lehrstuhl für programmiersysteme
Prof. Dr. B. Steffen

technische universität dortmund

Markus Frohme – Dawid Kopetzki – Oliver Rüthing – Philip Zweihoff

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Informatik 1

Wintersemester 2016/17

Übungsblatt 4

Für die Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen Briefkästen im Verbindungsflur Erdgeschoss OH 14 - OH 12 zu zur Verfügung.
Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch die Gruppennummer gekennzeichnet. Sie sind ferner mit dem Namen der Veranstaltung sowie Zeit und Ort der Übung kenntlich gemacht.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur unten aufgeführten Abgabefrist ein!

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Abgabefrist: 18.11.2016, 14:00 Uhr

Aufgabe 4.1 *Induktives Definieren* (2+2 Punkte)

1. Sei $k \geq 1$ eine natürliche Zahl. Geben Sie eine induktive Definition zur Berechnung der folgenden Funktion f an: $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(n) = k^n$.
2. Geben Sie eine induktive Definition für die Anzahl der Teilmengen einer n-elementigen Menge an. Erklären Sie Ihre Definition (ohne formalen Beweis).

Aufgabe 4.2 *Backus-Naur-Form (BNF)* (2+2 Punkte)
In Beispiel 5.9 in den Folien (Beispiel 4.9 im Buch) wird eine BNF für Dezimalzahlen angegeben.

1. Wir betrachten arithmetische Terme AT über der Variablenmenge $\mathrm{V} = \{\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z}\}$, die durch folgende BNF gegeben sind:

$$\begin{aligned} \langle \mathrm{AT} \rangle &::= \langle \mathrm{Dezimalzahl} \rangle \mid \langle V \rangle \mid (-\langle \mathrm{AT} \rangle) \mid (\langle \mathrm{AT} \rangle + \langle \mathrm{AT} \rangle) \mid (\langle \mathrm{AT} \rangle * \langle \mathrm{AT} \rangle) \\ \langle \mathrm{V} \rangle &::= \mathrm{X} \mid \mathrm{Y} \mid \mathrm{Z} \end{aligned}$$

   Geben Sie eine Ableitungsfolge an, die aus $\langle \mathrm{AT} \rangle$ den arithmetischen Term

$$((((-\mathrm{X}) + 5) * (\mathrm{X} + \mathrm{Y})) * (-(-3)))$$

   ableitet.

2. Die BNF für Dezimalzahlen erlaubt das Ableiten von Zahlen mit führenden Nullen (z.B. 0000123). Wandeln Sie die BNF für Dezimalzahl so ab, dass weiterhin alle Dezimalzahlen erzeugt werden können, führende Nullen jedoch ausgeschlossen sind.

Aufgabe 4.3 *Partielle Ordnung, Quasiordnung* (1+1+2 Punkte)
Welche der folgenden Relationen R über die Menge A ist eine partielle Ordnung, welche eine Quasiordnung? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. $A = \{a, b, c\}$ und $R = \{(a, a), (b, a), (b, b), (b, c), (c, c)\}$
2. $A = \mathbb{R}$ und $R = \{(x, y) \in A \times A \mid |x| \leq |y|\}$
3. $A = \mathbb{R}$ und $R = \{(x, y) \in A \times A \mid |x| < |y| \textit{ oder } x = y\}$

Aufgabe 4.4 *Induktives Definieren* (Bonusaufgabe 3+1)

1. Geben Sie eine induktive Definition für die Anzahl der Partitionen einer n-elementigen Menge mit genau $1 \leq k \leq n$ Partitionsklassen an (vergleiche auch Abschnitt 3.3.1 im Buch). Erklären Sie Ihre Definition (ohne formalen Beweis).
2. Berechnen Sie die Anzahl aller Partitionen für eine 5-elementige Menge