

**MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA  
ARKUSZ II**

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
11	Wyznaczenie wartości parametru $m$ , wiedząc że liczba $-1$ jest pierwiastkiem równania ( <i>1 punkt przyznajemy za metodę, 1 punkt za obliczenia</i> ): $m = -2$	2
	Wykorzystanie twierdzenia Bezout'a i wykonanie dzielenia przez dwumian $(x+1)$ ( <i>1 punkt przyznajemy za metodę, 1 punkt za obliczenia</i> ). Wynik dzielenia: $2x^2 + 5x + 2$	2
	Obliczenie pozostałych pierwiastków równania: $x_1 = -\frac{1}{2}$ , $x_2 = -2$	1
12	Wyznaczenie sinusa kąta przy wierzchołku C: $\sin \gamma = \frac{4}{5}$	1
	Wyznaczenie cosinusa kąta przy wierzchołku C: $\cos \gamma = -\frac{3}{5}$	1
	Obliczenie długości boku AB: $ AB  = \sqrt{241} \text{ cm}$ ( <i>1 pkt. za zastosowanie twierdzenia cosinusów, odpowiedź punktujemy także gdy podana jest w formie <math> AB  = \sqrt{241}</math> lub <math> AB  \approx 15,5</math> )</i> )	2
13	Podanie zbioru rozwiązań nierówności $ x - 5\pi  \leq 5\pi$ : $x \in \langle 0, 10\pi \rangle$ ( <i>zdający może rozwiązać nierówność lub wykorzystać interpretację geometryczną wartości bezwzględnej</i> )	1
	Podanie wartości liczbowej wyrażenia $\operatorname{ctg} \frac{25}{2}\pi$ : $\operatorname{ctg} \frac{25}{2}\pi = 0$	1
	Rozwiązanie równania $\sin 3x = 0$ : $x = k \cdot \frac{\pi}{3} \wedge k \in \mathbb{C}$ ( <i>punkt przyznajemy także, gdy zdający nie poda, że <math>k \in \mathbb{C}</math> )</i> )	1
	Zauważenie, że kolejne rozwiązania równania trygonometrycznego, są wyrazami ciągu arytmetycznego, w którym $a_1 = 0 \wedge r = \frac{\pi}{3}$	1
	Ustalenie liczby rozwiązań należących do zbioru $\langle 0, 10\pi \rangle$ : $n = 31$	1
	Obliczenie sumy rozwiązań równania należących do zbioru $\langle 0, 10\pi \rangle$ : $S_{31} = 155\pi$ ( <i>lub sumy 30 początkowych wyrazów ciągu, gdy zdający przyjmie, że <math>a_1 = \frac{\pi}{3}</math></i> ).	1

14	Zapisanie wyrażenia: $a_{n+1} = 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 2$	1
	Wykorzystanie definicji monotoniczności ciągu: $a_{n+1} - a_n = 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 2 - (3n^2 - 3n + 2)$	1
	Przekształcenie różnicy $a_{n+1} - a_n$ do najprostszej postaci; $a_{n+1} - a_n = 6n$	1
	Uzasadnienie, że ciąg $(a_n)$ jest rosnący.	1
	Zapisanie granicy: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n}$ w postaci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{-3n^2 + 3n - 1}$	1
	Zastosowanie właściwego algorytmu obliczania granicy ciągu: np. zapisanie ułamka $\frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n}$ w postaci $\frac{\sqrt[3]{8 + \frac{1}{n^5}}}{-3 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}$	1
	Obliczenie granicy: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n} = -\frac{2}{3}$	1
15	Wyznaczenie wartości parametru c ; c = 8, zapisanie wzoru funkcji $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8$	1
	Wyznaczenie pochodnej funkcji f: $f'(x) = 3x^2 - 12x$	1
	Obliczenie miejsc zerowych pochodnej: $x_1 = 0, x_2 = 4$ i stwierdzenie , że argument $x_2 = 4 \notin < -1; 3 >$	1
	Obliczenie wartości $f(-1) = 1, f(3) = -19$	1
	Podanie wartości największej: $f(0) = 8$ i najmniejszej: $f(3) = -19$	1
	Badanie znaku pochodnej: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty)$ $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0, 4)$ (wystarczy gdy zdający poda zbiór, w którym pochodna jest dodatnia albo ujemna).	1
	Podanie przedziałów monotoniczności funkcji : funkcja rośnie w przedziale $(-\infty, 0)$ oraz w przedziale $(4, \infty)$ i funkcja maleje w przedziale $(0, 4)$ . (nie przyznajemy punktu w przypadku stwierdzenia, że funkcja rośnie w sumie przedziałów).	1
16	Analiza treści zadania i stwierdzenie konieczności wyznaczenia wartości funkcji dla argumentu $x = 2,4$ (lub wyznaczenia argumentu, dla którego funkcja przyjmuje wartość 4).	1
	Obliczenie wartości $f(2,4) = 3,84$ (lub stwierdzenie, że $4 = f\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right) = f\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ )	1
	Porównanie odpowiednich wartości liczbowych i podanie wniosku, że ciężarówka nie zmieści się w tunelu.	1

17	Wyznaczenie współrzędnych środka i długości promienia okręgu $o_1$ : $S = (2, -3)$ , $r = 2$ .	1
	Obliczenie długości promienia okręgu $o_2$ (np. jako $ AS $ ): $R = 5$	1
	Zapisanie równania okręgu $o_2$ : $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$	1
	Obliczenie pola pierścienia (1 punkt przyznajemy za metodę, a jeden za obliczenia): $P = 21\pi$	2
18	Analiza zadania lub sporządzenie rysunku z oznaczeniami	1
	Uzasadnienie podobieństwa odpowiednich trójkątów	1
	Zastosowanie proporcji wynikającej z podobieństwa trójkątów: np. $\frac{13}{x+6} = \frac{7}{x}$	1
	Obliczenie długości wysokości odpowiedniego trójkąta: $x = 7$ .	1
	Obliczenie objętości stożka ściętego: $V = 618\pi \text{ cm}^3$ (1 punkt przyznajemy za metodę i 1 punkt za obliczenia)	2
	Podanie odpowiedzi z uwzględnieniem zadanej dokładności: $V \approx 1941 \text{ cm}^3$	1
19	Określenie liczby $k$ sukcesów w schemacie 20 prób Bernoulliego oraz podanie prawdopodobieństw sukcesu i porażki w jednej próbie : $k = 0$ lub $k = 1$ , $p = 0,1$ $q = 0,9$	1
	Zastosowanie wzoru na prawdopodobieństwo uzyskania $k$ sukcesów w schemacie $n$ prób Bernoulliego i obliczenie właściwego prawdopodobieństwa (1 punkt przyznajemy za metodę i 1 punkt za obliczenia) : $P(B) = (0,1)^{19} \cdot 2,9 \approx 0,406$	2
	Wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega} = \binom{10}{4}$	1
	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających wyborowi dwóch łańcuchów krótkich i dwóch łańcuchów długich: $\overline{A} = \binom{4}{2} \binom{6}{2}$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{3}{7}$	1