Uebungsgblatt 1

Max Springenberg

January 13, 2017

1.1 Aussagenlogik Quizshow

1.1.1

A:
1: Die Box ist leer
2: Das Gold ist nicht in dieser Box
3: Das Gold ist in Box 2

A $= (B_1 \wedge \neg B_2 \wedge \neg B_3) \vee (\neg B_1 \wedge B_2 \wedge \neg B_3) \vee (\neg B_1 \wedge \neg B_2 \wedge B_3)$

$C_i :=$ Hinweis i ist richtig

$C_1 := \neg B_1 \wedge B_2 \wedge \neg B_2 \equiv \bot$
$C_2 := B_1 \wedge \neg B_2 \wedge \neg B_2 \equiv B_1 \wedge \neg B_2$
$C_3 := B_1 \wedge B_2 \wedge B_2 i \equiv B_1 \wedge B_2$

1.1.2

Wenn in einer Spalte $A \wedge (C_1 \vee C_2 \vee C_3) \equiv A \wedge (C_2 \vee C_3)$ wahr ist, so ist in dieser die Wahrheitsbelegung der Boxen die richtige.

B_1	B_2	B_3	A	$(C_2 \vee C_3)$	$A \wedge (C_2 \vee C_3)$
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

damit ist das Gold in Box 1.

1.2 logische Umformungen

1.2.1

Neutralitaet:
$\top \wedge A \equiv (A \vee \neg A) \wedge A \equiv A$
$F \vee A \equiv (A \wedge \neg A) \vee A \equiv A$

1.2.2

Idempotenz:
$A \vee A \equiv (A \vee A) \wedge \top \equiv (A \vee A) \wedge (A \vee \neg A) \equiv A \vee (A \wedge \neg A) \equiv A \vee F \equiv A$
$A \wedge A \equiv (A \wedge A) \vee \top \equiv (A \wedge A) \vee (A \wedge \neg A) \equiv A \wedge (A \vee \neg A) \equiv A \wedge \top \equiv A$

1.2.3

Doppelnegation:
$\neg\neg A \equiv \neg\neg A \wedge \top \equiv \neg\neg A \wedge (A \vee \neg A) \equiv (\neg\neg A \wedge A) \vee (\neg\neg A \wedge \neg A) \equiv (\neg\neg A \wedge A) \vee F \equiv (\neg\neg A \wedge A) \vee (A \wedge \neg A) \equiv A \wedge (A \vee \neg A) \equiv A \vee F \equiv A$

1.3 Mengen und Mengenaequivalenzen

1.3.1

(a)
$(A^C \cup B^C)^C \cup (A^C \cup B^C)^C = (A \cap B) \cup (A \cap B^C) = A \cap (B \cup B^C) = A \cap M = A$

(b)
$((A \cup B)^C \cap E)^C \cup (D \cap A) = (A^C \cap B^C \cap E)^C \cup (D \cap A) = A \cup B \cup E^C \cup (D \cap A) = A \cup B \cup E^C$

1.3.2

"$\Rightarrow$":
$A = B \Rightarrow P(A) = P(B)$
$P(A) = \{x|x \subseteq A\} = \{x|x \subseteq B\} = P(B)$

"$\Leftarrow$":
Kontraposition bzgl. $A \neq B \Rightarrow P(A) \neq P(B)$
Sei $A \neq B$ und damit $a \in A \setminus B, \{a\} \subseteq A$
damit gilt $\{a\} \subseteq P(A), \{a\} \nsubseteq P(B)$
und damit auch$P(A) \neq P(B)$

1.4 Mengen

1.4.1

$A \cap B \neq \emptyset$:
gelte $\exists x.x \in A \Rightarrow x \in B$
nach Df. der Mengendifferenz gilt $x \notin ((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$
es gilt ferner $x \in A \cup B \Rightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq A \cup B$

1.4.2

Gegenbeispiel:
$A = B = \emptyset$

$P(\emptyset) = \{\emptyset\} \neq P(A) \subset P(B) = P(\emptyset) \setminus P(\emptyset) = \emptyset$