Programmation fonctionnelle avec OCaml TP 3

Objectifs:

- Types algébriques et filtrage de motif.
- Ordre supérieur : passage de fonction en paramètre, itérateur.
- Calcul symbolique.

Manipulation d'expressions arithmétiques

On souhaite effectuer des calculs symboliques sur des expressions arithmétiques (comme peuvent le faire Maple ou Mathematica).

Pour ce TP, on utilisera uniquement l'interpréteur ocaml afin de s'épargner l'écriture d'une fonction d'impression des expressions. On éditera donc son code avec Emacs puis on utilisera le copier-coller pour passer les fonctions à l'interpréteur ¹.

- 1. Définir le type **expr** pour la représentation d'expressions arithmétiques. On pourra considérer qu'une expression arithmétique peut être :
 - un nombre : constante de type float ;
 - une variable : un identificateur représenté par une string;
 - une somme de deux expressions;
 - un produit de deux expressions;
 - l'opposé d'une expression;
 - l'inverse d'une expression.
- 2. Représenter avec ce type l'expression suivante :

$$-\frac{1}{2}(1+3x)$$

Ne pas hésiter à utiliser des valeurs intermédiaires :

```
let trois_x = ...;;
let un_plus_trois_x = ...;;
let e = ...;;
```

3. Écrire une fonction

permettant d'évaluer une expression ne contenant pas de variable. Si une variable est rencontrée, on déclenchera une erreur avec la fonction failwith ².

4. Modifier (en la recopiant) la fonction précédente pour écrire une fonction

^{1.} Il est vivement conseillé de configurer l'alias utilisant ledit préconisé sur e-Campus pour pouvoir éditer facilement les expressions saisies dans l'interpréteur.

^{2.} La fonction failwith : string -> 'a est une fonction qui prend une chaîne de caractères en argument (typiquement un message d'erreur) et qui lève une *exception*. Cette exception stoppe l'exécution du programme en cours et la chaîne de caractères est affichée.

prenant en argument une fonction d'évaluation pour les variables (une *substitution*) et une expression et évaluant cette dernière pour cette substitution.

```
let subst = fun v -> match v with "x" -> 1.  
| _ -> failwith "subst: variable inconnue";; eval2 subst évalue -\frac{1}{2}(1+3x) en -2.0.
```

5. Écrire une fonction

qui dérive une expression par rapport à une variable donnée.

- 6. Écrire l'itérateur générique pour le type expr.
- 7. Réécrire la fonction eval2 en utilisant l'itérateur.
- 8. En utilisant l'itérateur, écrire une fonction

qui simplifie une expression donnée en utilisant (au moins) les règles suivantes :

$$\forall e \ 0 + e = e + 0 = e, \ \forall e \ 1 * e = e * 1 = e, \ \forall e \ 0 * e = e * 0 = 0, \ -0 = 0$$