MafI 1 UB02

Max Springenberg

March 15, 2017

2.1 Praedikatenlogik

2.1.1

Praedikat kgV(n,m,x) ist dann erfuellt, wenn x das kgV von n und m ist

$kgV(n,m,x) =_{df} n|x \wedge m|x \wedge \forall y.(n|y \wedge m|y) \Rightarrow y \geq x$

2.1.2

$\forall n \in \mathbb{N}_{>2}.\exists p, p' \in P = \{\forall y.y|n' \Rightarrow y = n'|n' \in \mathbb{N}\}.n = p + p'$

2.1.3

$\neg(\exists e \in \mathbb{R}.e > 0 \wedge \forall n_0 \in \mathbb{N}.\exists n \in \mathbb{N}.n \geq n_0 \wedge \frac{1}{n} \geq e)$
$\equiv \forall e \in \mathbb{R}.e > 0 \Rightarrow \exists n_o \in \mathbb{N}.\forall n \in \mathbb{N}.(n \geq n_0) \Rightarrow (\frac{1}{n} < e)$

2.2 Relation

2.2.1

gesucht: $(R^{-1} \odot S) \odot T$

$R^{-1} = \{(4,2),(6,2),(6,3)\}$
$R^{-1} \odot S = \{(4,5),(4,6),(6,5),(6,6)\}$
$(R^{-1} \odot S) \odot T = \{(4,2),(4,6),(4,1),(4,5),(6,2),(6,6),(6,1),(6,5)\}$

2.2.2

nicht rechtseindeutig:
$1|1 \wedge 1|2$

nicht linkseindeutig
$1|2 \wedge 2|2$

rechtstotal: $\forall n \in \mathbb{N}.1|n$
linkstotal: $\forall n \in \mathbb{N}.m|n$

2.2.3

$R = \emptyset = R^{-1}, A = \{1\}, I_A = \{(1,1)\}$
$R \odot R^{-1}$

2.3 Injektiv, Surjektiv

2.4

$sei\ F(x) = F(y)$
$(-1)^x * x = (-1)^y * y \Leftrightarrow x = y \Rightarrow injektiv$
$|\mathbb{N}| < |\mathbb{Z}| \Rightarrow$ nach Schubfachprinzip nicht surjektiv

2.4.1

$|\mathbb{Z}| > |\mathbb{N}| \Rightarrow$ nach Schubfachprinzip nicht injektiv
$\forall n \in \mathbb{N}. g(n) = n \Rightarrow surjektiv$

2.4.2

injektiv, da Vorzeichenwechsel aus f durch g neutralisiert wird.
surjektiv, da $\forall n \in \mathbb{N}. g \circ f(n) = |(-1)^n * n| = n$

2.4.3

nicht injektiv, da g nicht injektiv
nicht surjektiv, da f nicht surjektiv

2.4.4 Schubfachprinzip

Beweis durch Wiederspruch:
Annahme: es ex. keine zwei nichtleere disj. Mengen $Y, Y' \subset X$
Summe Y = Summe Y'

damit ex. fuer jede Teilmenge von X eine unterschiedliche Summe.
$2^{10} = 1024$ unterschiedliche Teilmengen.

Die Summen sind $\in \{1, .., 955\}$

Das Schubfachprinzip sagt, dass es keine injektive Funkt. gibt, die den Teilmengen Summen zuordnet.
Somit muss es Teilmengen mit den selben Summen geben.

Alternativ:

Kontraposition wie folgt:
$\neg(\exists Y, Y' \subseteq X.sum(Y) = sum(Y'))$
$\equiv \forall Y, Y' \subseteq X.sum(Y) \neq sum(Y'))$

$x \in X \Rightarrow x \in \{1, .., 100\}$

mit sum(A) definiert als:
$A = \{a_0, .., a_n\}$
$sum(A) := a_0 + .. + a_n$
mit m,n:
sei b() die Betragsfunktion aller Elemente in einer Menge A
$n = x_0,$
$m \geq 2 * b(X) + n$

mit Y und Y' wie folgt definiert:
$Y = \{n, n+2, n+4, .., (m-(n+4)), (m-(n+2)), (m-n)\}$
$Y' = \{(n+1), (n+3), (n+5), .., (m-(n+5)), (m-(n+3)), (m-(n+1))\}$
gilt:
$Y \cap Y' = \emptyset$
$sum(Y) = 5 * m = sum(Y')$ ↯
dies gilt bereits fuer Mengen mit $(m-n)$ verschiedenen Elementen.
in diesem Fall gitl $(m-n) = 2 * b(X) = 20$