

Kuna kiired lähtuvad punktist S ja koonduvad uuesti punktis S , on S optilise süsteemi fookuseks.

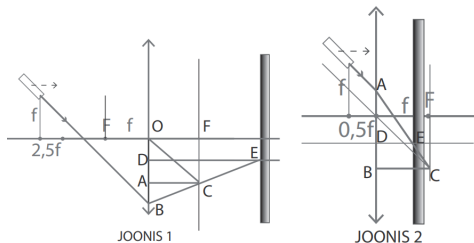
Seega süsteemi optiline tugevus on $D = \frac{1}{0,2m} + \frac{1}{0,2m} = 10$ dpt.

Kuivõrd süsteemi optiline tugevus võrdub $D = 2D_1 + D_2$ ja nõguspeegli optiline tugevus $D_2 = 2$ dpt, sest $f = \frac{R}{2}$, siis läätsse optiline tugevus on 4 dpt ja fookuskaugus $f = 25$ cm.



L155 Laser ja lääts ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 8



Leiame ekraani kauguse läätselt alguses. Sarnastest kolmnurkadest ABC ja DBE saame leida ekraani kauguse läätselt (lõik DE). Lõigu DB pikkus on f , kuna OB on $1,5f$ ning OD on $0,5f$. Lõigu AB pikkus on $0,5f$, kuna $OA = f$. Seega

$$\frac{DE}{DB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{f} = \frac{f}{0,5f} \Rightarrow DE = 2f$$

Leiame ekraani kauguse läätselt pärast laseri nihutamist (vt. joonis 2). Sarnastest kolmnurkadest ABC ja ADE saame leida ekraani kauguse läätselt (lõik DE).

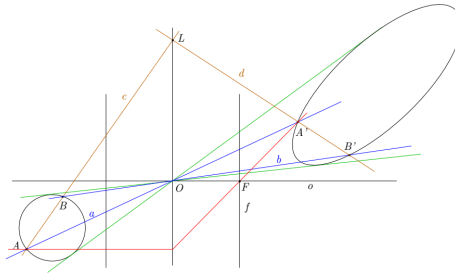
$$\frac{DE}{DA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow \frac{DE}{f} = \frac{f}{1,5f} \Rightarrow DE = \frac{2}{3}f$$

Seega pidi ekraani nihutama läätselähemale $2f - \frac{2}{3}f = 1\frac{1}{3}f$. Valgustäppi ei ole võimalik kogu ekraani liigutamise ajal hoida samas punktis, sest kui laserkiir läbib fookust, siis peale läätselähimist on kiir paralleelne optilise peateljega ning asub optilisest peateljest kaugusel f .

L156 Ring ja ellips ★★

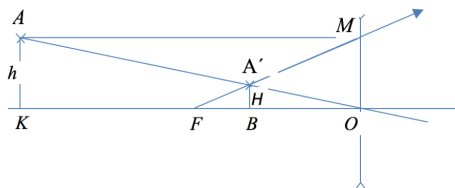
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2015, P 9

Läätsel keskpunkti O leiame kui ringile ja ellipsile tõmmatud puutujate lõikepunkti (puutepunktid peavad olema originaali-kujutise paarid ning neid ühendavad sirged peavad läbima läätsel keskpunkti (sirged jooned joonisel). Läätsel tasandi leidmiseks valime ringil kaks punkti A ja B ning leiame nende kujutised ellipsil sirgete AO ja BO ning ellipsil lõikepunktidenä, olgu need A' ja B' , vt joonis. Kui originaal on ringi kahest lõikepunktist see, mis asub läätselst kaugemal, siis kujutis tuleb valida kahest lõikepunktist see, mis on läätselst lähemal (ja vastupidi), sest tõeline kujutis on pööratud tagurpidi. Kiir AB peab murduma läätsel kiireks $A'B'$, murdepunkt annab meile punkti L läätsel ning sirge OL on läätsel tasandiks. Optilise peatelje o leiame sirgele OL punktist O tõmmatud ristsirgenä. Fookuse leidmiseks tõmbame punktist A kiire, mis on paralleelne o -ga ja murdub läätsel punkti A' läbivaks kiireks, lõikepunkt o -ga annab fookuse F .



L157 Nõguslääts ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 7



Näha on, et $AK = OM = h$.

Tähistame $A'B = H$, $KO = a$, $FO = f$ ja $BO = k$.

Kolmnurkade $\triangle FMO$ ja $\triangle FBA'$ sarnasusest selgub, et

$$\frac{h}{H} = \frac{OF}{FB} = \frac{f}{f - k}$$

millest $hf - hk = Hf$, millest

$$f = \frac{hk}{h - H}.$$

Et arvutada fookuskaugust tuleb teada kujutise kaugust. Kolmnurkade $\triangle AKO$ ning $\triangle BOA'$ sarnasusest selgub, et

$$\frac{h}{H} = \frac{a}{k}.$$

Asendades $a = 10 + k$ saame, et

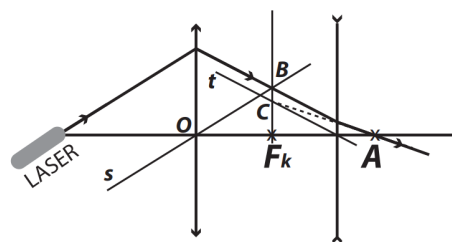
$$\frac{h}{H} = \frac{10 + k}{k} \text{ ning } k = \frac{10H}{h - H} = 5 \text{ cm}$$

ning

$$f = \frac{hk}{h - H} = 7,5 \text{ cm}.$$

L158 Läätsede fookus ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2016, P 8

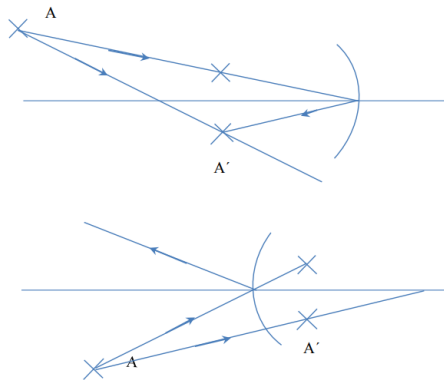


Joonistame laseri kiirega paralleelse optilise kõrvaltelje s . Kumerläätsel langenud optilise kõrvalteljega paralleelne kiir lõikab pärast murdumist läätses fokaaltasandit punktis B , kus lõikuvad optiline kõrvaltelg s ja läätsede fokaaltasand. (Fokaaltasand on tasand, mis on risti läätsede optilise peateljega ja läbib fookust.) Et konstrueerida valguskiire käik nõgusläätses, joonistame nõgusläätsel langevale kiirele paralleelse optilise kõrvaltelje t . Nõgusläätsel langenud optilise kõrvalteljega paralleelne kiir hajub pärast murdumist läätses, läbides punkti A , nii et hajunud kiire pikendus lõikab optilist kõrvaltelge punktis C , kus lõikuvad optiline kõrvaltelg ja fokaaltasand. Jooniselt on näha, et läätsede fokaaltasandid ühtivad, järelikult ühtivad ka nende fookused.

L159 Sfäärilised peeglid ★★

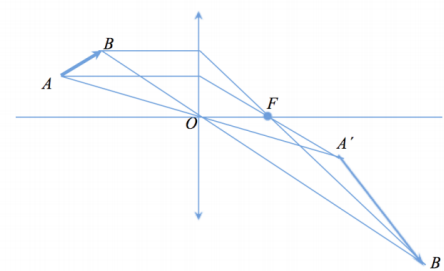
Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 10

Konstrueerime kujutise punktiga sümmeetrilise punkti teisel pool optilist telge. Valguspunktist tulnud kiir läbib seda punkti ja peegeldudes peegli lagipunktilt läbib kujutise punkti. Teiseks kiireks on kiir, mis läbib eseme, kujutise ja peegli optilise keskpunkti ning peegeldub peeglit sama teed tagasi.

**L160 Kujutis läätsega ★★**

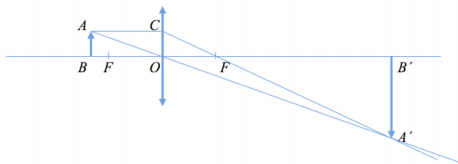
Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2017, P 2

Joonistame läätse optilise peatelje, mis on risti läätsega ja läbib läätse fookuse, et määrata läätse optiline keskpunkt O . Joonistame punktist A' kiire, mis läbib läätse optilise keskpunkti. Joonistame punktist A' kiire, mis läbib läätse fookuse ja pärast läätse on paralleelne optilise peateljega. Kiirte lõikepunkt on eseme punkt A . Sama punkti B' korral.



L161 Diaprojektor ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2017, P 6



Tähistame slaidi kauguse objektiivist BO tähega a , kujutise kauguse objektiivist OB' tähega k , objektiivi fookuskauguse tähega f , slaidi AB kõrguse tähega h ja kujutise $A'B'$ kõrguse tähega H .

Kolmnurgad ABO ja $OB'A'$ on sarnased, nurkade võrdsuse tunnuse järgi.

Kolmnurkade sarnasusest tuleneb, et $\frac{H}{h} = \frac{k}{a}$.

Kuna kujutise suurendus $\frac{H}{h}$ on 80 korda, siis $k = 80a$.

Eseme kõrgus AB on võrdne lõiguga OC .

Sarnastest kolmnurkadest OCF ja $OB'A'$ saame, et

$$\frac{H}{h} = \frac{k-f}{f} \text{ ehk } k = 81f.$$

Asendame saadud k väärtuse seosesse $k = 80a$, saame

$$a = \frac{k}{80} = \frac{81}{80}f.$$

Asendades fookuskauguse väärtuse, saame, et $a = 40,5$ mm. Kuna fookuskaugus on 40 mm, asub slaid fokaaltasandist 0,5 mm kaugusel.

L162 Prillid ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoore, 2017, P 7

Kehtib seos $D = \frac{1}{f}$

Silma ja prilliläätse koos kasutamisel nende optilised tugevused liituvad. Prillidega raamatut lugedes kehtib seos

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{k} = D_p + D_s$$

kus a on eseme kaugus, k kujutise kaugus, D_p prillide optiline tugevus, D_s silma optiline tugevus. Ilma prillideta raamatut lugedes peab kujutise kaugus jääma samaks, muutub aga eseme kaugus

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{k} = D_s,$$

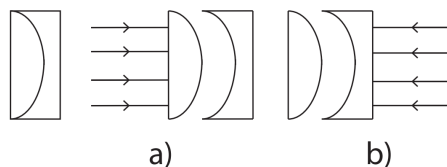
kus a_1 on eseme kaugus siis, kui prille ei kasutata. Eelnevatest seostest saame

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f_p}$$

kus f_p on prilliläätse fookuskaugus ning $a_1 = 40$ cm.

L163 Tasapinnaline plaat ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 4



L164 Paat ★★

Autor: Sandra Schumann, piirkonnavoore, 2018, P 7

a) Kui ankur on paadis, siis tõrjub Archimedese seaduse kohaselt paat välja vee massiga $M + m$, kus M on ankru mass ning m paadi ja paadis olevate asjade mass koos kalastajaga. Kui ankur ei ole paadis, siis tõrjub paat välja vee massiga m ja ankur välja vee massiga $\rho_v V_A$.

$$V_A = \frac{M}{\rho_A}.$$

Kuna ankur enda definitsiooni kohaselt upub vees, siis $\rho_A > \rho_v$ ja seega $\rho_v V_A < m$ ning pärast ankru paadist välja viskamist üles tõrjutud vee mass on väiksem kui enne ankru välja viskamist üles tõrjutud vee mass. Seega veetase järves ankrut välja visates alaneb. Leiame, kui palju erineb väljatõrjutud vee ruumala:

$$\Delta V = \frac{V_A \rho_A - \rho_v V_A}{\rho_v} = 0,0207 \text{ m}^3$$

Veetasemete erinevus on

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V_A \rho_A - \rho_v V_A}{S \rho_v} \approx 0,001 \text{ m} \approx 1 \text{ mm}.$$

b) Kui ankur paadist välja visata, siis ei muutu ankru ja paadi süsteemi mass ega ka süsteemile mõjuv raskusjõud. Süsteem ujub kokkuvõttes endiselt veepinnal ja Archimedese seaduse järgi tõrjub välja sama suure koguse vett kui enne, seega veetase järves ei muutu.

L165 Kaks valgusallikat ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 9

Kui optilisel peateljel paiknev valgusallikas asub läätsest 18 cm kaugusel, mis on võrdne kahekordse fookuskaugusega, siis selle valgusallika kujutis asub teisel pool läätse läätsest samuti kahe fookuskaugusel ehk 18 cm kaugusel. Et kahe valgusallika kujutised kattuksid, peab teine kujutis olema näilik. Konstrueerime valgusallika asukohta, kui kujutise asukoht on teada. Sarnastest kolmnurkadest $\triangle KAO$ ja $\triangle KBF$ saame, et

$$\frac{AO}{BF} = \frac{KO}{KF} = \frac{2f}{3f} = \frac{2}{3}.$$

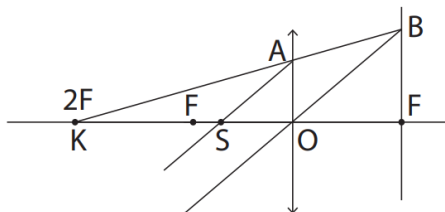
Teisest sarnaste kolmnurkade paarist $\triangle SAO$ ja $\triangle OBF$ saame, et

$$\frac{AO}{BF} = \frac{OS}{FO} = \frac{b}{f},$$

kus b - teise valgusallika kaugus läätsest. Ühendades kaks seost saame:

$$\frac{KO}{KF} \Rightarrow \frac{OS}{FO} \Rightarrow b = \frac{2f}{3} = 6 \text{ cm}.$$

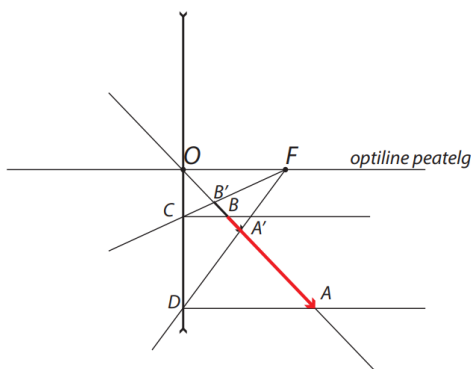
Teine valgusallikas peab asetsema läätsest 6 cm kaugusel ning kahe valgusallika kaugus teineteisest on $6 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$.



L166 Kujutis ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2018, P 10

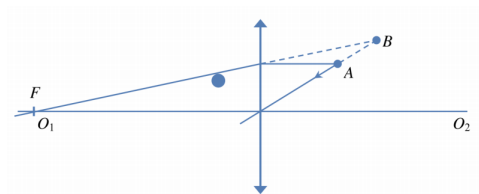
Joonistame optilise peatelje. Joonistame läätse (lääts risti optilise peateljega). Tuleb mõista, et tegemist on näiva kujutise ning nõgusläätsesega. Ainult nõguslääts saab tekitada kujutise läätse ja fookuse vahele. Joonistame kujutise ottest A' ja B' kiire läbi läätse keskpunkti O . Tuleb mõista, et ese asub sirgel, mis läbib punkte A' , B' , O . Joonistame punktist A' kiire läbi fookuse F , mis lõikab läätse punktis D . Joonistame punktist D optilise peateljega paralleelse kiire, mille lõikepunkt läätse keskpunkti läbiva kiirega ongi eseme ots A . Joonistame punktist B' kiire läbi fookuse F , mis lõikab läätse punktis C . Viimaks joonistame punktist C optilise peateljega paralleelse kiire, mille lõikepunkt läätse keskpunkti läbiva kiirega ongi eseme ots B .



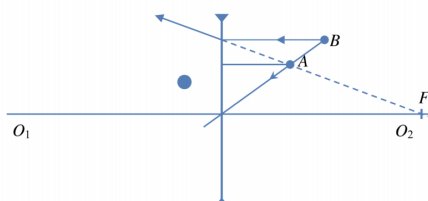
L167 Lääts ja selle fookus ★★

Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P 5

Kui A on valguspunkt ja B selle kujutis, siis on tegemist kumerläätsesega, mis töötab nagu luup.



Kui A on valguspunkti kujutis ja B valguspunkt, siis on tegemist nõgusläätsesega.

**L168 Peegelpõhi ★★**

Autor: Andra Schumann, lõppvoor, 2018, P 9

Paneme tähele, et valemi järgi kui keskkonna murdumisnäitaja suureneb, aga läätse murdumisnäitaja jääb samaks, siis läätse fookuskaugus suureneb. Seega on ainus viis, kuidas valguskiired saaksid ka pärast anuma vett täis valamist samas punktis koonduda, see, kui vee sees valguskiired peegelduksid põhjas olevalt peeglist ja seejärel koonduksid samas punktis, kus enne. Läätses kaugus anuma põhjast on $l = 10\text{cm}$. Olgu läätse fookuskaugus õhus f . Siis on tema fookuskaugus vees järelikult $2l - f$. Valemi põhjal saame, et

$$\frac{f}{2l - f} = \frac{n_k n_0 - n_0 n_v}{n_k n_v - n_0 n_v}$$

$$f(n_k n_v - n_0 n_v) = (2l - f)(n_k n_0 - n_0 n_v)$$

$$n_k n_v f - n_0 n_v f = 2l n_k n_0 - 2l n_0 n_v - n_k n_0 f + n_0 n_v f$$

$$f(n_k n_v + n_k n_0 - 2n_0 n_v) = 2l n_0 (n_k - n_v)$$

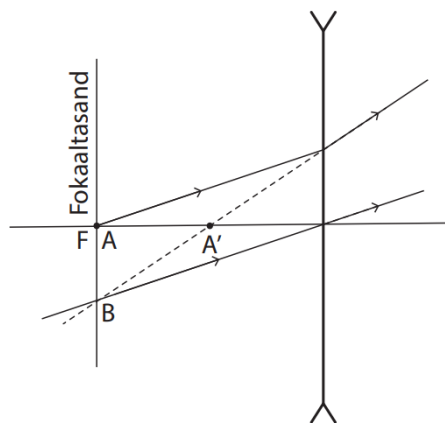
$$f = \frac{2l n_0 (n_k - n_v)}{n_k n_v + n_k n_0 - 2n_0 n_v}$$

Seega on läätse fookuskaugus $f = \frac{2 \cdot 10\text{cm} \cdot 1,0 \cdot (1,49 - 1,33)}{1,49 \cdot 1,33 + 1,49 \cdot 1,0 - 2 \cdot 1,0 \cdot 1,33} = 3,94\text{cm} \approx 4\text{cm}$.

L169 Näiv kujutis ★★

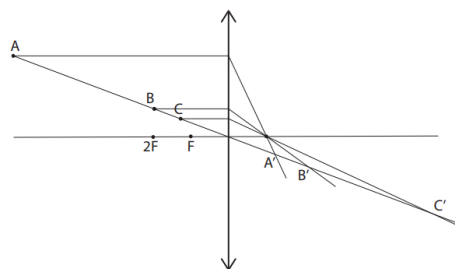
Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2019, P 8

Kuna lääts tekitab näiva kujutise, mis asub läätsel lähemal kui ese, peab olema tegemist nõgusläätsel. Kuna ese asub optilisel peateljel, siis saame leida kujutise asukoha konstrueerides abikiired. Kõigepealt märgime optilisele peateljele eseme ning kujutise täpselt läätsel ja eseme vahele. Tõmbame esemest suvalise kiire läätseni ning selle kiirega paralleelse kiire läbi läätsel keskpunkti. Nõguslääts hajutab kiired nii, et kiirte pikendused kohtuvad fokaaltasandil (joonisel punkt B). Kuna fokaaltasand läbib eseme A asukohta, siis asub ka fookus punktis A .



L170 Kärbes lendab ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2019, P 9

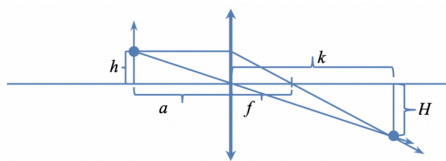


Kuna kärbes lendab otse oma kujutise poole, siis peab ta lendama läätsel keskpunkti poole. Kärbes ja tema kujutis asuvad alati sirgel AC' . Kui kärbes lendab punktist A punkti B , siis kujutis liigub punktist A' punkti B' . Jooniselt on näha, et kärbes kujutis liigub aeglasemalt kui kärbes. Konstrueerides punktide A ja B vahele veel punkte on näha, et kujutise kiirus on järjest suureneb, kui kärbes läheneb punktile B . Kui kärbes asub läätsel kahekordse fookuskauguse kaugusel (punkt B), siis asub ka kujutis läätsel kahekordse fookuskauguse kaugusel (punkt B'). Sellises

kohas on kərbse ja tema kujutise kiirused võrdsed, seega on kərbse ja tema kujutise kiirus teineteise suhtes $v_{min} = 0$ m/s. Kui kərbes liigub punktist B fookaaltasandi suunas, siis kujutise kiirus järjest suureneb ning vahetult enne fookaaltasandile jõudmist on kujutise kiirus lõpmatult suur ($v_{max} = \infty$ m/s). Seega on kujutise kiirus kərbse suhtes maksimaalne siis, kui kərbes on väga lähedal fookaaltasandile ehk kərbes asub läätse tasandist fookuskauguse kaugusel.

L171 Kujutise kiirus ★★

Autor: koit Timpmann, lõppvoor, 2019, P 5



Oletame, et punkt A asub kaugusel h läätse optilisest peateljest. Punkti A kujutis asub sel juhul kaugusel H optilisest peateljest. Sarnastest kolmnurkadest saame avaldada seosed:

$$\frac{h}{a} = \frac{H}{k} \text{ ja } \frac{h}{f} = \frac{H}{k-f}.$$

Avaldame esimesest seosest H ja asendame selle teise seosesse,

$$H = \frac{hk}{a} \text{ ning } \frac{h}{f} = \frac{hk}{a(k-f)},$$

millest

$$k = \frac{af}{a-f} = 30 \text{ cm}$$

Punkt A liigub kiirusega v optilisest peateljest eemale. Seega ajavahemiku t pärast on punkti A kaugus optilisest peateljest $h + vt$ ehk $h + s$. Ka kujutis liigub optilisest peateljest eemale, kuid kiirusega v_1 . Seega on kujutise kaugus sama ajavahemiku pärast optilisest peateljest $H + v_1 t$ ehk $H + S$. Sarnastest kolmnurkadest saame, et

$$\frac{h}{a} = \frac{H}{k},$$

millest

$$H = \frac{hk}{a}$$

ning kui punkt on liikunud aja t võrra

$$\frac{h+s}{a} = \frac{H+S}{k}.$$

Asendame H ja saame, et

$$S = \frac{sk}{a}.$$

Võtame ajavahemikuks 1 s ning saame, et $S = 4$ cm, mis teeb kujutise kiiruseks 4 cm/s.

L172 Kaksiklääts ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoore, 2020, P 7

Leiame läätses fookuskauguse $f = \frac{1}{D} = 20$ cm.

Kuna kujutis on täpselt sama suur kui ese, siis peab asuma ese läätses kahekordse fookuskauguse kaugusel ($a = 40$ cm) ning ka kujutis asub kahekordse fookuskauguse kaugusel ($k_1 = 40$ cm).

Kui asetada teine samasugune lääts esimese kõrvale, tekib liitlääts optilise tugevuse $D_2 = 10$ dpt ning fookuskaugusega $f_2 = 10$ cm.

Ese asub sama koha peal, kus alguses, seega läätses $a = 10$ cm kaugusel. Kasutades läätses valemit saame leida, kui kaugemale läätses (k_2) tekib nüüd terav kujutis

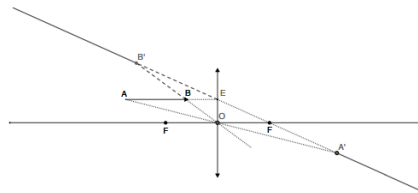
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow k_2 = \frac{af}{a-f} \approx 13,3 \text{ cm}.$$

Seega tuleb nihutada ekraani läätses lähemale $40 \text{ cm} - 13,3 \text{ cm} = 26,7$ cm.

L173 Noole kujutis ★★

Autor: Oleg Košik, piirkonnavoore, 2020, P 8

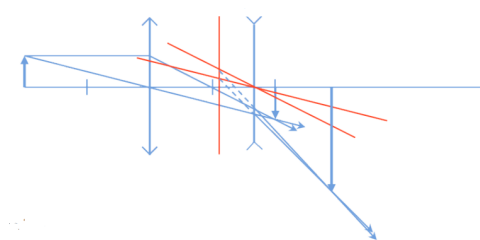
Konstrueerime kõigepealt punktide A ja B kujutised A' ja B' . Noole kujutis asub sirgel $A'B'$, kuid koosneb kahest osast: punktist A' paremale lõpmatusse ning punktist B' vasakule lõpmatusse. Seejuures kujutise parempoolne osa on tegelik ning vasakpoolne näiv.



L174 Läätsede süsteem ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2020, P 10

Konstrueerime kujutise kumerläätses. Konstrueerime kujutisenõgusläätses: optilised kõrvalteltjed, fokaaltasand, kiired. Leiame nõgusläätses sobiva asukoha. Joonestame läätsede süsteemi abil tekkinud kujutise. Nõguslääts tuleks paigutada kumerläätses taha enne kumerläätses poolt tekitatud kujutist, nii et kumerläätses kujutis jääks nõgusläätses ja selle tagumise fookuse vahele. Kui siin kasutatud nõgusläätses fookuskaugus on väiksem, on tekkinud kujutis suurem.

**L175 Värvitiigad ★**

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2009, P 1

Laua sirgjoonelise liikumise tõttu peavad ühest ja samast düüsis langevate tilkade jäljed asetsema ühel sirgel, erinevate düüside jaoks peavad need sirged olema paralleelsed. See jätab vaid võimaluse, et täpid A ja D pärinevad ühest ja B ning C teisest düüsis.

Langevu tilgad düüsidest vastavalt sagedustega f_1 ja f_2 . Siis

$$|AD| \cdot f_1 = |BC| \cdot f_2 = v,$$

kus v on laua liikumise kiirus ja $|AD|$ ning $|BC|$ vastavate löikude pikkused. Siit $\frac{f_2}{f_1} = \frac{|AD|}{|BC|}$. Mõõtes löikude pikkused jóniselt saame $\frac{f_2}{f_1} = 2$.

Vastus: tilkade langemise sagedused erinevad 2 korda.

L176 Maa pöörlemisperiood ★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavoor, 2014, P 4

Esimene lahendus: Päikese näivat liikumist taevast põhjustavad nii Maa pöörlemine kui ka tiirlemine. Maa tiirlemise tõttu erineb Maa täispöörde arv aastas ühe võrra keskmiste päikeseööpäevade arvust. Kuna Maa tiirlemise suund ühtib Maa pöörlemise suunaga, siis teeb Maa ühe aasta jooksul ühe täispöörde rohkem. Seega on Maa pöörlemisperioodiks:

$$P = 365,256366,256 \cdot 86400s = 86164s \text{ ehk } P = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}.$$

Teine lahendus: Päike teeb täistiiru taevast sagedusega $f_k = \frac{1}{86400s}$. Maa tiirlemise sagedus on $f_t = \frac{1}{365,256 \cdot 86400s}$. Kuna Maa pöörlemis- ja tiirlemissuunad ühtivad, siis kehtib võrrand $f_k = f_p - f_t$, kus f_p on Maa pöörlemise sagedus. Siit saame avaldada Maa pöörlemisperioodi:

$$P = \frac{1}{f_p} = \frac{1}{f_k + f_t} = 86164s \text{ ehk } P = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}.$$

Märkused: Nimetuse keskmine päikeseööpäev tingib asjaolu, et Maa elliptilise orbiidi tõttu on Päikese näiv nurkkiirus taevas veidi muutlik. Maa tiirlemisperioodi nimetatakse ka sideeriliseks aastaks. Enamasti mõistetakse aastana troopilist, mitte sideerilist aastat, mis on defineeritud pööripäevade kordumise põhjal. Troopilise ning sideerilise aasta erinemise põhjustab Maa telje pretsessioon. Igapäevaelus ei ole olulised mitte Maa pöörlemine ning tiirlemine vaid hoopis Päikese ööpäevane liikumine taevas ning aastaegade kordumine, mistõttu laialdaselt kasutatavad ööpäeva ning aasta mõisted erinevadki Maa pöörlemis- ning tiirlemisperioodidest.

L177 Pendel ★★

Autor: Tundmatu autor, piirkonnavor, 2011, P 10

Esialgse hinnangu perioodile, $\tau = 2,425$ s, saame $\tau_1 = t_2 - t_1$ ja $\tau_2 = t_4 - t_3$ keskmisest. Seda kasutades näeme, et t_1 ja t_3 vahel pidi toimuma täpselt 24 võnget, samamoodi t_2 ja t_4 vahel. Saame kaks sõltumatut mõõtmist 24 võnke kestuse kohta:

$$\tau'_1 = (t_3 - t_1)/24 = 2,4146 \text{ s ja } \tau'_2 = (t_4 - t_2)/24 = 2,4125 \text{ s.}$$

Nende keskmine annab meie hinnangu pendli perioodi kohta, $\tau' = 2,4135 \text{ s} \approx 2,414 \text{ s}$.

L178 Kajalood ★★

Autor: Tundmatu autor, lõppvoor, 2016, P 5

Seisvast allveelaevast kiiratud heliimpulss läbib ajavahemiku t_0 jooksul vahemaa $s = vt_0$. Kui allveelaev sukeldub, läbib allveelaev sama ajavahemiku jooksul vahemaa $s_1 = ut_0$, seega heliimpulsi poolt läbitud vahemaaks kujuneb

$$s_2 = s - s_1 = vt_0 - ut_0$$

Põhjast tagasipeegelnud heliimpulss liigub allveelaeva suhtes kiiruega $v + u$, seega registreerib vastuvõtja heliimpulsi ajavahemiku t jooksul, mis võrdub

$$t = \frac{vt_0 - ut_0}{v + u}$$

Siit saame laeva laskumiskiiruseks

$$u = \frac{v(t_0 - t)}{t_0 + t}$$

L179 Film ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavor, 2019, P 10

Ratas näib seisvat, kui järgmise kaadri ajaks on järgmine kodar jõudnud sama koha peale, kus eelmise kaadri ajal oli eelmine kodar. Kahe kaadri vahelise ajavahemiku $t_1 = \frac{1}{f}$ jooksul pöörduv ratas ühe kodara võrra edasi ning N korda pikema aja $t_N = \frac{N}{f}$ jooksul teeb ta täispöörde. Täispöördega liigub ratas edasi vahemaa s , seega on ratta kiirus

$$v_0 = \frac{sf}{N},$$

ehk

$$v_0 = \frac{2,5 \cdot 24}{36} \approx 1,7 \text{ m/s} = 6 \text{ km/h.}$$

Pilt kordub kui jalgratta kiirus on $v = nv_0$, kus n on täisarv.