

UB 08

Max Springenberg

21. Dezember 2016

8.1

8.1.1

Gruppe: Monoid = inverses Element

Monoid: neutrales Element, Halbgruppe

Halbgruppe: Assoziativität

endliche Gruppe: endliche Anzahl der Elemente, neutrales Element, inversees Element, Assoziativität

$$h : \langle G, \oplus \rangle \times \langle G, \oplus \rangle \rightarrow \langle G, \oplus \rangle' x$$

$$\forall a, b, c \in G. h(a) = a \oplus x = h(b) = b \oplus x$$

$$\Leftrightarrow h(a) = h(b)$$

$$\Leftrightarrow a \oplus x = b \oplus x \Leftrightarrow a = b$$

8.1.2

\oplus	a	b	c	d	e	f
a	f	d	e	b	c	a
b	e	f	d	c	a	b
c	d	e	f	a	b	c
d	c	a	b	e	f	d
e	b	c	a	f	d	e
f	a	b	c	d	e	f

8.2

8.2.1

$$T = \{\lambda_a | a \in G\}$$

$$\lambda_a(x) = a \oplus x$$

$$< T, \circ >$$

$$\forall a, b, c \in T$$

Assoziativität :

$$\lambda_a \circ (\lambda_b \circ \lambda_c(x))$$

$$= \lambda_a \circ (\lambda_b \circ (\lambda_c(x)))$$

$$= \lambda_a(\lambda_b(\lambda_c(x)))$$

$$= \lambda_a(\lambda_b(c \oplus x))$$

$$= \lambda_a(b \oplus c \oplus x)$$

$$= (a \oplus b \oplus c \oplus x)$$

$$= (a \oplus b) \circ \lambda_c(x)$$

$$= (\lambda_a(b \oplus e)) \circ \lambda_c(x)$$

$$= (\lambda_a \circ \lambda_b) \circ \lambda_c(x)$$

neutrales Element:

$$\lambda_a \circ \lambda_e(x)$$

$$= a \oplus e \oplus x$$

$$= a \oplus x$$

$$= e \oplus a \oplus x$$

$$\lambda_e \circ \lambda_a(x)$$

inverses Element:

$$\lambda_a \circ \lambda_{a^{-1}}(x) = \lambda_e(x)$$

$$a \oplus a^{-1} \oplus x = e \oplus x$$

8.2.2

$$h : < G, \oplus > \rightarrow < T, \circ >$$

$$h(a) = \lambda_a$$

$$h(a \oplus b) =^! h(a) \circ h(b)$$

$$h(a \oplus b) = \lambda_{a \oplus b}(x)$$

$$= a \oplus b \oplus x$$

$$= \lambda_a(b \oplus x)$$

$$= \lambda_a(\lambda_b(x))$$

$$= \lambda_a \circ \lambda_b(x)$$

$$= h(a) \circ h(b)$$

8.3

8.3.1

$\langle A, \oplus, \odot \rangle \supseteq B \subseteq A$
 $\langle \{a \in A \mid b \odot a = a \odot b, \forall b \in B\}, \oplus, \odot \rangle$ ist Unterring von $\langle A, \oplus, \odot \rangle$

Tipp:

$$(\forall a, b \in A : a \odot (-b) = (-a) \odot b = -(a \odot b) \wedge (-a) \odot (-b) = a \odot b)$$

Kriterien Bezüglich des Plusoperanden:

Assoziativität:

Aus $A' \subseteq A$ folgt, dass $\forall a, c, d \in A'. a \oplus (c \oplus d) = (a \oplus c) \oplus d$ gilt.

neutrales Element:

$$b \odot 0 = 0 \odot b \Rightarrow 0 \text{ in jedem } A' \text{ (Folie 272)}$$

inverses Element:

$$b \odot (-a) = -(b \odot a) = -(a \odot b) = (-a) \odot b$$

Kommutativität:

$$\forall a, c \in A'. a \oplus c = c \oplus a, \text{ da } A' \subseteq A$$

Kriterien Bezüglich des Maloperanden:

Assoziativität:

$$\forall a, c, d \in A. a \odot (c \odot d) = (a \odot c) \odot d, \text{ da } A' \subseteq A$$

8.3.2

Ring mit $0 = 1$ sei ein Nullring!

Annahme $a \in R \wedge a \neq 0$

$$a \odot 1 = a \neq 0$$

$$0 = 1 \text{ müsste } a \odot 1 = 0$$