Tutorium zur Vorlesung Logik

technische universität dortmund

Gaetano Geck   Martin Schuster

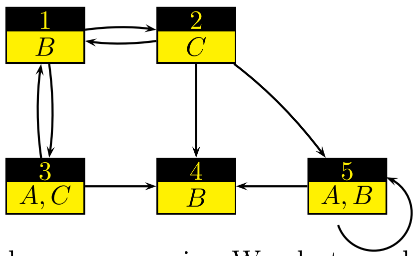
Lehrstuhl 1
Logik in der Informatik

WS 2016/2017   Tutorium 4   15.11.2016

Aufgabe 4.1 [Wandern 2.0]
Der Wanderkartenhersteller *Stock und Hut* möchte eine Smartphone-App auf den Markt bringen, mit der Wanderer Routen finden können, die ihrem Geschmack entsprechen. Wanderkarten sollen durch eine Kripkestruktur modelliert werden. Die Menge der Welten enthält alle Stellen, die für Wanderer interessant sein könnten. Diese können mit den Variablen A, B und C mit der Bedeutung

- A: an dieser Stelle gibt es einen Aussichtspunkt
- B: an dieser Stelle gibt es etwas zu trinken
- C: an dieser Stelle wachsen Champignons

markiert sein.
Zwei Welten s und t sind durch eine Kante verbunden, wenn es einen einfachen Weg von der zur Welt s gehörende Stelle zu der zur Welt t gehörenden Stelle gibt.
Eine Beispielwanderkarte $\mathcal{K}$ könnte wie folgt aussehen:



Wanderer können nun ihre Anforderungen an eine Wandertour durch modallogische Formeln beschreiben.

a) Bestimmen Sie jeweils, ob gilt

(1) $\mathcal{K}, 1 \models C$
(2) $\mathcal{K}, 1 \models \Box A$
(3) $\mathcal{K}, 1 \models \Diamond A$
(4) $\mathcal{K}, 4 \models \Box A$
(5) $\mathcal{K}, 4 \models \Diamond A$

b) Geben Sie eine modallogische Formel an, die die Stellen beschreibt, an denen eine Wandertour mit folgenden Eigenschaften beginnt:

(A) Alle Wege führen zu einer Stelle, wo Champignons wachsen und von der es einen Weg zu einer Stelle gibt, wo Getränke verkauft werden.
(B) Es gibt einen Weg zu einer Stelle, wo Champignons wachsen von der alle Wege zu einem Aussichtspunkt führen.
(C) Wenn es keinen Weg zu einer Stelle mit Aussichtspunkt gibt, dann führen alle Wege zu einer Stelle, wo es entweder Getränke oder Champignons gibt.
(D) An allen über zwei andere Stellen erreichbaren Stellen gibt es etwas zu trinken.

c) In welchen Welten der Beispielkarte gelten die Formeln zu (A) und (B)?

Aufgabe 4.2 [Äquivalent! Oder doch nicht?]
Zeigen Sie jeweils, ob die angegebenen Formeln äquivalent sind oder nicht. Falls sie äquivalent sind, zeigen Sie die Äquivalenz, indem Sie die in der Vorlesung eingeführten Äquivalenzen verwenden. Begründen Sie jeden Zwischenschritt! Falls sie nicht äquivalent sind, so geben Sie eine Kripkestruktur und eine Welt s in dieser Struktur an, so dass die eine Formel in s gilt und die andere nicht.

a) $\varphi_1 = \neg\Box A \vee \neg\Box\neg B$ und $\psi_1 = \Diamond(A \to B)$

b) $\varphi_2 = \Box(A \to B)$ und $\psi_2 = \Box A \to \Box B$

c) $\varphi_3 = \Diamond(A \to (\Box B \to \Diamond C))$ und $\psi_3 = \Box A \to \Diamond\Diamond(B \to C)$

d) $\varphi_4 = \Box(A \to (\Diamond B \to \Box C))$ und $\psi_4 = \Box A \to \Box\Box(B \to C)$