

Elements d'Algorithmique

CMTD4 : Fonctions Récursives



INSTITUT
DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE
FONDAMENTALE



Fonctions Récursives

Répétition d'actions

Si on veut exécuter un certain de nombre de fois la même séquence d'actions :

- La boucle For
- La boucle Tant Que
- Les fonctions récursives

Factorielle

$$\text{factorielle}(n) = n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$$

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTORIELLE( $n$ )  
2:    $f = 1$   
3:   pour  $i \leftarrow 2$  à  $n$  faire  
4:      $f = f \times i$   
5:   retourne  $f$ 
```

Factorielle

$$\text{factorielle}(n) = n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$$

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTORIELLE( $n$ )  
2:    $f = 1$   
3:   pour  $i \leftarrow 2$  à  $n$  faire  
4:      $f = f \times i$   
5:   retourne  $f$ 
```

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

$\log_2(n)$ = Plus grand entier k tel que $2^k \leq n$

Entrée : entier n

1: **fonction** LOGARITHME(n)

2: $l = 0$

3: **tant que** $n \geq 1$ **faire**

4: $n = n/2$

5: $l = l + 1$

6: **retourne** l

$\log_2(n)$ = Plus grand entier k tel que $2^k \leq n$

Entrée : entier n

```
1: fonction LOGARITHME( $n$ )  
2:    $l = 0$   
3:   tant que  $n \geq 1$  faire  
4:      $n = n/2$   
5:      $l = l + 1$   
6:   retourne  $l$ 
```

Entrée : entier n

```
1: fonction LOGREC( $n$ )  
2:   si  $n \leq 1$  alors  
3:     retourne 0  
4:   sinon  
5:     retourne  $1 + \text{LOGREC}(n/2)$ 
```

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| |
|-----------------------------|
| factRec(4) $f = 4 \times ?$ |
|-----------------------------|

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| | |
| factRec(3) | |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| factRec(2) | |
| factRec(3) | $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| factRec(1) | |
| factRec(2) | $f = 2 \times \searrow$ |
| factRec(3) | $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| |
|------------------------------------|
| |
| factRec(0) |
| factRec(1) $f = 1 \times \searrow$ |
| factRec(2) $f = 2 \times \searrow$ |
| factRec(3) $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| | |
| factRec(0) | $f = 1$ |
| factRec(1) | $f = 1 \times \searrow$ |
| factRec(2) | $f = 2 \times \searrow$ |
| factRec(3) | $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| | |
| factRec(1) | $f = 1 \times 1$ |
| factRec(2) | $f = 2 \times \searrow$ |
| factRec(3) | $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------|-------------------------|
| | |
| factRec(2) | $f = 2 \times 1$ |
| factRec(3) | $f = 3 \times \searrow$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :

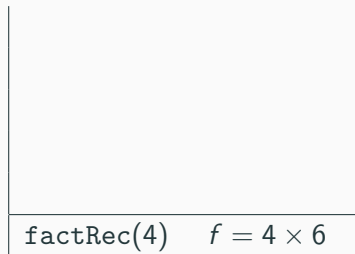
| | |
|------------|-------------------------|
| | |
| factRec(3) | $f = 3 \times 2$ |
| factRec(4) | $f = 4 \times \searrow$ |

Pile d'exécution

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTREC( $n$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne 1  
4:   sinon  
5:     retourne  $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$ 
```

Pile d'exécution :



Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

1: **fonction** FACTREC(n)

2: **si** $n = 0$ **alors**

3: **retourne** 0

4: **sinon**

5: **retourne** $n \times \text{FACTREC}(n - 1)$

Entrée : entier n

1: **fonction** FACTINTER(n, f)

2: **si** $n = 0$ **alors**

3: **retourne** f

4: **sinon**

5: **retourne** FACTINTER($n - 1, n \times f$)

6: **fonction** FACTRECTER(n)

7: **retourne** FACTINTER($n, 1$)

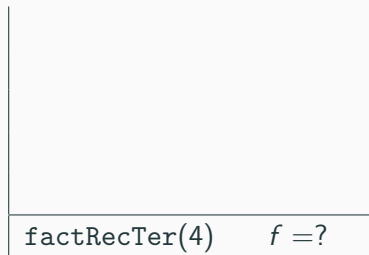
Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne  $f$   
4:   sinon  
5:     retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )  
6: fonction FACTRECTER( $n$ )  
7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )
```

Pile d'exécution :



Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )
```

2: **si** $n = 0$ **alors**

```
3:     retourne f
```

4: sinon

```
5:   retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )
```

6: **fonction** FACTRECTER(n)

```

7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )

```

Pile d'exécution :

| | |
|-----------------|----------------|
| | |
| factInter(4, 1) | |
| factRecTer(4) | $f = \searrow$ |

Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne  $f$   
4:   sinon  
5:     retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )  
6: fonction FACTRECTER( $n$ )  
7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )
```

Pile d'exécution :

| | |
|-----------------|----------------|
| | |
| factInter(3, 4) | |
| factRecTer(4) | $f = \searrow$ |

Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne  $f$   
4:   sinon  
5:     retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )  
6: fonction FACTRECTER( $n$ )  
7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------------|----------------|
| | |
| factInter(2, 12) | |
| factRecTer(4) | $f = \searrow$ |

Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne  $f$   
4:   sinon  
5:     retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )  
6: fonction FACTRECTER( $n$ )  
7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )
```

Pile d'exécution :

| | |
|------------------|----------------|
| | |
| factInter(1, 24) | |
| factRecTer(4) | $f = \searrow$ |

Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )
```

2: **si** $n = 0$ **alors**

```
3:     retourne f
```

4: sinon

```
5:   retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )
```

6: **fonction** FACTRECTER(n)

```

7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )

```

Pile d'exécution :

| | |
|------------------|----------------|
| | |
| factInter(0, 24) | |
| factRecTer(4) | $f = \searrow$ |

Fonction Récursive Terminale

Fonction récursive **terminale** : La dernière instruction est un appel récursif.

Entrée : entier n

```
1: fonction FACTINTER( $n, f$ )  
2:   si  $n = 0$  alors  
3:     retourne  $f$   
4:   sinon  
5:     retourne FACTINTER( $n - 1, n \times f$ )  
6: fonction FACTRECTER( $n$ )  
7:   retourne FACTINTER( $n, 1$ )
```

Pile d'exécution :

| |
|------------------------|
| factRecTer(4) $f = 24$ |
|------------------------|