Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

OKE ŁÓDŹ
CKE

MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

PRZYKŁADOWY ZESTAW ZADAŃ NR 1

Czas pracy 120 minut

MARZEC
ROK 2008

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 7 stron (zadania 1 – 13). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. *(3 pkt)*

Rozwiąż nierówność $2x^2 < -260 + 53x$. Podaj wszystkie liczby całkowite, które spełniają tę nierówność.

Zadanie 2. *(6 pkt)*

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.

a) Wyznacz pierwiastki tego wielomianu.

b) Sprawdź, czy wielomiany $W(x)$ i $P(x) = (x+2)(x^2 - 2x + 4) + (x+2)(2x-13)$ są równe.

c) Uzasadnij, że jeśli $x > \sqrt{10}$, to $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 > 0$.

Zadanie 3. *(3 pkt)*

Każdej karcie bankomatowej jest przypisany numer identyfikacyjny zwany kodem PIN. Kod ten składa się z czterech cyfr (cyfry mogą się powtarzać, ale kodem PIN nie może być 0000). Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo utworzonym kodzie PIN żadna cyfra się nie powtórzy. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 4. *(3 pkt)*

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b określamy liczby $a \circ b$ i $a * b$ w następujący sposób:

$a \circ b$ = liczba nie mniejsza spośród liczb a i b,
$a * b$ = liczba nie większa spośród liczb a i b.

Na przykład: $7 \circ 3 = 7$, $15 \circ 15 = 15$, $7 * 3 = 3$, $(-6) * 4 = -6$, $(-3) * (-3) = -3$.

Oblicz:

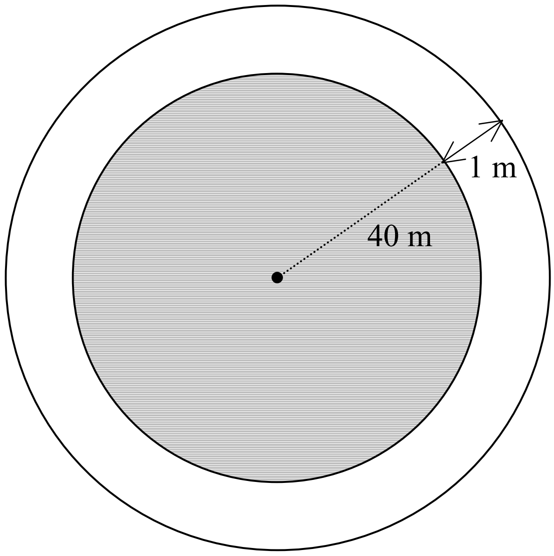
a) $(-5) \circ 4 =$

b) $(2005 * 2007) \circ (-2006) =$

c) $(5 \circ 6) * (2 \circ 7) =$

Zadanie 5. *(3 pkt)*

Ogrodnik opiekujący się klombem w kształcie koła o promieniu 40 m chce go powiększyć, sadząc wokół niego kwiatki na grządce o szerokości 1 m (patrz rysunek). Oblicz, o ile procent ogrodnik chce powiększyć powierzchnię tego klombu.



Zadanie 6. *(5 pkt)*

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) dla $n \geq 1$ jest określony wzorem

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{gdy } n \text{ jest nieparzyste,} \\ 0 & \text{gdy } n \text{ jest parzyste.} \end{cases}$$

a) Uzupełnij tabelkę:

n	1	2	3	4	5	...	2005	2006	2007	2008
a_n	1	0				...				

b) Oblicz $\left(a_{2005}\right)^{a_{2006}} \cdot \left(a_{2006}\right)^{a_{2007}} \cdot \left(a_{2007}\right)^{a_{2008}}$

c) Oblicz sumę 2008 początkowych wyrazów ciągu (a_n).

Zadanie 7. *(3 pkt)*

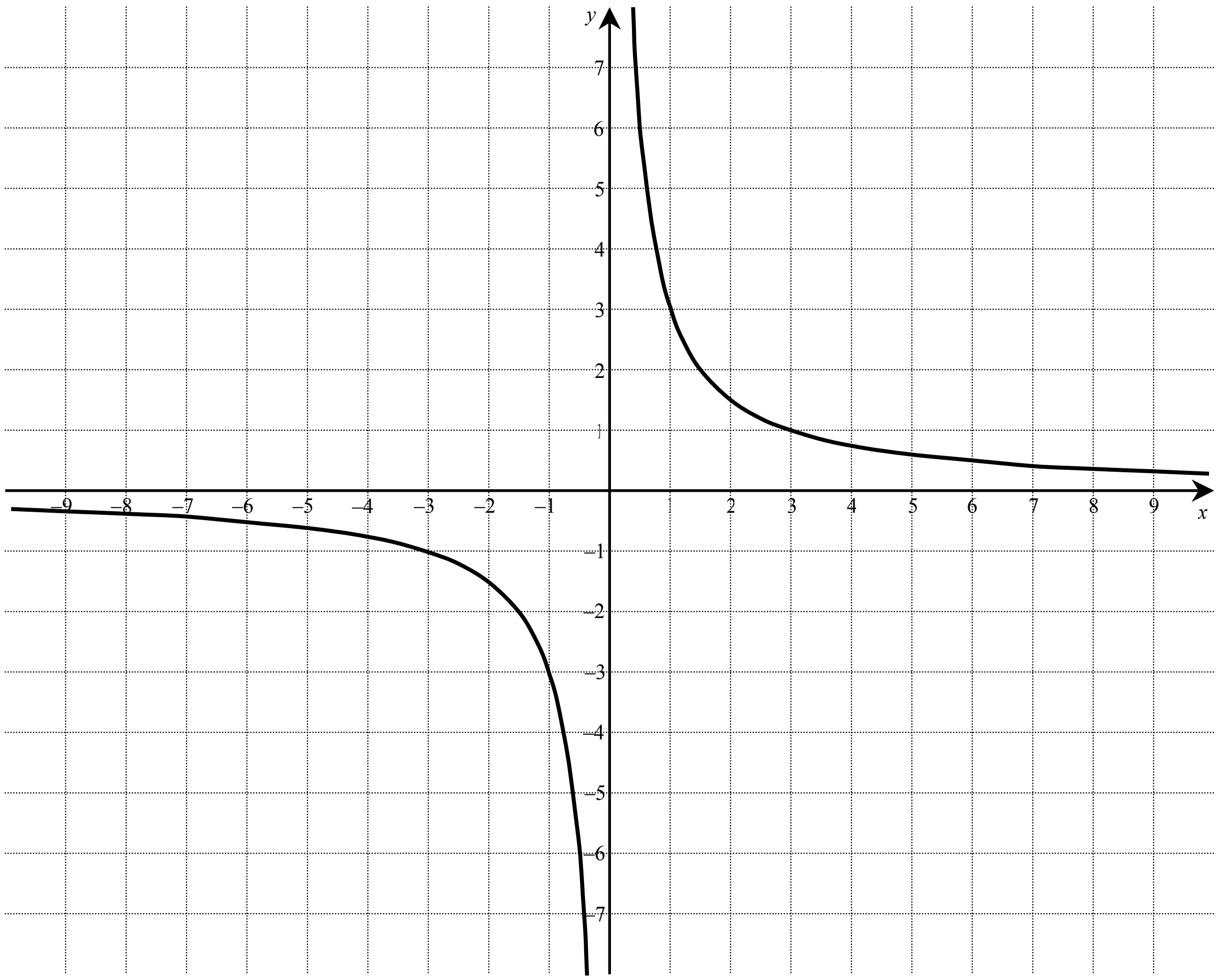
Z krawędzi dachu podrzucono kamień, który po 2 sekundach spadł na ziemię. Wysokość (wyrażoną w metrach), na jakiej znajdował się kamień nad ziemią po upływie t sekund od chwili jego podrzucenia, opisuje funkcja $h(t) = -5t^2 + 5t + 10$, gdzie $t \in \langle 0, 2 \rangle$.

a) Podaj, z jakiej wysokości (od ziemi) kamień został podrzucony.
b) Oblicz, po jakim czasie od momentu podrzucenia kamień osiągnął największą wysokość.
c) Oblicz największą wysokość (od ziemi), na jaką wzniósł się ten kamień.

Zadanie 8. *(4 pkt)*

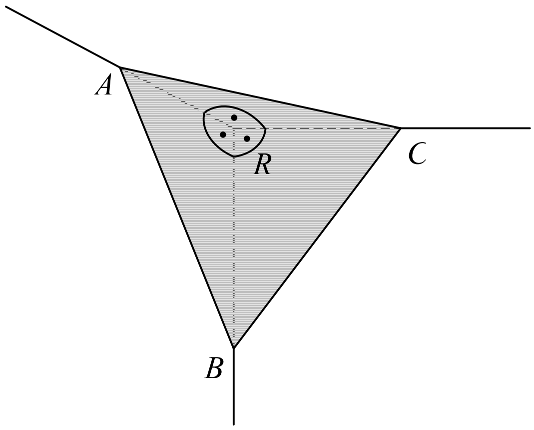
Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f określonej wzorem $f(x)=\frac{3}{x}$ dla $x \neq 0$. Wykres ten przesunięto o 2 jednostki w górę wzdłuż osi Oy. Otrzymano w ten sposób wykres funkcji g o wzorze $g(x)=\frac{3}{x}+2$ dla $x \neq 0$.

a) Narysuj wykres funkcji g.
b) Oblicz największą wartość funkcji g w przedziale $\langle 21, 31 \rangle$.
c) Podaj, o ile jednostek wzdłuż osi Ox należy przesunąć wykres funkcji g, aby otrzymać wykres funkcji przechodzący przez początek układu współrzędnych.



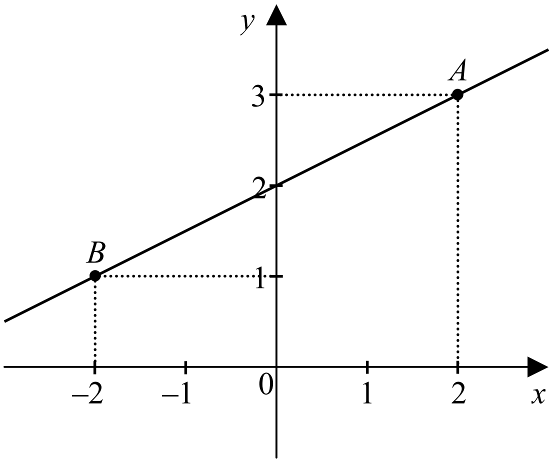
Zadanie 9. *(4 pkt)*

Narożnik między dwiema ścianami i sufitem prostopadłościennego pokoju należy zamaskować trójkątnym fragmentem płyty gipsowo-kartonowej (patrz rysunek). Wiedząc, że $RA = RB = RC = 1\,\mathrm{m}$, oblicz objętość narożnika zamaskowanego tą płytą. Wynik zaokrąglij do 0,01 m^3.



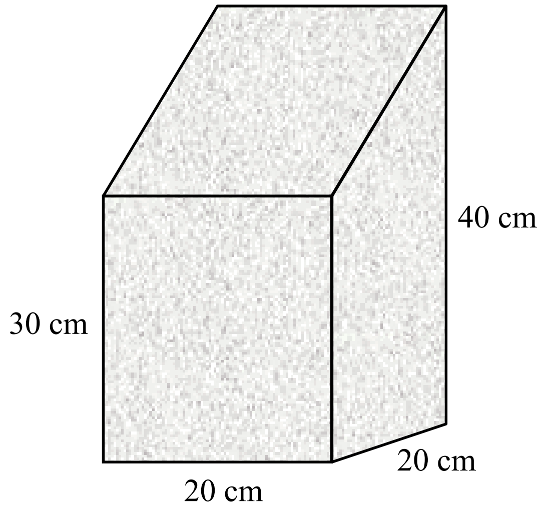
Zadanie 10. *(4 pkt)*

Na płaszczyźnie dane są punkty $A = (2,3)$ i $B = (-2,1)$ (patrz rysunek). Zbadaj, czy punkty $K = (36,21)$ i $L = (-37,-15)$ leżą po tej samej stronie prostej AB. Podaj odpowiedź i jej uzasadnienie.



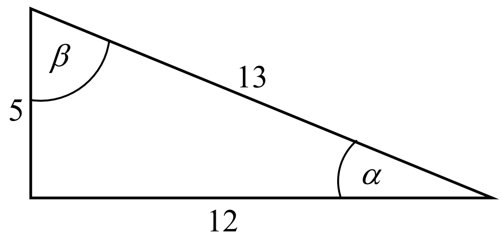
Zadanie 11. *(4 pkt)*

Spawacz ma wykonać z blachy konstrukcję, której podstawą jest kwadrat a ściany boczne są prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Wymiary elementów są podane na rysunku. Oblicz pole powierzchni tej konstrukcji (wszystkich sześciu ścian). Wynik podaj z zaokrągleniem do $1\,\mathrm{cm}^2$.



Zadanie 12. *(4 pkt)*

Na rysunku oznaczono kąty oraz podano długości boków trójkąta prostokątnego. Oblicz, które z wyrażeń ma większą wartość: $\mathrm{tg}\alpha \cdot \sqrt{1-\cos^2\beta} + \sin\alpha$ czy $\mathrm{tg}\beta \cdot \sqrt{1-\cos^2\alpha} + \sin\beta$.



Zadanie 13. *(4 pkt)*

Właściciel kiosku notował liczbę biletów komunikacji miejskiej sprzedanych w kolejnych godzinach. Wyniki obserwacji zapisał w tabeli.

Czas obserwacji	Liczba biletów
5:00 – 6:00	2
6:00 – 7:00	3
7:00 – 8:00	9
8:00 – 9:00	8
9:00 – 10:00	6
10:00 – 11:00	4
11:00 – 12:00	3
12:00 – 13:00	3
13:00 – 14:00	3
14:00 – 15:00	5
15:00 – 16:00	8
16:00 – 17:00	6

a) Oblicz średnią liczbę biletów sprzedawanych w ciągu 1 godziny.
b) Wynikiem „typowym” nazywamy wynik, który różni się od średniej o mniej niż jedno odchylenie standardowe. Podaj wszystkie godziny, w których liczba sprzedanych biletów **nie była** „typowa”.

BRUDNOPIS