

# Elements d'Algorithmique

## CMTD1: Introduction

---

Université de Paris Cité, IRIF



INSTITUT  
DE RECHERCHE  
EN INFORMATIQUE  
FONDAMENTALE



Université  
de Paris

Université  
Paris Cité

# Organisation de l'UE

- Responsable de l'UE : Enrica Duchi   duchi@irif.fr
- 12 séances de Cours-TD de 2h30 chacune. Semaine de pause: 30 octobre.
- MCC : 2 cc en cours de 1h, 1 contrôle en amphi la semaine du 18 décembre

Absence au CC3: session2

- Note session1 =  $\max\left(\frac{CC1}{4} + \frac{CC2}{4} + \frac{CC3}{2}, CC3\right)$  Absence injustifiée CC1 ou CC2: session2

Absence justifiée aux CC1 ou CC2:  
la note sera calculée sur les autres CC

- Note session2 =  $\max\left(\frac{CC1}{4} + \frac{CC2}{4} + \frac{E}{2}, E\right)$  ou Note session2 = E si AI aux CC1 ou CC2

où E est l'examen de la session 2.

# Contrôles et devoirs maison

- CC1 : semaine du 9 octobre
- CC2 : semaine du 13 novembre
- CC3 : contrôle en amphi, semaine du 18 décembre
- devoir maison à faire chaque semaine : exercice à implementer en java.

Dans le CC3 il y aura une ou deux questions sur les DM que vous avez travaillés pendant l'année: réponse en java!

# Moodle, plateforme d'enseignements

- Se connecter: <https://moodle.u-paris.fr>
- S'inscrire : IF13Y020 Éléments d'algorithmique 1 dans le bon groupe!
- Vous y trouverez cours et sujet de TD chaque semaine.
- Toute autre information concernant le cours

# But de l'UE

- Algorithmique (conception, preuve, complexité)
- Programmation:
  - Installer java sur sa machine.
  - Programmer en ligne <https://pythontutor.com/java.html>

# Qu'est-ce qu'un algorithme ?

**Un algorithme est une suite finie d'instructions qui prend des données en entrée et donne un résultat en sortie.**

À l'origine il y a un problème à résoudre. Par exemple :

**Problème : Faire un gâteau  
au chocolat.**

**Problème : Trouver le minimum  
entre deux entiers.**

# Qu'est-ce qu'un algorithme ?

**Un algorithme est une suite finie d'instructions qui prend des données en entrée et donne un résultat en sortie.**

À l'origine il y a un problème à résoudre. Par exemple :

**Problème : Faire un gâteau au chocolat.**

- **Données en entrée** : ingrédients du gâteau
- **Algorithme** : la recette du gâteau.
- **Sortie** : le gâteau au chocolat !

**Problème : Trouver le minimum entre deux entiers.**

- **Données en entrée** : 2 entiers  $i, j$ .
- **Algorithme** :
  - 1: **si** ( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie** : la valeur  $\text{min}$ .

# Qu'est-ce qu'un algorithme ?

**Problème : Trouver le minimum entre deux entiers.**



# Qu'est-ce qu'un algorithme ?

**Problème : Trouver le minimum entre deux entiers.**

- **Données en entrée** : 2 entiers **i**, **j**.
- **Algorithme** :
  - 1: **si** ( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie** : la valeur **min**.
- Une **instance** d'un problème est un ensemble de données sur les quelles nous allons exécuter notre algorithme.

Par exemple  $i=1, j=3$  est une instance du problème de recherche d'un minimum entre deux entiers.

# Qu'est-ce qu'un algorithme ?

**Problème : Trouver le minimum entre deux entiers.**

- **Données en entrée** : 2 entiers **i**, **j**.
- **Algorithme** :
  - 1: **si**( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie** : la valeur **min**.
- Une **instance** d'un problème est un ensemble de données sur les quelles nous allons exécuter notre algorithme.

Par exemple  $i=1, j=3$  est une instance du problème de recherche d'un minimum entre deux entiers.
- Un algorithme est **correct** s'il donne la bonne solution pour chaque instance d'un problème.

# Écriture d'un algorithme

- Écriture en pseudo-code. À utiliser en cours ou en CC.
- Écriture en java. Implementer les devoirs maisons en java. Une ou deux questions à répondre en java au CC3.

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution



# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution
- là encore, il faut bien choisir les structures de données utilisées

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution
- là encore, il faut bien choisir les structures de données utilisées

**Nous allons nous concentrer sur la complexité en temps de l'algorithme.**

# Analyse de la complexité en temps pour la recherche d'un minimum dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée</b> tableau de n entiers tab</p> <p>1: <b>fonction</b> RechercheMin(tab)</p> <p>2:   min← tab[0]</p> <p>3:   <b>pour</b> i← 1 à n- 1 <b>faire</b></p> <p>4:     <b>si</b> min&gt;tab[i] <b>alors</b></p> <p>5:       min← tab[i]</p> <p>   <b>retourne</b> min</p>	<pre>public static int min (int [] tab)    {     int min=tab[0];     for (int i=1; i&lt;=tab.length-1; i++){         if (min &gt; tab[i])    {             min=tab[i];         }     }     return min; }</pre>

**Quelles sont les opérations élémentaires ?**

# Analyse de la complexité en temps pour la recherche d'un minimum dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée</b> tableau de n entiers tab</p> <pre>1: <b>fonction</b> RechercheMin(tab) 2:   min ← tab[0] 3:   <b>pour</b> i ← 1 à n-1 <b>faire</b> 4:     <b>si</b> min &gt; tab[i] <b>alors</b> 5:       min ← tab[i]    <b>retourne</b> min</pre>	<pre>public static int min (int [] tab) {     int min=tab[0];     for (int i=1; i&lt;=tab.length-1; i++){         if (min &gt; tab[i]) {             min=tab[i];         }     }     return min; }</pre>

## Quelles sont les opérations élémentaires ?

- **assignations** : min=tab[0], min=tab[i]
- **comparaisons** : min>tab[i]
- L'accès à un élément tab[i] d'un tableau se fait en temps constant.

# Recherche d'un élément dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée</b> :tableau de n entiers tab</p> <p><b>Entrée</b> :un entiers el</p> <p>1: <b>fonction</b> RechercheElem(tab)</p> <p>2: <b>pour</b> <math>i \leftarrow 0</math> à <math>n-1</math> <b>faire</b></p> <p>3:   <b>si</b> <math>el == tab[i]</math> <b>alors retourne</b> i</p> <p>   <b>retourne</b> -1</p>	<pre>public static int rec (int [] tab, int el) {     for (int i=0; i&lt;=tab.length-1; i++){         if (el==tab[i]) {             return i;}     }     return -1; }</pre>

## Quelles sont les opérations élémentaires ?

- comparaisons :  $el == tab[i]$

## Quelle est la complexité entemps de cet algorithme?

Dans le cas où l'élément recherché est à la fin du tableau, nous allons faire n opérations élémentaires, donc la complexité est linéaire dans le pire cas.

# Pourquoi on s'intéresse à la complexité en temps ?

La complexité en temps permet de comprendre si un algorithme peut servir pour de grandes tailles de données

:

$n$	20	40	60	100	300
$n^2$	$\frac{1}{2500}$ ms	$\frac{1}{625}$ ms	$\frac{1}{278}$ ms	$\frac{1}{100}$ ms	$\frac{1}{11}$ ms
$n^5$	3 ms	$\frac{1}{10}$ s	$\frac{78}{100}$ s	10 s	40,5 min
$2^n$	1 ms	18,3 min	36,5 années	$4 \cdot 10^{11}$ siècles	...
$n^n$	$3,3 \cdot 10^7$ siècles	...			

← taille de la donnée

↑  
nombres d'opérations élémentaires

## Pour terminer

- Il existe des algorithmes pour lesquels nous ne connaissons pas de solutions efficaces.

Le problème du voyageur de commerce:

Etant donné un ensemble de villes, déterminer le plus court circuit passant par chaque ville une seule fois.

- Il existe des problèmes qu'on ne sait pas résoudre avec un algorithme.

Le problème de l'arrêt:

Peut-on écrire un algorithme A qui pour tout algorithme B et toute instance I détermine si B s'arrête pour la donnée I ?

La réponse est non, c'est un problème **indécidable**.