

MafI 1 UB04

January 15, 2017

## 4.1 Induktives Definieren

### 4.1.1

$$\begin{aligned}f(0) &= k^0 \\f(n) &= f(n-1) * k\end{aligned}$$

### 4.1.2

Eine n-elementige Menge hat  $2^n$  Teilmengen

$$\begin{aligned}f(0) &= 2^0 = 1 \\f(n) &= f(n-1) * 2\end{aligned}$$

## 4.2 Backus-Natur-Form

### 4.2.1

$\langle AT \rangle ::= \langle Dezimalzahl \rangle \mid \langle V \rangle \mid (\neg \langle AT \rangle) \mid (\langle AT \rangle + \langle AT \rangle) \mid (\langle AT \rangle * \langle AT \rangle)$   
 $\langle V \rangle ::= X \mid Y \mid Z$

$\langle AT \rangle \Rightarrow (\langle AT \rangle * \langle AT \rangle)$   
 $\Rightarrow ((\langle AT \rangle * \langle AT \rangle) * (\neg \langle AT \rangle))$   
 $\Rightarrow (((\langle AT \rangle * \langle AT \rangle) * (\langle AT \rangle + \langle AT \rangle)) * (\neg(\neg \langle AT \rangle)))$   
 $\Rightarrow ((((\neg \langle AT \rangle) * \langle AT \rangle) * (\langle AT \rangle + \langle AT \rangle)) * (\neg(\neg \langle AT \rangle)))$   
 $\Rightarrow ((((\neg \langle V \rangle) * \langle Dezimalzahl \rangle) * (\langle V \rangle + \langle V \rangle)) * (\neg(\neg \langle Dezimalzahl \rangle)))$   
 $\Rightarrow ((((-X) * 5) * (X + Y)) * (\neg(-3)))$

### 4.2.2

$\langle Dezimalzahl \rangle ::= \langle Zahl \rangle \langle Dezimalzahl \rangle \mid \langle Zif \rangle$   
 $\langle Zahl \rangle ::= 1 \mid .. \mid 9$   
 $\langle Zif \rangle ::= 0 \mid .. \mid 9$

### 4.3 Partielle Ordnung, Quasiordnung

#### 4.3.1

*reflexiv :*

$$\{(a, a), (b, b), (c, c)\} \in R$$

*offensichtlich transitiv*

*antisymmetrisch :*

$$\text{offensichtlich } (a = a, b = b, c = c)$$

$\Rightarrow R$  ist partielle Ordnung

#### 4.3.2

*reflexiv :*

$$|x| \leq |x| \Rightarrow xRx$$

*transitiv :*

$$|x| \leq |y| \wedge |y| \leq |z| \Rightarrow |x| \leq |z| \Rightarrow xRz$$

*antisymmetrisch :*

$$|-1| \leq |1| \wedge |1| \leq |-1|$$

$$-1 \neq 1 \nmid$$

$\Rightarrow R$  ist Quasi-Ordnung

#### 4.3.3

*reflexiv :*

$$x = y = x \Rightarrow xRx$$

*transitiv :*

$$x = y \wedge y = z \Rightarrow x = z$$

$$|x| < |y| \wedge |y| < |z| \Rightarrow |x| < |z| \Rightarrow xRz$$

*antisymmetrisch :*

$$(|x| < |y| \vee x = y) \wedge (|y| < |x| \vee y = x) \Rightarrow x = y$$

$\Rightarrow R$  ist partielle Ordnung

## 4.4 Induktives Definieren

### 4.4.1

Anzahl der moeglichen Partitionen  $\pi(n, k)$ , der n-Elementigen Menge  $M$ .

$$\pi(n, k) = \begin{cases} 1, & k = 1 \vee k = n \\ \pi(n-1, k-1) + k * \pi(n-1, k), & \text{sonst} \end{cases}$$

### 4.4.2

$$\begin{aligned} P(5) &= \pi(5, 5) + \pi(5, 4) + \pi(5, 3) + \pi(5, 2) + \pi(5, 1) \\ &= 2 + \pi(5, 4) + \pi(5, 3) + \pi(5, 2) \\ &= 52 \end{aligned}$$

*N.R.* :

$$\begin{aligned} \pi(5, 4) &= \pi(4, 3) + 4 * \pi(4, 4) = (\pi(3, 2) + 3) + 4 = \pi(2, 1) + 9 = 10 \\ \pi(5, 3) &= \pi(4, 2) + 3 * \pi(4, 3) + \pi(3, 1) + 2 * \pi(3, 2) + 18 = 25 \\ \pi(5, 2) &= 15 \end{aligned}$$