



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

MAJ 2011

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Czas pracy:
180 minut**

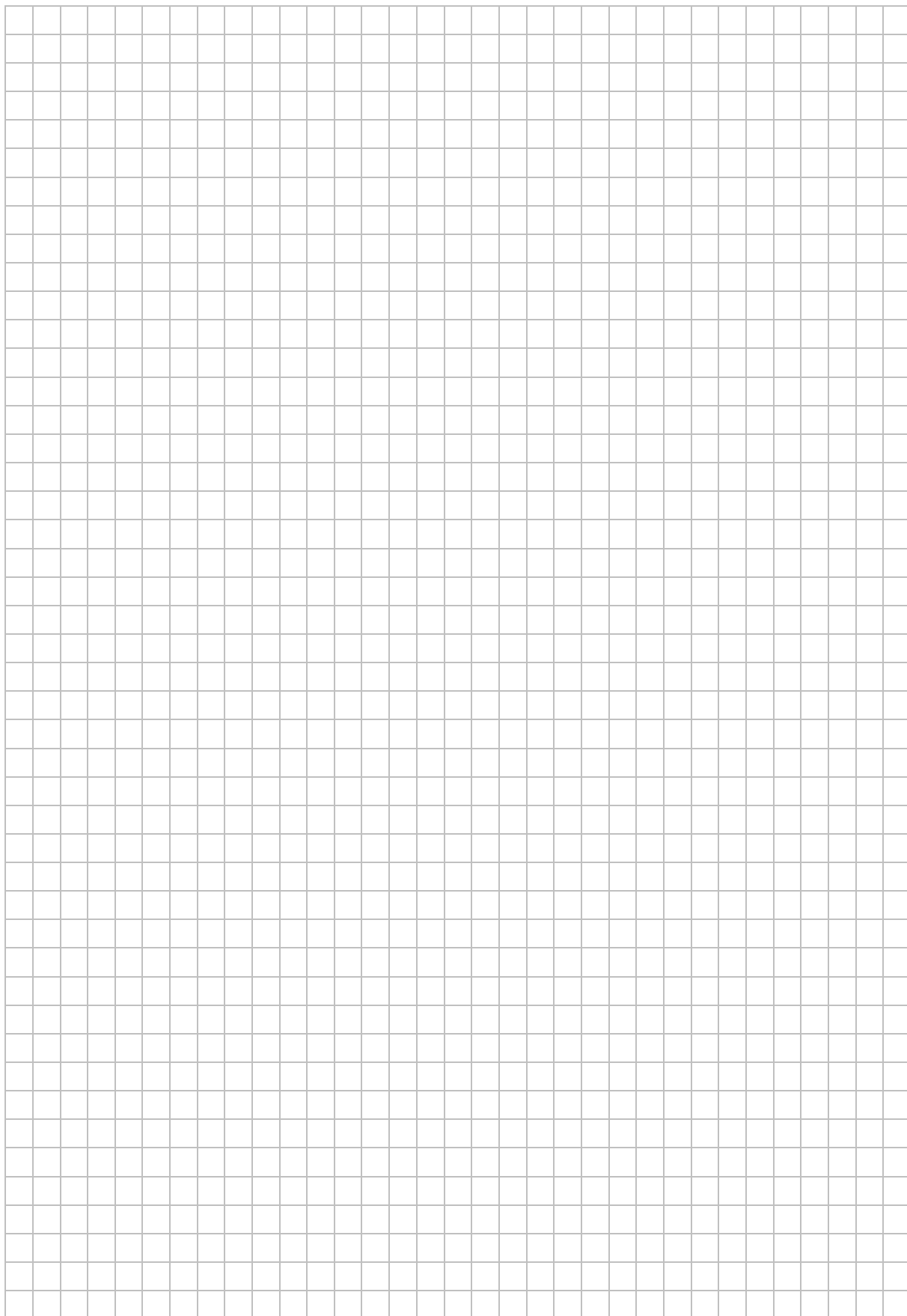
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**



MMA-R1_1P-112

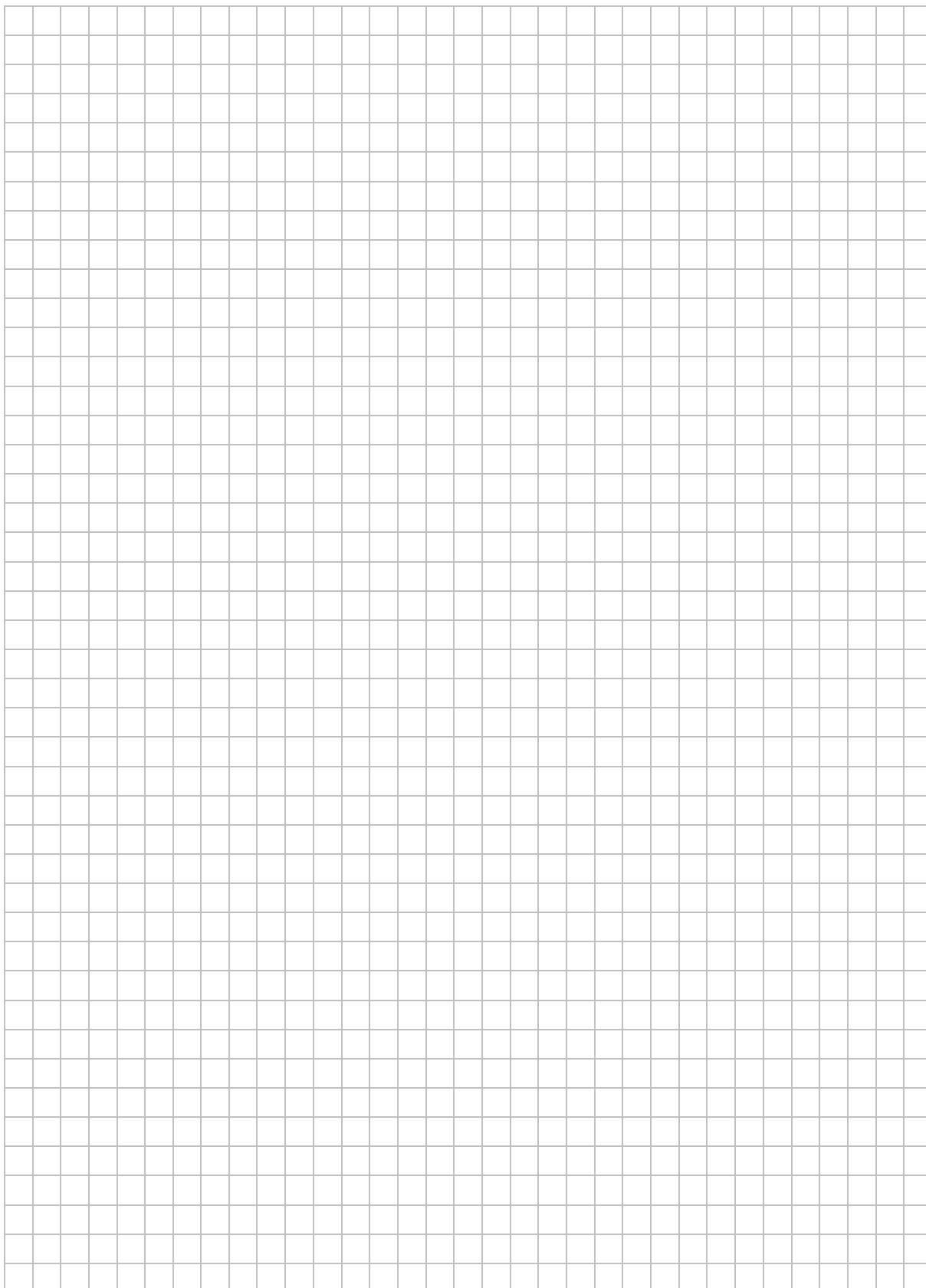
Zadanie 1. (4 pkt)

Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej k liczba $k^6 - 2k^4 + k^2$ jest podzielna przez 36.

A large grid of graph paper, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their justification.

Zadanie 2. (4 pkt)

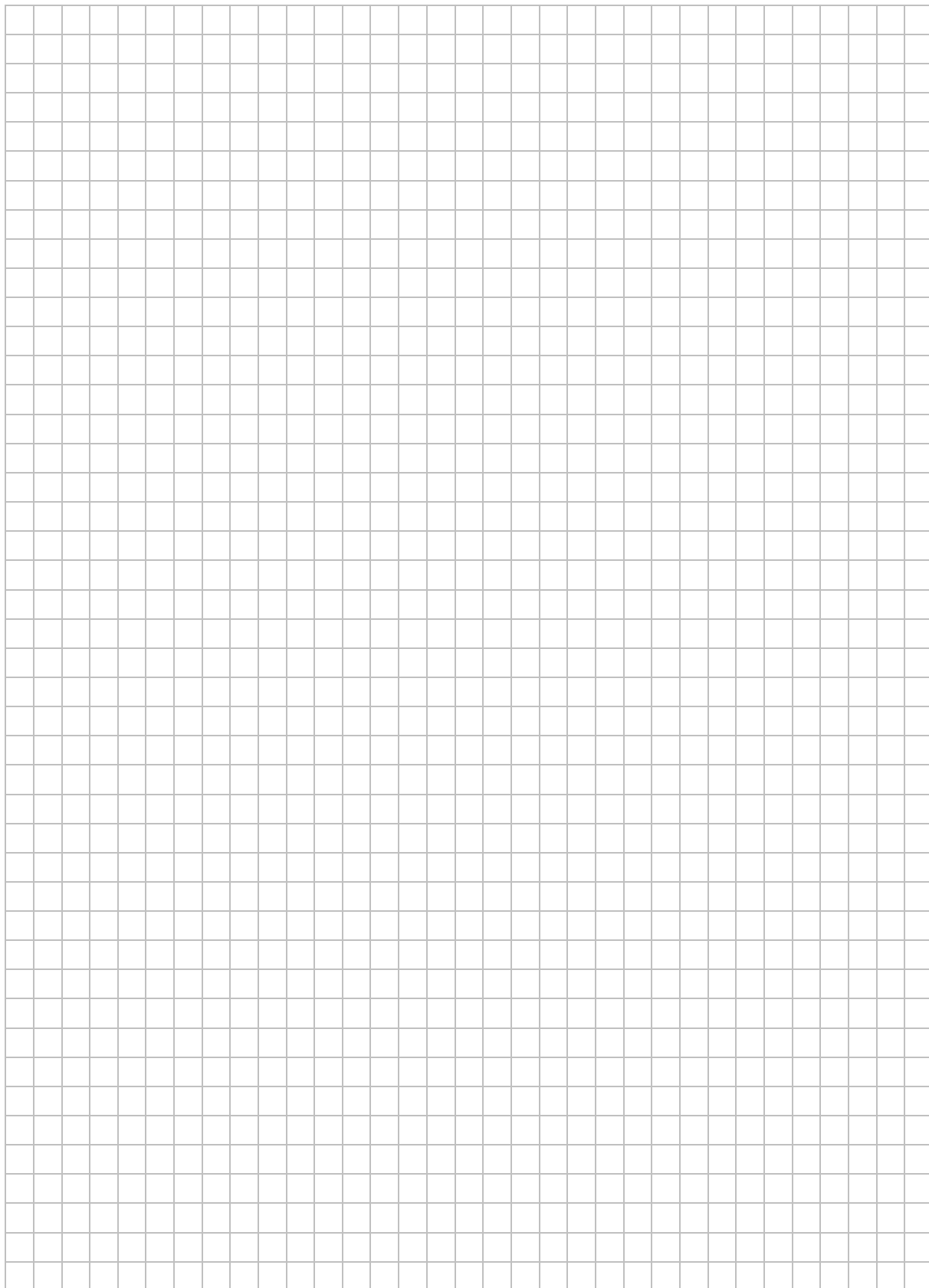
Uzasadnij, że jeżeli $a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$ i $a + b = 2c$, to $\frac{a}{a-c} + \frac{b}{b-c} = 2$.

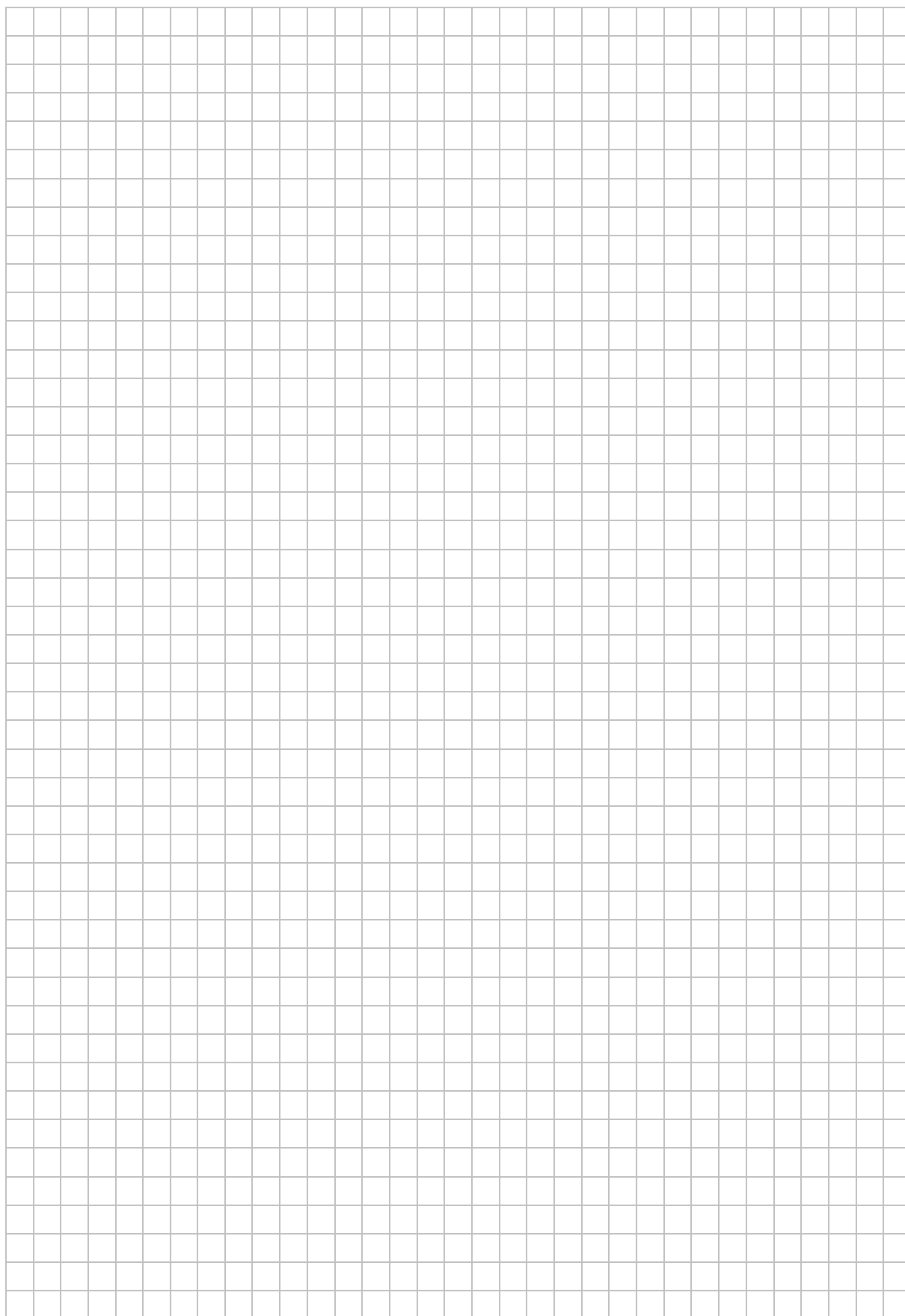


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 3. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 - x_2)^2 < 8(m + 1)$.



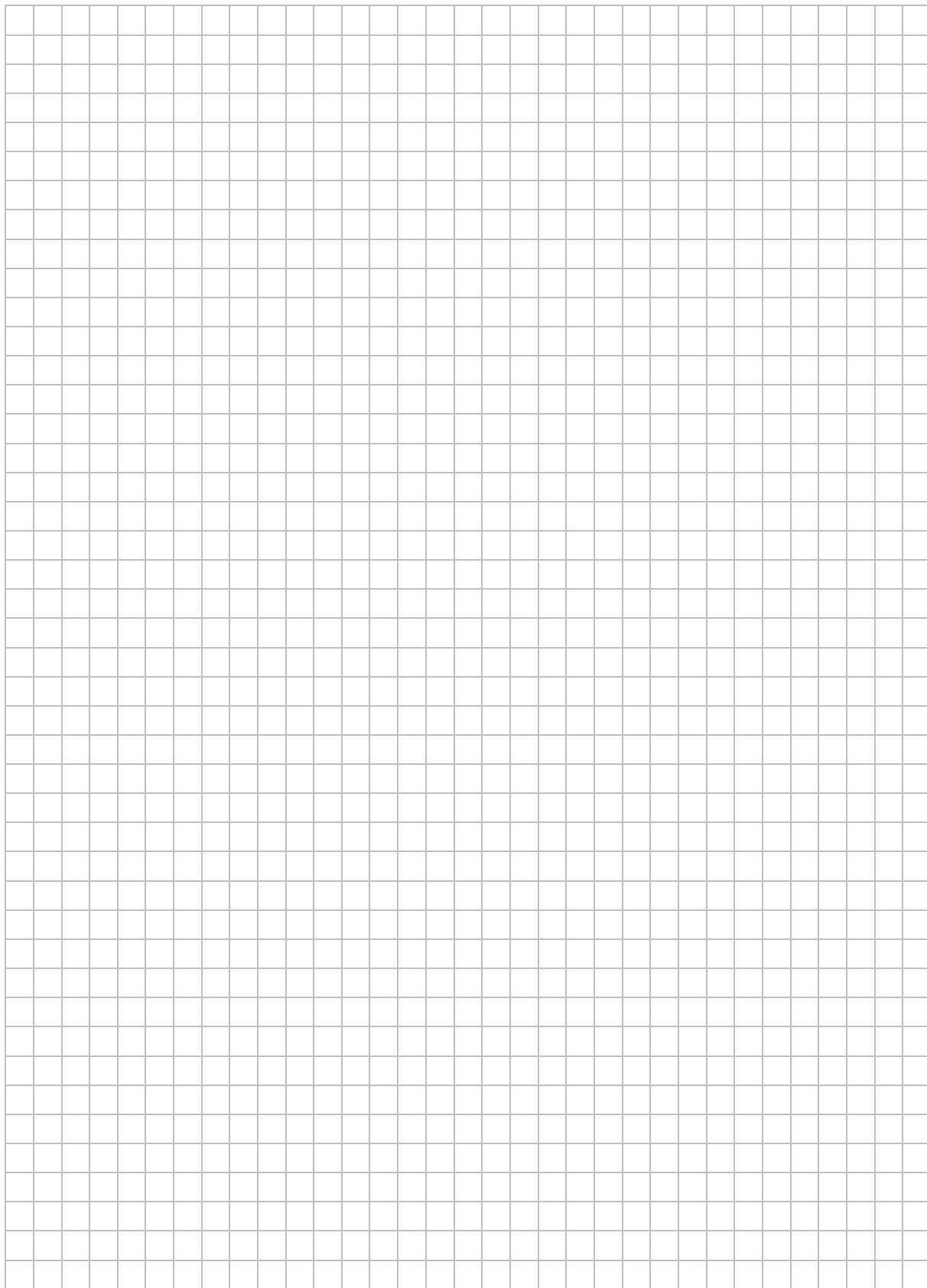


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 4. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

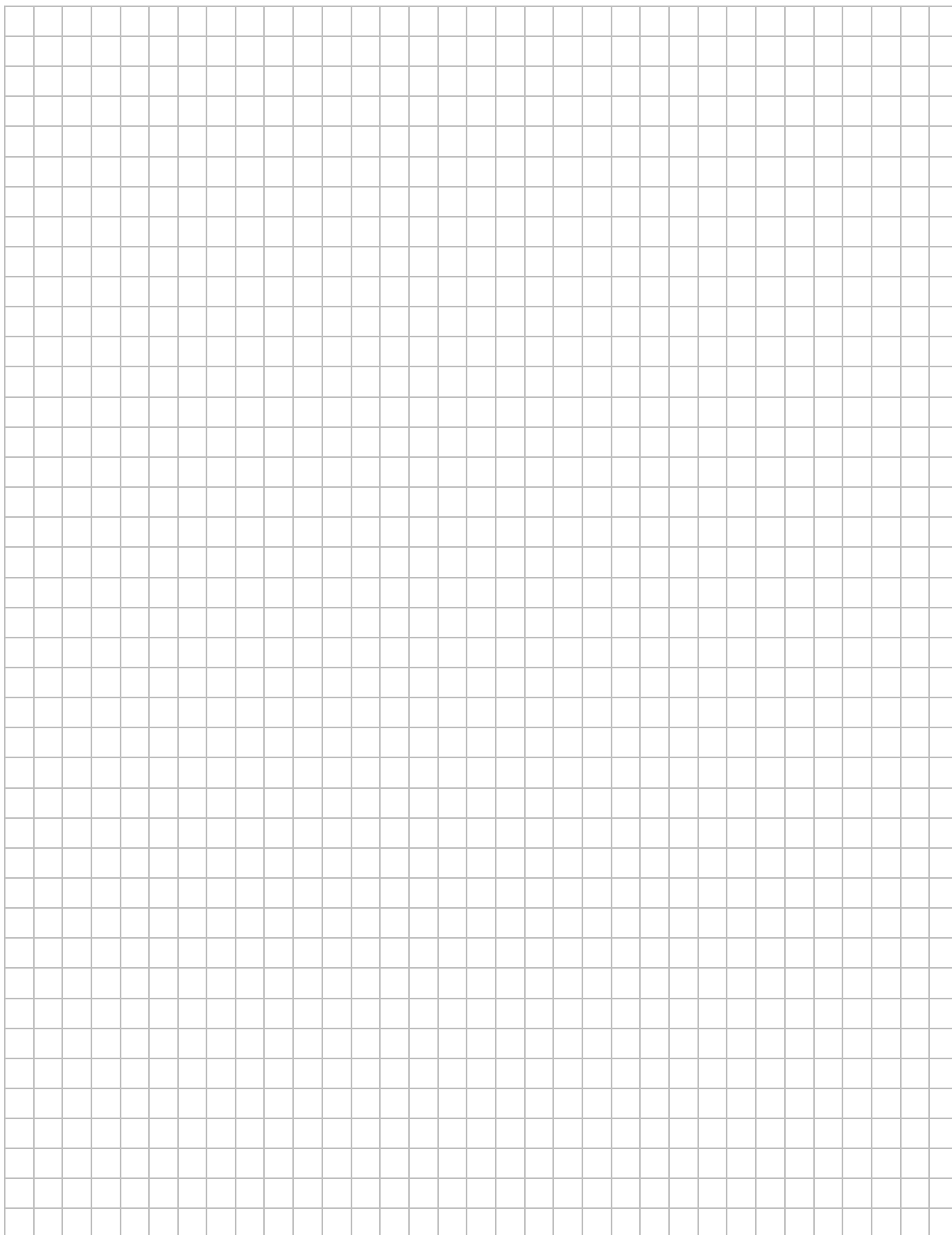
Zadanie 5. (4 pkt)

O ciągu (x_n) dla $n \geq 1$ wiadomo, że:

a) ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3^{x_n}$ dla $n \geq 1$ jest geometryczny o ilorazie $q = 27$.

b) $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 145$.

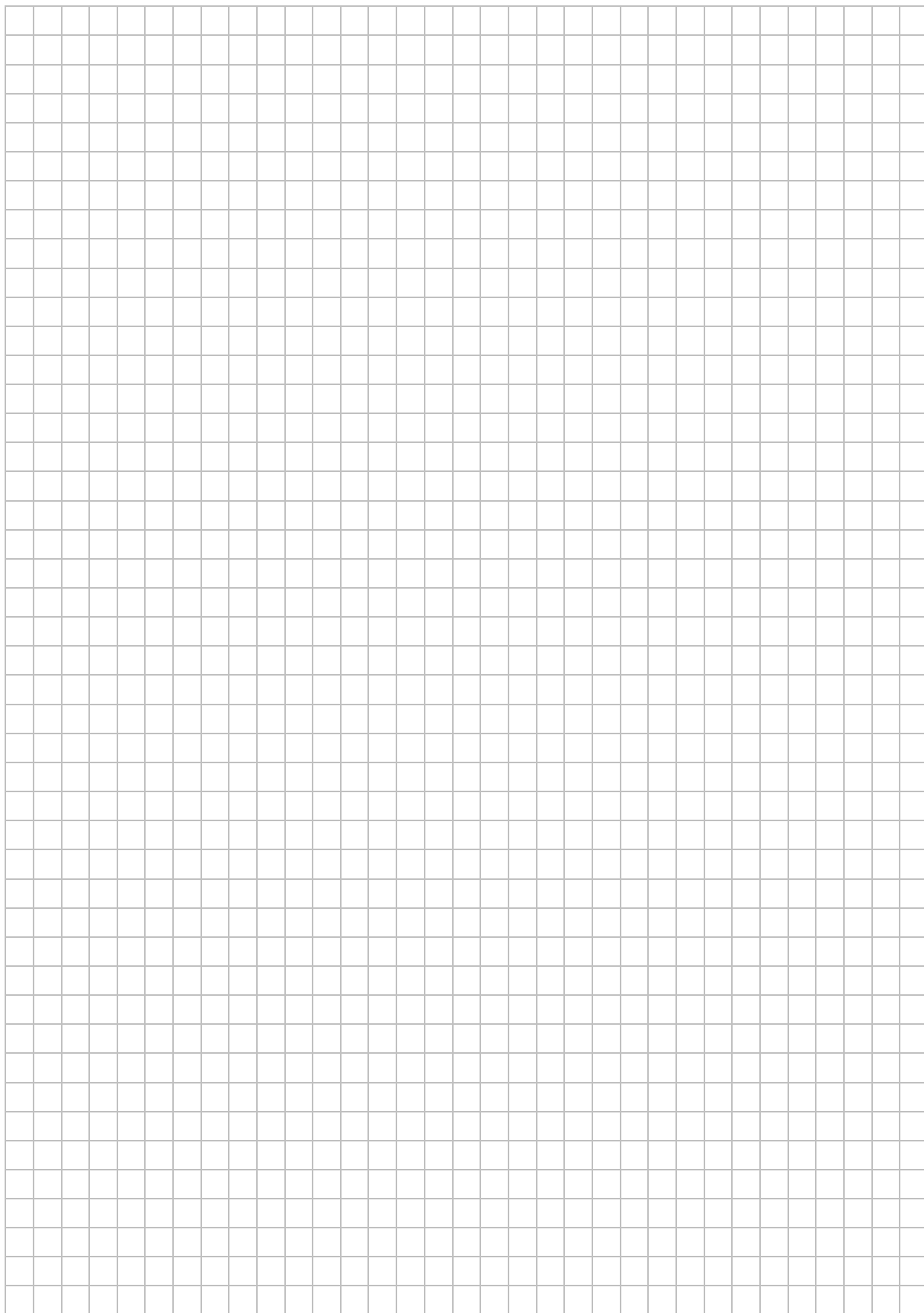
Oblicz x_1 .

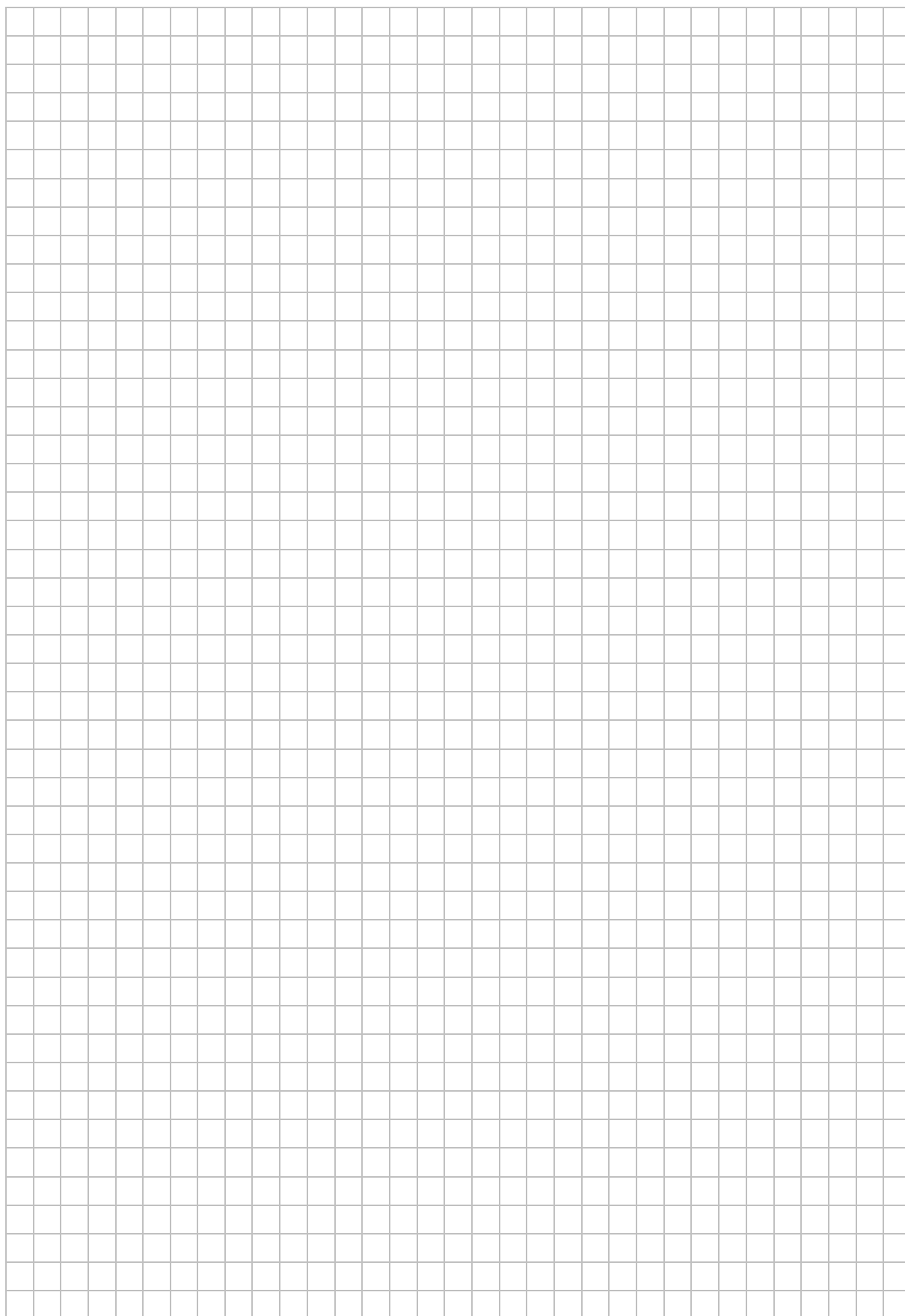


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 6. (4 pkt)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC ma długość 8 oraz $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$. Oblicz długość środkowej AD tego trójkąta.



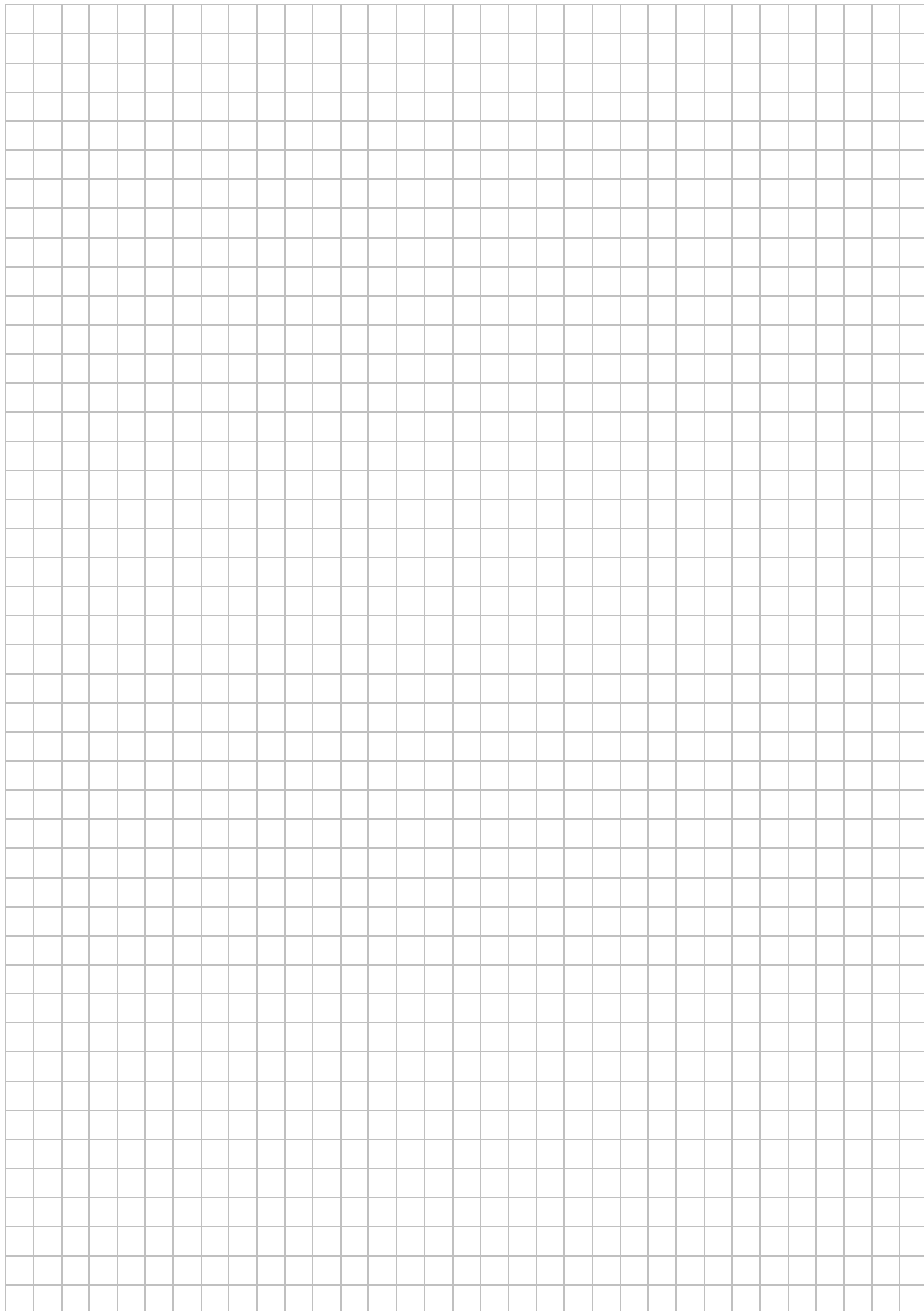


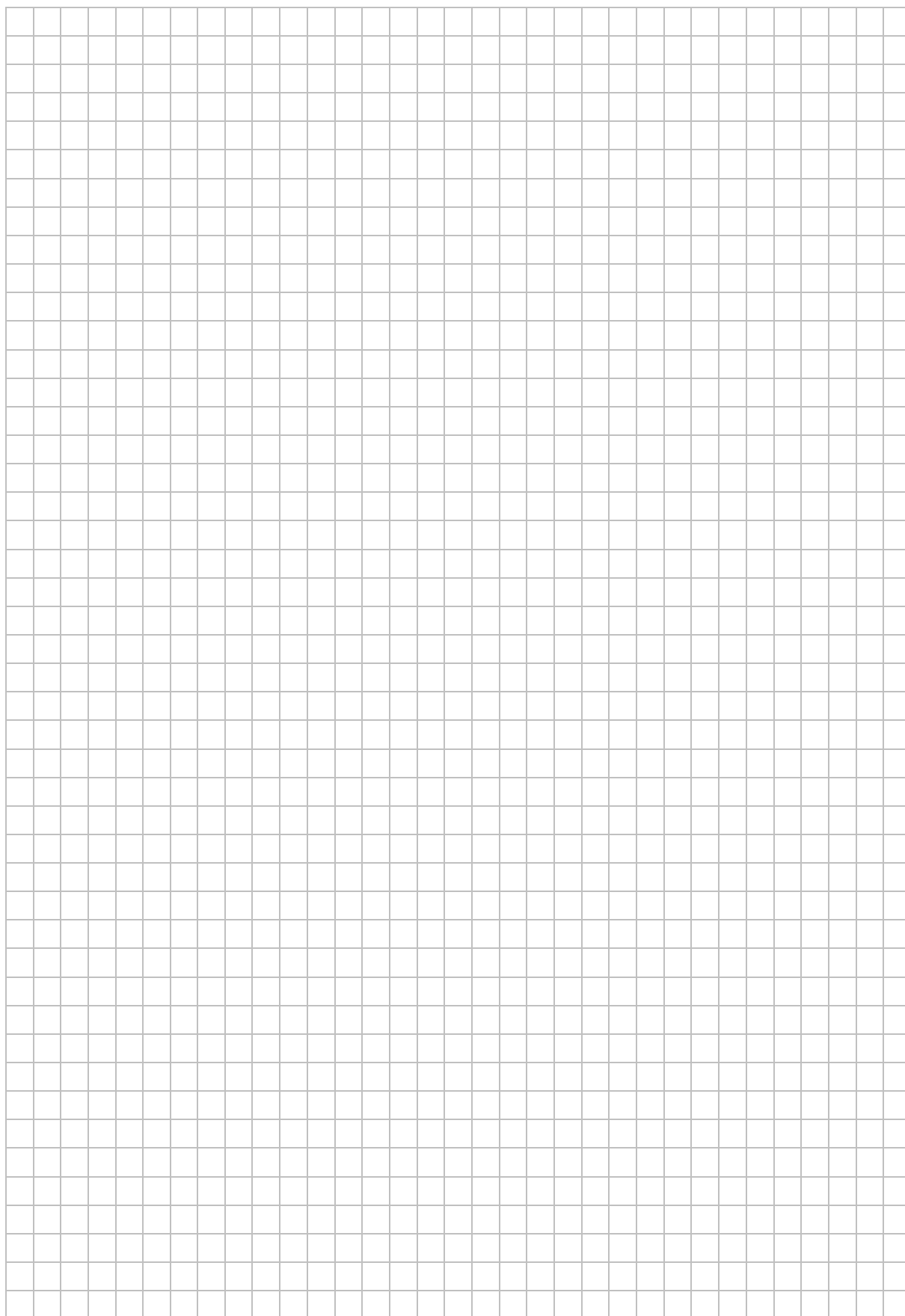
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 7. (4 pkt)

Oblicz miarę kąta między stycznymi do okręgu $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ poprowadzonymi przez punkt $A = (2, 0)$.



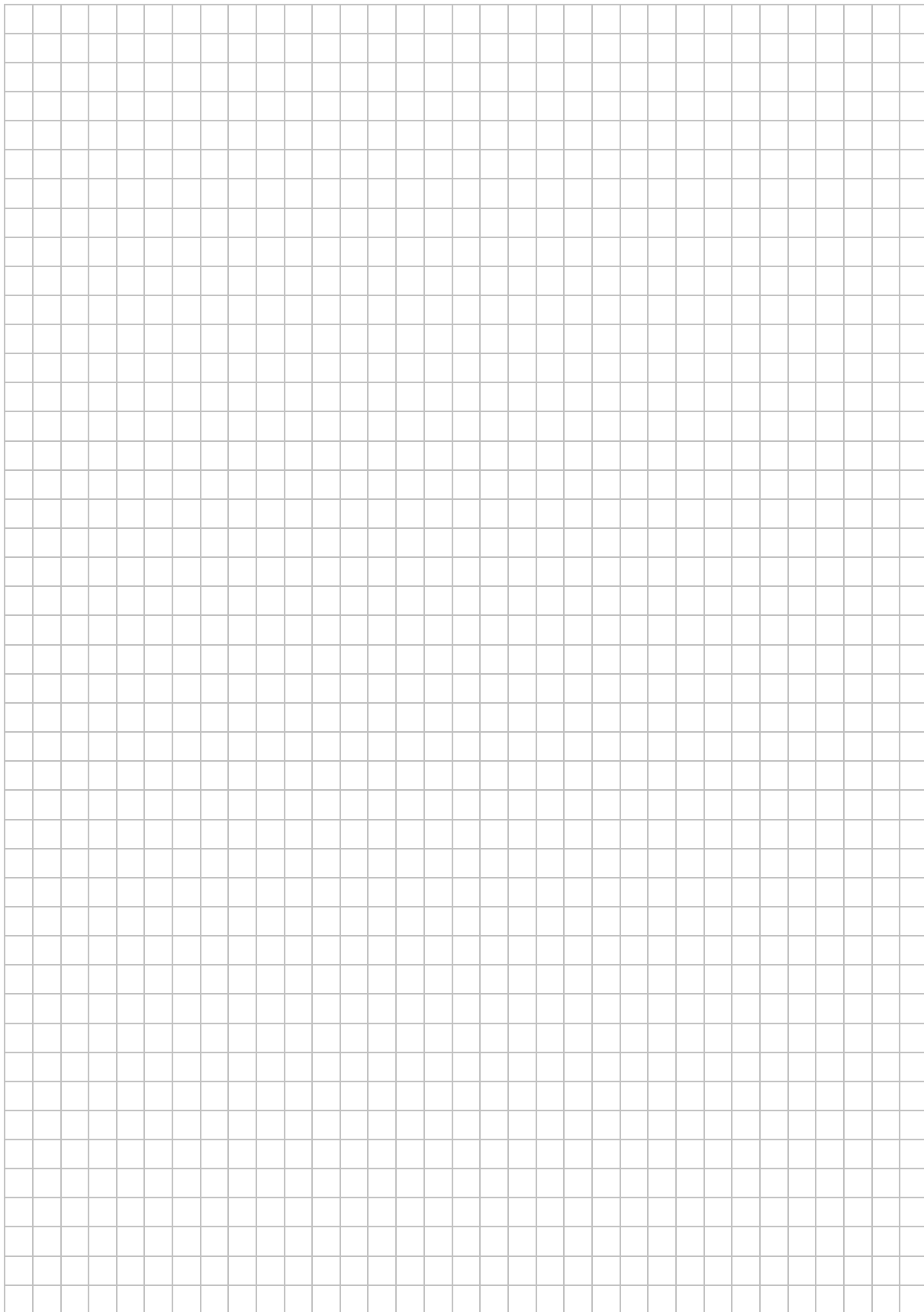


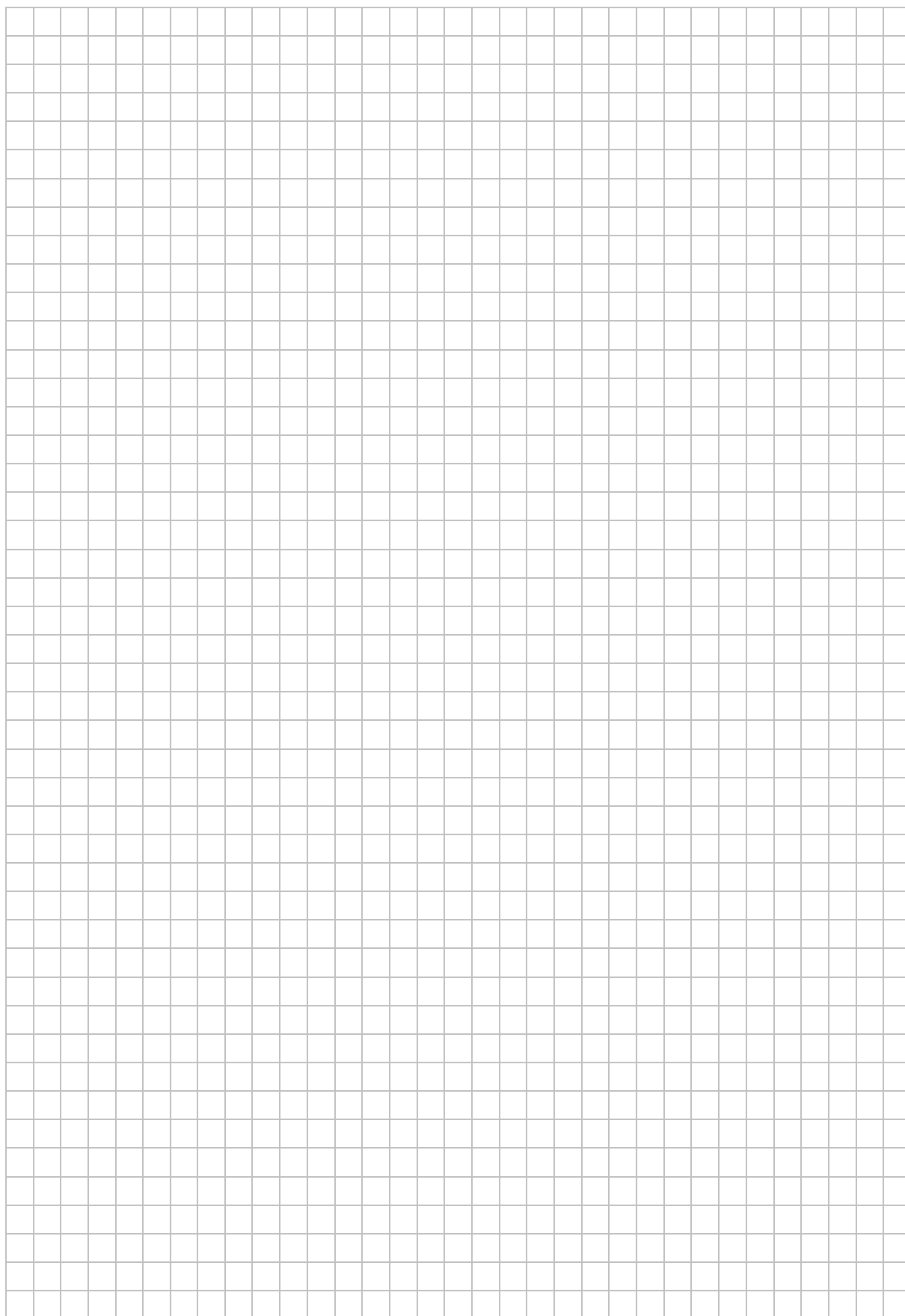
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (4 pkt)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

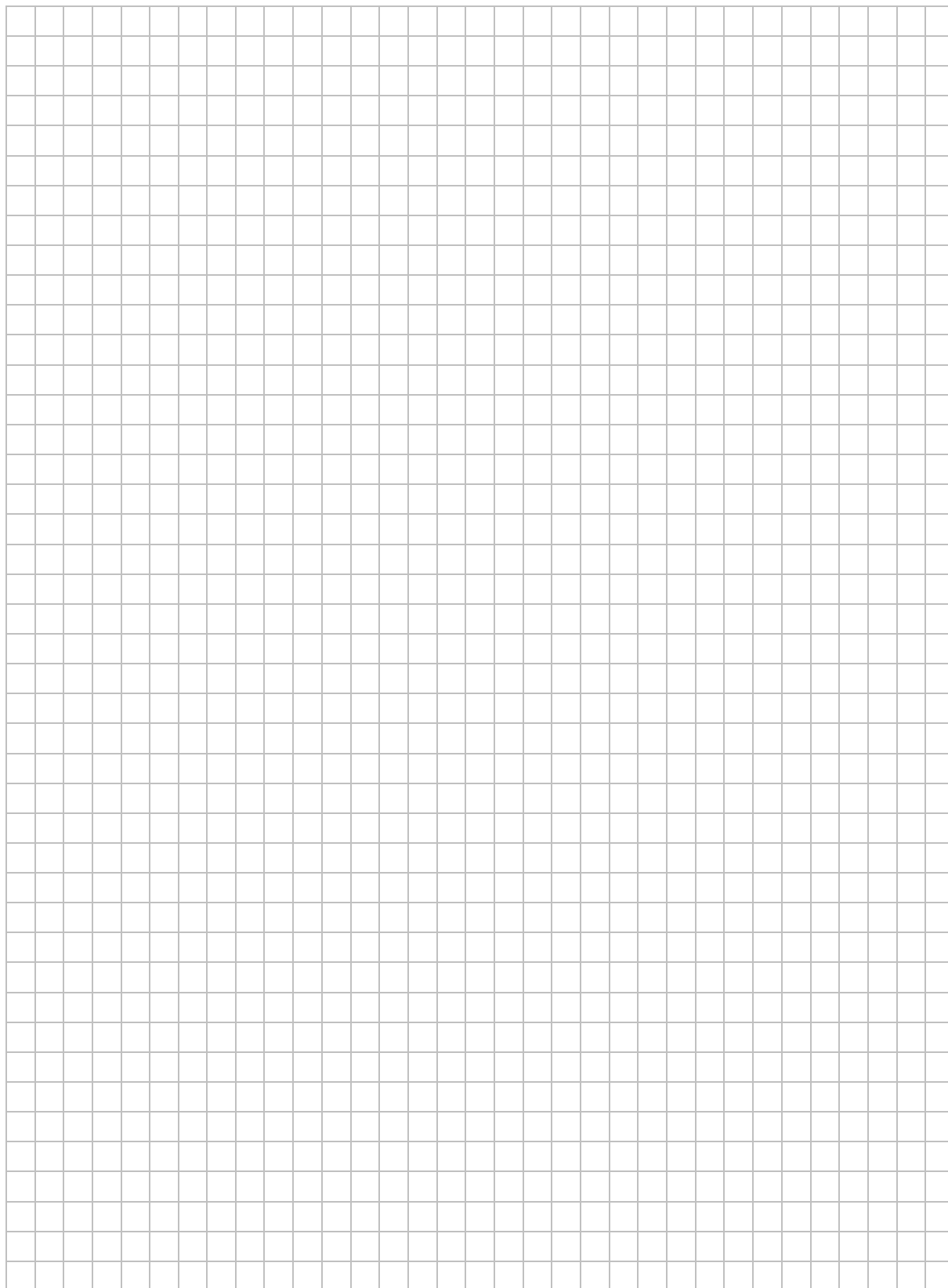
Zadanie 9. (4 pkt)

Oblicz, ile jest liczb ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, natomiast występują dwie dwójki i występują trzy trójki.

Odpowiedź:

Zadanie 10. (3 pkt)

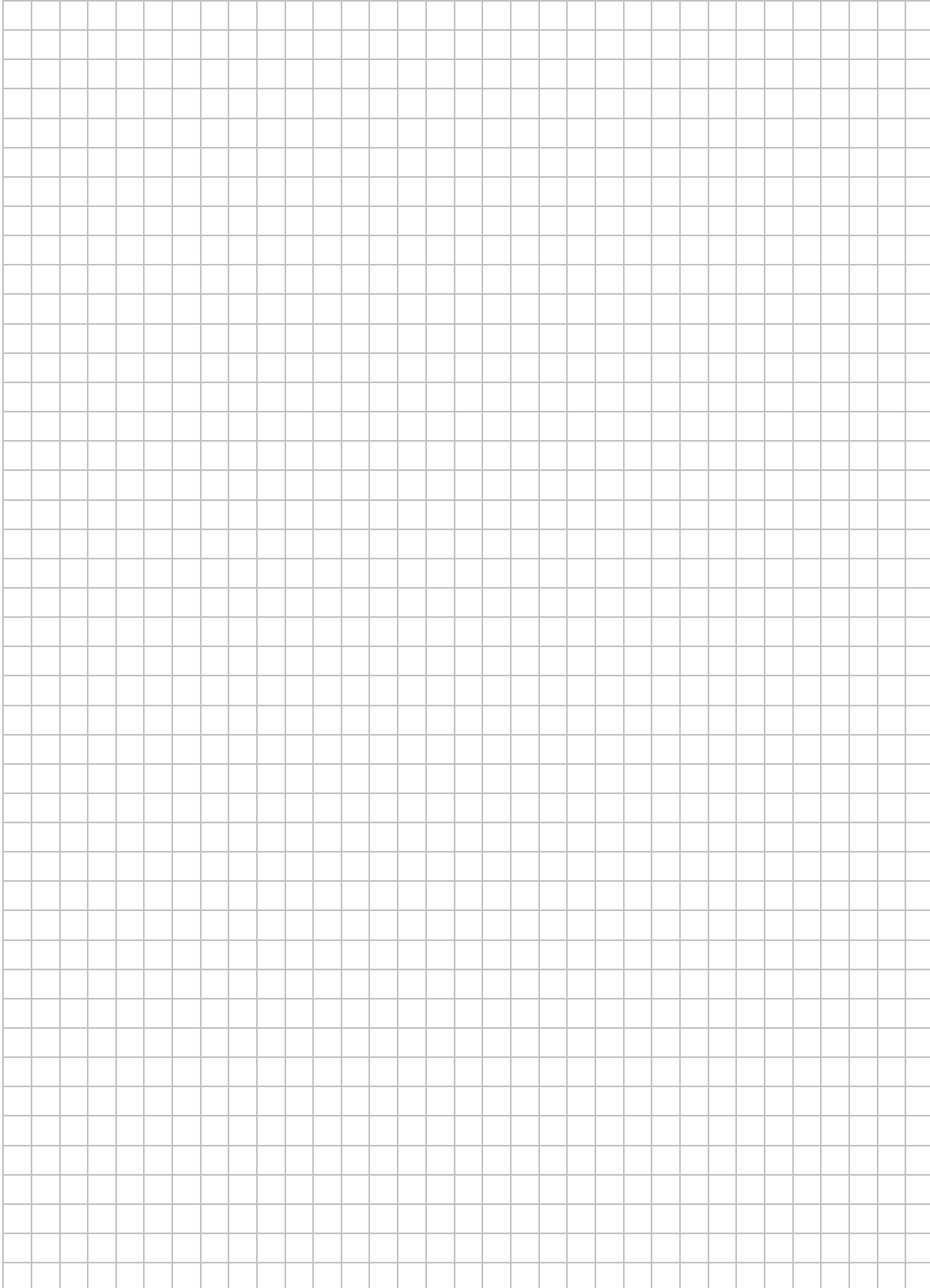
Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ niebędący równoległobokiem. Punkty M , N są odpowiednio środkami boków AB i CD . Punkty P , Q są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD . Uzasadnij, że $MQ \parallel PN$.

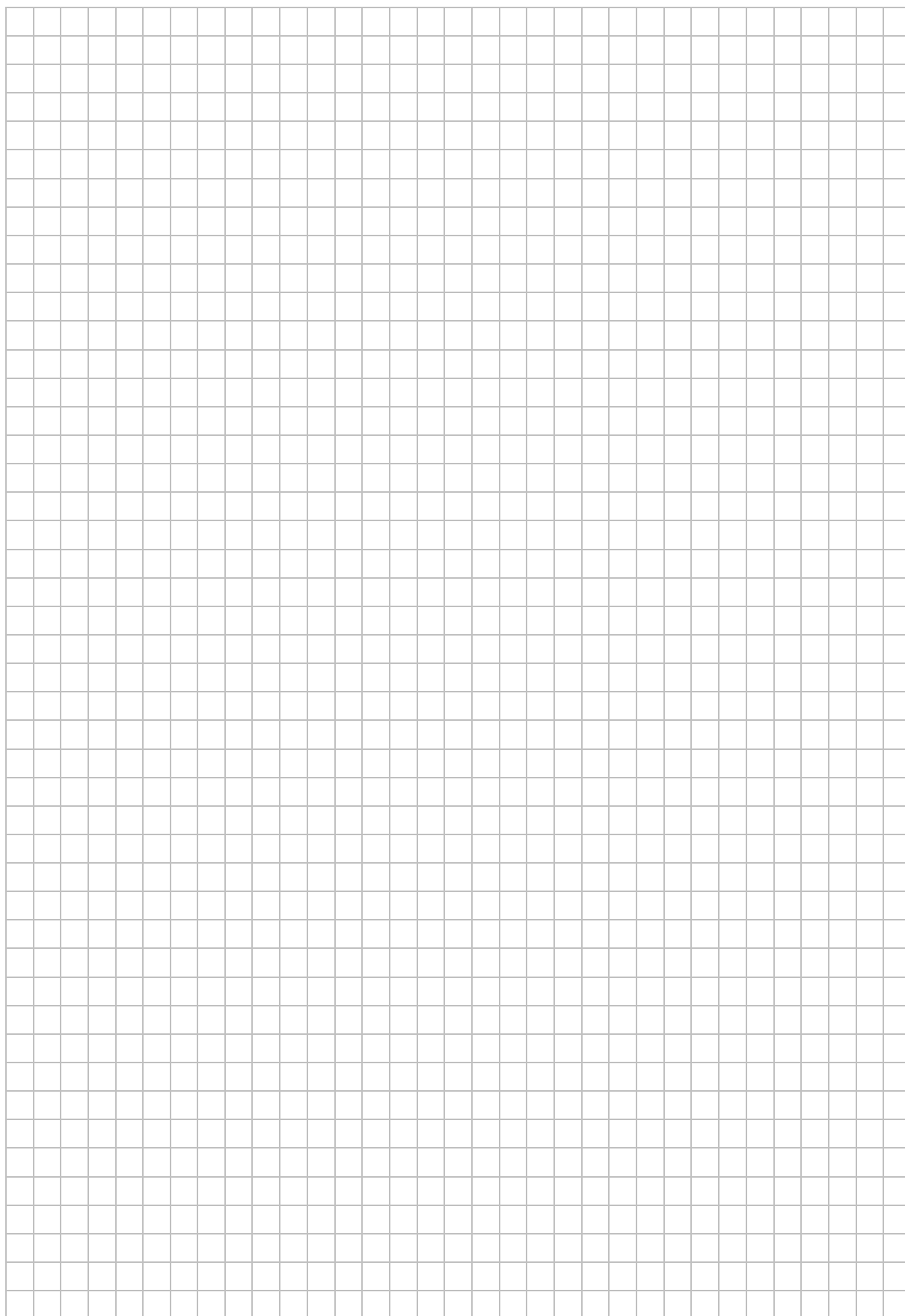


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.	10.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$. W trójkącie równoramiennym ASC stosunek długości podstawy do długości ramienia jest równy $|AC| : |AS| = 6 : 5$. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.



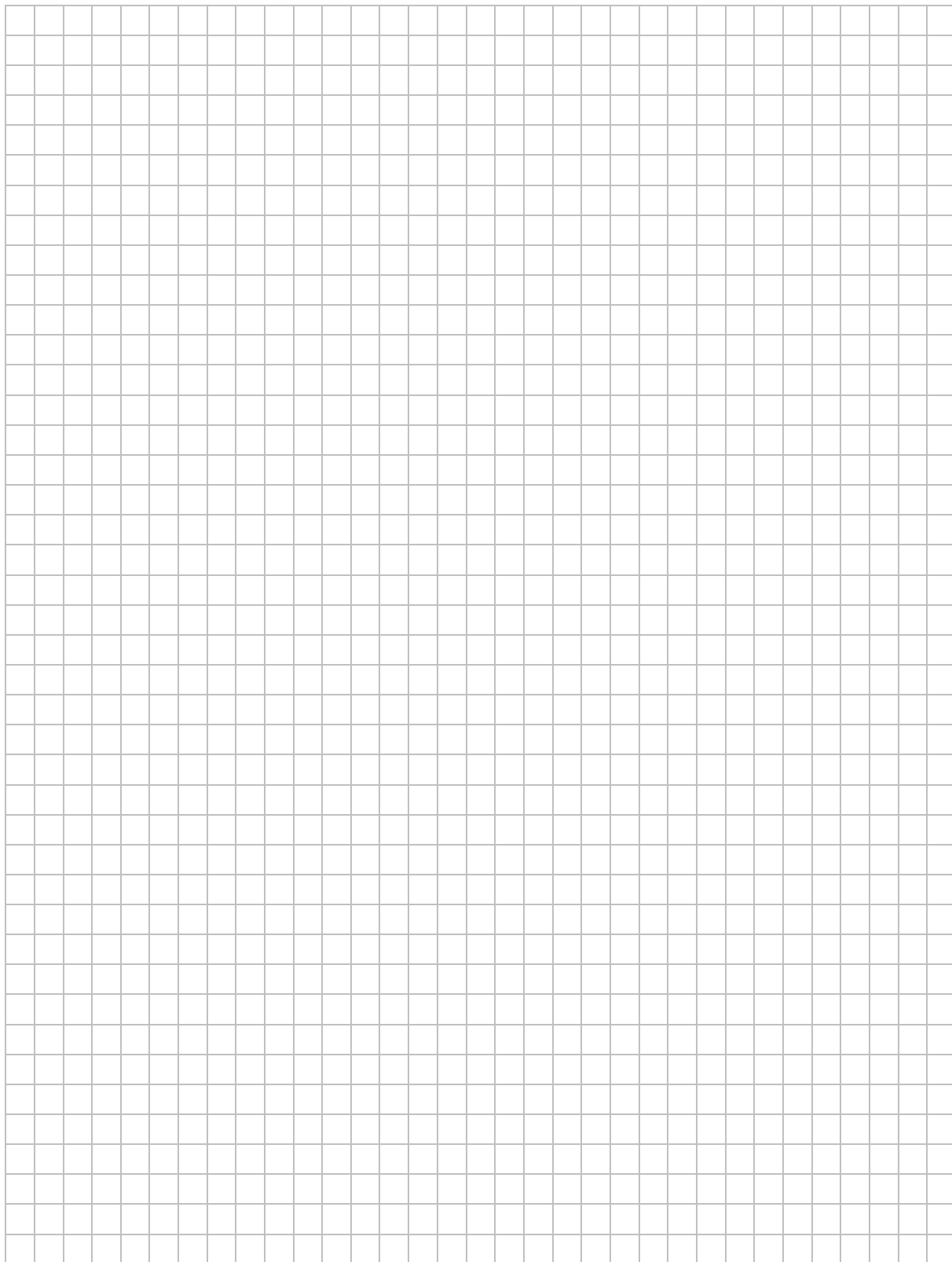


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (3 pkt)

A, B są zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω . Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,9$ i $P(B) = 0,7$, to $P(A \cap B') \leq 0,3$ (B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B).



Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS



PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MMA-R1_1P-112

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

Miejsce na naklejkę
z nr PESEL

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty						
	0	1	2	3	4	5	6
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			

SUMA
PUNKTÓW

--	--

D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

--	--	--	--	--	--	--	--	--

KOD EGZAMINATORA

.....
Czytelny podpis egzaminatora

--	--	--

KOD ZDAJĄCEGO