Université Paris Cité – UFR d'Informatique
L2 Informatique, Math-Info, Bio-Info, Japonais-Info

Automates et analyse lexicale
Année 2023–2024

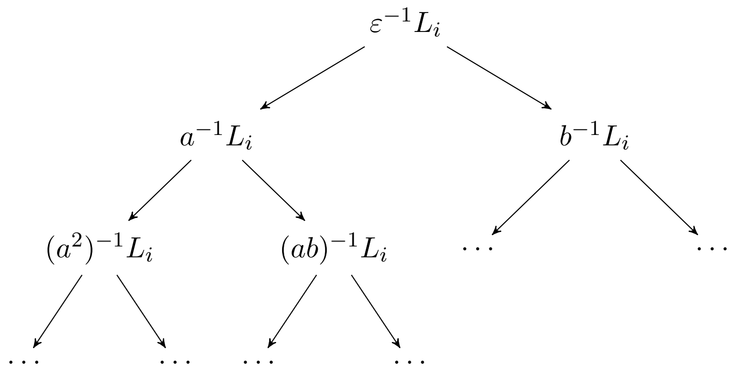
TD n°9

Résiduels

Exercice 1 *On considère le langage $L = ba^* + ab$.*

1. *Calculer les résiduels $a^{-1}L$ et $b^{-1}L$.*
2. *Calculer $(ab)^{-1}L$, $(aa)^{-1}L$, $(bb)^{-1}L$ et $(ba)^{-1}L$.*
3. *Calculer les résiduels de L par rapport aux mots sur $\{a, b\}$ de longueur 3. Est-il nécessaire de calculer les résiduels par rapport aux mots de longueur 4 ?*

Exercice 2 *Pour chacun des langages suivants, calculer tous les résiduels, en les présentant sous forme arborescente :*



- $L_1 = a^*b^*$
- $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 1\}$
- $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\}$
- $L_4 = b(ab)^* + (ab)^*a$
- $L_5 = a(b + ab)^* + b^*(a + bb)$
- $L_6 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient le facteur } ab\}$
- $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ est pair }\}$
- $L_8 = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a + 2|u|_b \equiv 0 \mod 3\}$
- $L_9 = a^+b^+$
- *le langage L_{10} des mots de longueur au moins 2 sur l'alphabet $\{a, b\}$ pour lesquels la première lettre et la dernière lettre sont différentes.*

Exercice 3 *Soit M le langage des mots sur l'alphabet $\{a, b, c\}$ dont la longueur est un carré :*

$$M = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \exists k \in \mathbb{N}^*, |u| = k^2\}.$$

Soient i et j des entiers vérifiant $i < j$.

1. *Donner un mot* non vide *de taille minimale dans $(a^{i^2})^{-1}M$.*
2. *Montrer que ce mot n'est pas dans $(a^{j^2})^{-1}M$.*
3. *Combien M a-t-il de résiduels distincts ?*