MafI 1 UB06

March 15, 2017

6.1 Distributive Verbaende

6.1.1

$d \curlywedge (a \curlyvee c) = d \curlywedge 1 = d$
$(d \curlywedge a) \curlyvee (d \curlywedge c) = a \curlyvee 0 = a$
$\Rightarrow$ nicht distributiv

6.1.2

Tupel der komp. Elemente: $\{(1,0),(a,e),(d,c),(a,c)\}$

$d \curlywedge e = b, b \notin S$
$\Rightarrow$ kein Unterverband

6.1.3

Menge der Elemente mit komplementaeren Elementen von V: S
$z.z.:$
$\forall x, y \in S.(x \curlywedge y) \in S \wedge (x \curlyvee y) \in S$

$x, y, \tilde{x}, \tilde{y} \in S$
$\tilde{x}, \tilde{y}$ sind disjunkte Komplementaere von x, y

$(x \curlywedge y) \curlywedge (\tilde{x} \curlyvee \tilde{y}) = (x \curlywedge y \curlywedge \tilde{x}) \curlyvee (x \curlywedge y \curlywedge \tilde{y})$
$= 0 \curlyvee 0 = 0$

$(x \curlywedge y) \curlyvee (\tilde{x} \curlyvee \tilde{y}) = (x \curlyvee y \curlyvee \tilde{x}) \curlywedge (x \curlyvee y \curlyvee \tilde{y})$
$= 1 \curlywedge 1 = 1$
Damit hat $x \curlywedge y$ das komplementaere Element $(\tilde{x} \curlyvee \tilde{y})$, sowie $x \curlyvee y$ $(\tilde{x} \curlyvee \tilde{y})$.
Damit sind diese Elemente auch in S.

6.2 Boolscher Verband

6.2.1

30
6 15 10
3 2 5
1

$(3,2),(2,5),(3,5) \rightarrow^{\curlywedge} (1)$
damit dann auch $1_B = 30, 0_B = 1$

6.2.2

z.z.:
A abgeschlossen unter $(\curlywedge, \curlyvee)$

(hatte keine Lust $\forall x, y \in A.(x \curlyvee y), \forall x, y \in A.(x \curlywedge y))$ zu zeigen
Mit einer Art Lambda Ausdruck ueber Tupel fuer $(\curlywedge, \curlyvee)$:
$(6,15),(15,10),(6,10) \rightarrow^{\curlyvee} (30)$,
$(3,2) \rightarrow^{\curlyvee} (6)$,
$(2,5) \rightarrow^{\curlyvee} (10)$,
$(3,5) \rightarrow^{\curlyvee} (15)$,
etc ...
Es folgt, dass A bzgl. $(\curlywedge, \curlyvee)$ abgeschlossen ist.

z.z.:
A ist distributiv

es gilt: $A \subseteq B \wedge A$ abgeschlossen
damit ist A dann auch wie B distributiv

z.z.:
$\exists 0_A, 1_A \in A. \forall x \in A \exists \bar{x} \in A. x \curlywedge \bar{x} = 0_A \wedge x \curlyvee \bar{x} = 1_A$

Diese existieren mit $0_A = 3, 1_A = 30$
$\bar{3}0 \in (B, \curlywedge, \curlyvee)$

$(30 \curlywedge \bar{3}0) \curlyvee 3 = (1 \curlyvee 30) = 1 \curlyvee 3 = 3$

6.3 Vollstaendiger Verband

6.3.1

(Assoziativitaet, Kommutativitaet, Absorption sind offensichtlich ...)
Vollstaendigkeit:

sei $X \subseteq A \times X$ eine Menge mit:
$X_A = \{a \in A | \exists b \in B.(a, b) \in X\}$
$X_B = \{b \in B | \exists a \in A.(a, b) \in X\}$
so gilt fuer $(a, b) \in X$ bel.:
$(inf(X_A), inf(X_B)) \preceq (a, b)$, da
$inf(X_A, a) = inf(X_A)$
$inf(X_B, b) = inf(X_B)$
analog fuer sup...

6.3.2 Verband der Funktionen

hier gabs keine Mitschriften