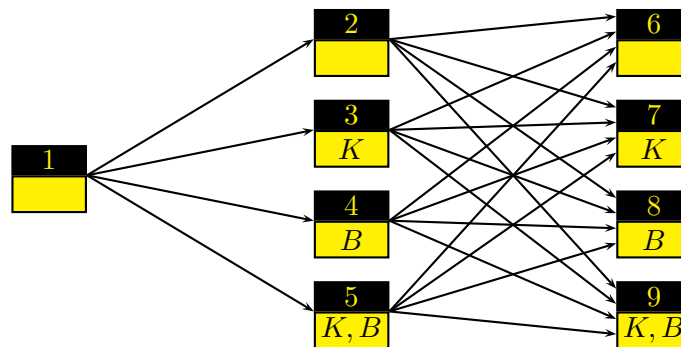


**Aufgabe 7.1**

Vier Stammtischkollegen sinnieren über den Verlauf der nächsten Bundesligaspieltage. Drei der vier machen folgende Aussagen:

- Wenn am nächsten Spieltag Köln gewinnt, so gewinnt am Spieltag darauf auf jeden Fall Bremen.
- Wenn Köln am nächsten Spieltag nicht gewinnt, dann aber am Spieltag darauf.
- Wenn Köln am übernächsten Spieltag gewinnt, dann gewinnt an diesem Tag auch Bremen.

Die folgende Kripkestruktur modelliert alle prinzipiell möglichen Spielausgänge an den beiden Spieltagen. Die beiden aussagenlogischen Variablen  $B$  und  $K$  stehen dabei für die Aussagen, dass Bremen gewinnt, bzw. dass Köln gewinnt. Die Kanten der Kripke-Struktur verbinden aufeinanderfolgende Tage.



- Streichen Sie in dieser Kripke-Struktur so wenige Kanten wie möglich, so dass die Aussagen der drei Stammtischbrüder in Welt 1 erfüllt sind. Die vier ausgehenden Kanten aus Welt 1 sollen dabei erhalten bleiben.
- Geben Sie modallogische Formeln an, die den Aussagen der Stammtischkollegen entsprechen.

Auch der vierte der drei Stammtischkollegen möchte seine Weisheit beitragen und er gibt folgende Aussage von sich:

- Am übernächsten Spieltag wird Bremen auf jeden Fall gewinnen.

Da wird er von den drei anderen zu einer Runde verpflichtet, denn das wussten sie auch schon.

- Zeigen Sie, dass die vierte Aussage aus den drei anderen folgt, indem Sie den Tableauealkül auf eine passende Formel anwenden.

**Aufgabe 7.2**

Der kleine Tim will seine Eltern mit einer grandiosen Weihnachtsbeleuchtung überraschen. Um diese finanzieren zu können, hat er sich in die Roulette-Runde seines Opas geschlichen.

Er hat sich entschieden, nur auf rot bzw. schwarz oder auf gerade bzw. ungerade zu setzen, da er hierbei seine Gewinnchancen am größten schätzt. Dabei macht er eine interessante Beobachtung, denn zur jeder vollen Stunde gilt für die ersten drei Spiele das Folgende:

1. In den ersten drei Spielen kommt mindestens eine gerade Zahl.
2. Ist die erste Zahl schwarz, so folgt darauf immer eine rote.
3. Zu Beginn kommen niemals zwei ungerade rote Zahlen hintereinander.

**a)** Formulieren Sie Tims Beobachtungen als modallogische Formeln.

**b)** Geben Sie eine Kripkestruktur  $\mathcal{K}$  und eine Welt  $s$  an, so dass die Formeln aus a) in  $\mathcal{K}, s$  gelten.