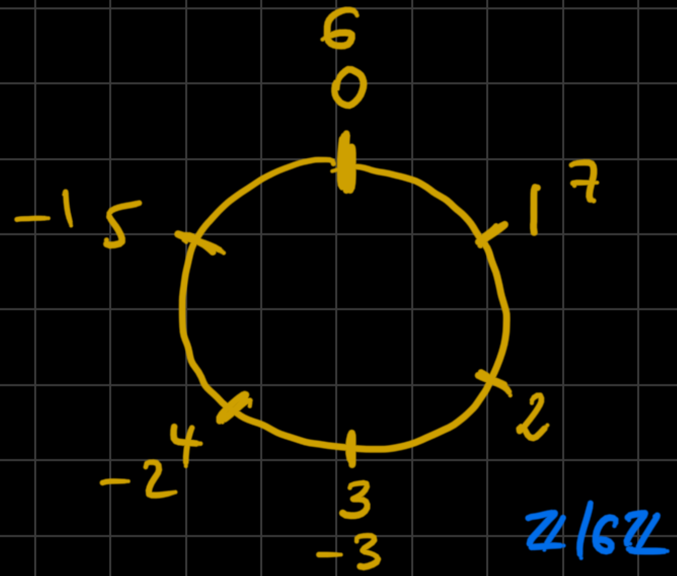
arithmétique vs arithmétique modulaire



Critères de divisibilité

$$(a_p \dots a_0)_{10} \equiv 0\,[2] \iff (a_p \dots a_1)_{10} \times \overset{\equiv\, 0[2]}{10} + a_0 \equiv 0\,[2]$$

$$\iff a_0 \equiv 0\,[2]$$

$$(15554)_{10} \equiv 0\,[2] \iff (1555)_{10} \times 10 + 4 \equiv 0\,[2]$$

$$(a_p \dots a_0)_{10} \equiv 0\,[4] \iff (a_p \dots a_2)_{10} \times \overset{\equiv\, 0[4]}{100} + (a_1 a_0)_{10} \equiv 0\,[4]$$

$$\iff (a_1 a_0)_{10} \equiv 0\,[4].$$

$$(15554)_{10} \equiv 0\,[2] \iff (155)_{10} \times 100 + (54)_{10} \equiv 0\,[4]$$

$$\iff (54)_{10} \equiv 0\,[4]$$

donc $15554 \not\equiv 0\,[4]$.

$$(a_p \dots a_0)_{10} \equiv 0\,[3] \iff \sum_{i=0}^{p} a_i \underbrace{10}_{\equiv 1[3]}{}^{i} \equiv 0\,[3]$$

$$\iff \sum_{i=0}^{p} a_i \equiv 0\,[3].$$

$$(a_p \dots a_0)_{10} \equiv 0\,[7] \iff \underbrace{\underbrace{5 \times (a_p \dots a_1)_{10} \times 10}_{\equiv 1[7]}}_{2\times \;\equiv -1[7]} + \underset{2}{5}\,a_0 \equiv 0\,[7]$$

$$\iff (a_p \dots a_1)_{10} + 5a_0 \equiv 0\,[7]$$

$$\iff (a_p \dots a_1)_{10} - 2a_0 \equiv 0\,[7]$$

	$166 \mid 4 \equiv 0\,[7]$ ($\times 5$)			$166 \mid 4 \equiv 0\,[7]$ (-2)
$\iff$	$18 \mid 6 \equiv 0\,[7]$ ($\times 5$)		$\iff$	$15 \mid 8 \equiv 0\,[7]$
$\iff$	$48 \equiv 0\,[7]$		$\iff$	$-1 \equiv 0\,[7]$

$$(1664)_{10} \not\equiv 0\,[7]$$

Calcul sur un petit Reste :

$b^k \equiv 0\,[d]$: $\quad (a_p \dots a_0)_b \equiv 0\,[d] \iff (a_{k-1} \dots a_0)_b \equiv 0\,[d]$

il suffit de regarder les k derniers chiffres.

Calcul sur toute la Longueur :

$b \equiv \pm 1\,[d]$: $\quad (a_p \dots a_0)_b \equiv 0\,[d] \iff (\pm 1)^p a_p + \dots \pm a_1 + a_0 \equiv 0\,[d]$

il suffit de faire une somme (alternée) sur les chiffres.

Calcul Mixte :

$m b^k \equiv \pm 1\,[d]$: $\quad (a_p \dots a_0)_b \equiv 0\,[d] \iff (a_p \dots a_k)_b \pm m (a_{k-1} \dots a_0)_b \equiv 0\,[d]$

Calcul basé sur la Conjonction de R, L et/ou M.

Méthode par recomposition / méthode de Horner

$$(0{,}4312)_5 = (0{,}9312)_{10}$$

$$0{,}\quad \frac{1}{5} \times \left(4 + \frac{1}{5} \times \left(3 + \frac{1}{5} \times \left(1 + \frac{1}{5} \times \left(2\right)\right)\right)\right)$$

0,4

1,4

0,28

3,28

0,656

4,656

0,9312

Depliage / repliage.

$$(0,32133)_4 = (0,7174)_8$$

dep $\downarrow$ $\qquad\qquad$ $\uparrow$ rep

$$\left(0,\underbrace{111}\,\underbrace{001}\,\underbrace{111}\,\underbrace{100}\right)_2$$

attention : en vérifiant avec bc, on peut être trompé.

Convertir en utilisant la périodicité :

ex1 $(1,12\overline{31})_4 = (112)_4 / (16)_{10} + (0,00\overline{31})_4$

Convertissons $\alpha = (0,00\overline{31})_4 = (\quad ? \quad)_{10}$

$\alpha + (0,31)_4 = (16)_{10}\,\alpha$ $\quad = (0,\overline{31})_4$

$\alpha = \dfrac{(0,31)_4}{15}$

à terminer...

ex 2

$$\beta = (\overline{1},2)_3 = (\ ?\ )_{10}$$

$$3\beta = (\overline{1}2)_3$$

$$3\beta - 1 = (\overline{1})_3$$

$\times 2$ $\qquad$ $\times 3$

$$6\beta - 2 = (\overline{2})_3 = -1 \qquad\qquad 3(3\beta-1) = (\overline{1}0)_3$$

$$6\beta - 2 = -1 \qquad\qquad 3(3\beta-1)+2 = 3\beta$$

$$\boxed{\beta = 1/6} = (0,1\overline{6})_{10}$$

ex 3 On peut montrer $(\overline{w})_b + (.\overline{w})_b = 0$.