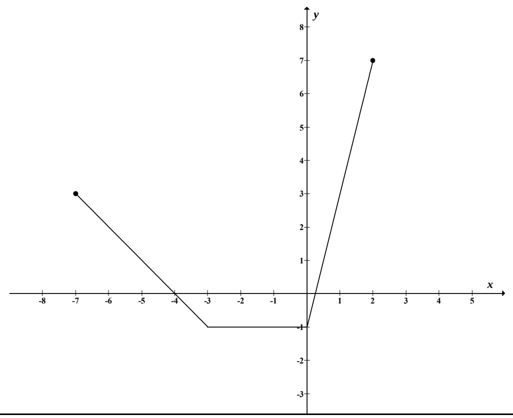
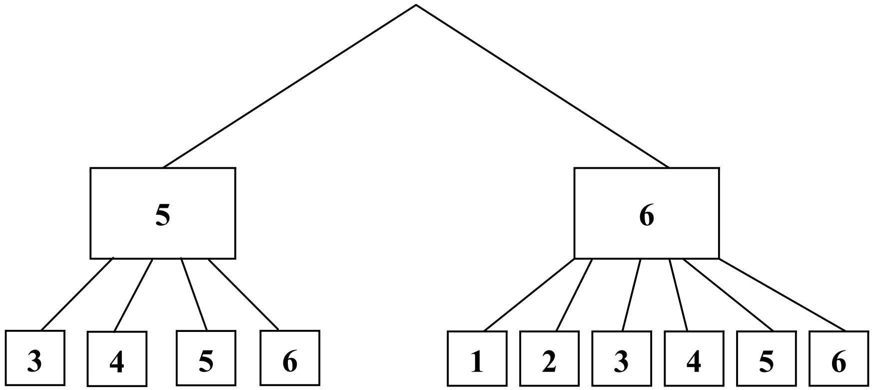
ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
POZIOM PODSTAWOWY

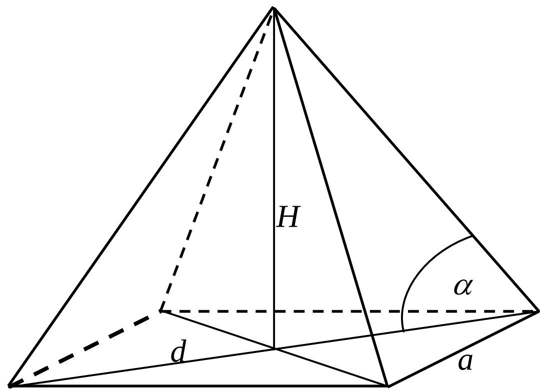
Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów	Uwagi dla egzaminatorów
1	1.1	Zapisanie dziedziny funkcji *f*: $\langle -7, 2\rangle$.	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $x \in \langle -7, 2\rangle$, $-7 \le x \le 2$.
	1.2	Podanie miejsc zerowych funkcji: $x = -4$, $x = \frac{1}{4}$.	1	Miejsca zerowe mogą być odczytane z wykresu, nie wymagamy zapisu stosownych obliczeń.
	1.3	Naszkicowanie wykresu funkcji 	1	Jeśli dziedzina została poprawnie wyznaczona, to akceptujemy wykres nawet bez wyraźnie oznaczonych końców łamanej.
	1.4	Zapisanie zbioru wartości funkcji: $\langle -1, 7\rangle$.	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $y \in \langle -1, 7\rangle$, $-1 \le y \le 7$.

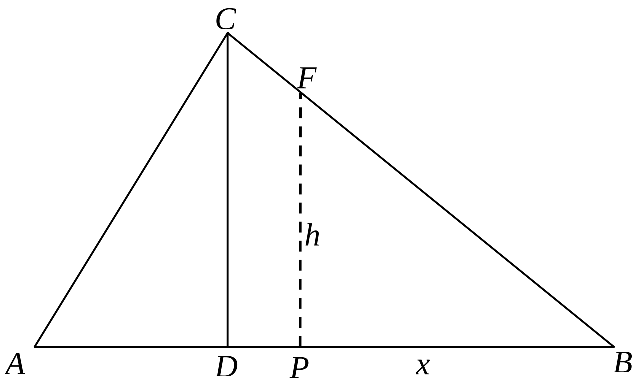
2	2.1	Obliczenie: $\lvert\Omega\rvert = 6 \cdot 6 = 36$.	1	
	2.2	Obliczenie $\lvert A\rvert$, gdzie A jest zdarzeniem, że utworzona liczba jest większa od 52: $\lvert A\rvert = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 = 10$.	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.	1	Zdający może narysować tabelę o wymiarach 6 na 6 i odczytać rozwiązanie. Za prawidłową odpowiedź przyznajemy komplet punktów.
	2.1	**II sposób rozwiązania (metoda drzewa):** Narysowanie drzewa z zaznaczeniem istotnych gałęzi. 	1	
	2.2	Zapisanie prawdopodobieństw na istotnych gałęziach drzewa.	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$.	1	

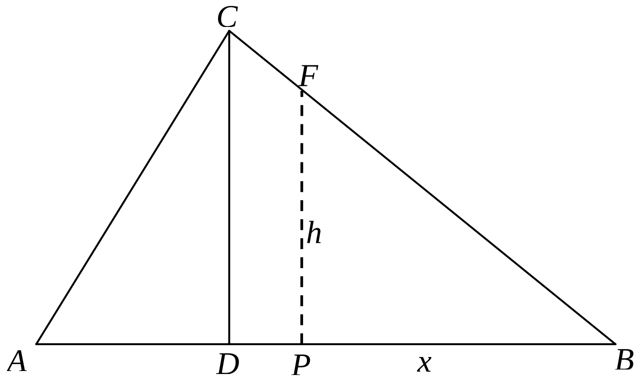
3	3.1	Wykorzystanie związku $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.2	Przekształcenie lewej strony tożsamości do postaci: $\frac{1-\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$.	1	Punkt przyznajemy za poprawne wymnożenie nawiasów na dowolnym etapie rozwiązania tego zadania.
	3.3	Wykorzystanie związku $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.4	Sformułowanie wniosku: „Podana równość jest tożsamością” lub sformułowanie równoważne.	1	Wniosek musi być konsekwencją wykonanych przekształceń.
4	4.1	Obliczenie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego: $S_7 = \frac{1}{4}\left(1+2^7\right) = \frac{129}{4}$.	1	Wystarczy zapis $S_7 = \frac{\frac{3}{4}\left(1+2^7\right)}{3}$ (nie musi być to oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3). Zdający nie musi obliczyć wartości sumy S_7.
	4.2	Zapisanie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zależności od *r*: $S_7 = \frac{2\cdot\frac{3}{4}+6r}{2}\cdot 7$.	1	Nie musi to być oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3.
	4.3	Ułożenie równania z niewiadomą *r*: $\frac{2\cdot\frac{3}{4}+6r}{2}\cdot 7 = \frac{1}{4}\left(1+2^7\right)$.	1	Może też być: $\frac{2\cdot\frac{3}{4}+6r}{2}\cdot 7 = \frac{129}{4}$.
	4.4	Rozwiązanie równania: $r = \frac{9}{7}$.	1	

5	5.1	Przekształcenie nierówności do postaci: $x(x-4)<0$.	1	Przyznajemy 1pkt za przedstawienie metody rozwiązania nierówności kwadratowej: np. zapisania podanej nierówności w postaci: $\lvert x-2\rvert<2$ lub narysowanie wykresu funkcji $y=(x-2)^2-4$, itp.
	5.2	Rozwiązanie nierówności: $x\in(0,4)$.	1	Dopuszczamy przedstawienie zbioru rozwiązań na osi liczbowej, o ile zdający wyraźnie zaznaczy przedział otwarty.
	5.3	Przedstawienie równania w postaci, np. $x^2(x+6)-4(x+6)=0$.	1	Lewa strona równania musi mieć postać sumy iloczynów, w których występuje ten sam czynnik.
	5.4	Przedstawienie równania w postaci iloczynu czynników liniowych, np. $(x+6)(x+2)(x-2)=0$.	1	
	5.5	Wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $x=-6,\ x=-2,\ x=2$.	1	Przyznajemy punkty w czynności 5.3, 5.4 i 5.5, gdy zdający podaje wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x)=x^3+6x^2-4x-24$ bez jakichkolwiek obliczeń (np. przez zastosowanie tw. o pierwiastkach wymiernych wielomianu).
	5.6	Podanie odpowiedzi: $x=2$.	1	

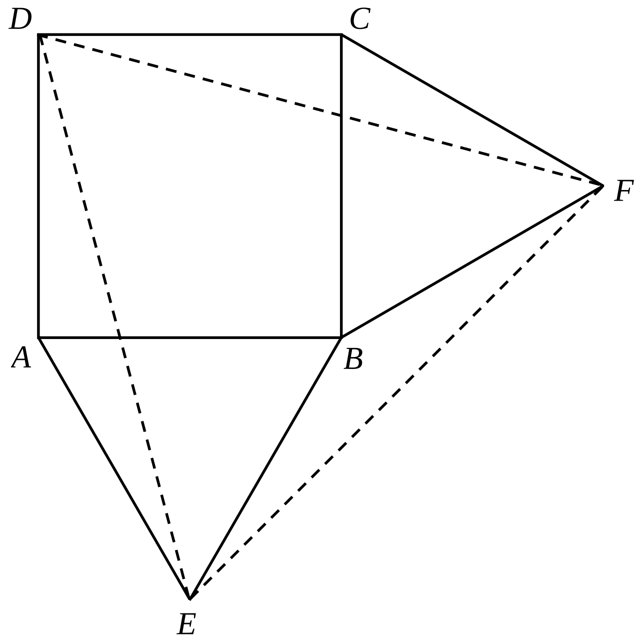
6	6.1	Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $\|AC\|=\|BC\|$.	1	Przyznajemy punkt, gdy z dalszego toku rozumowania wynika, że zdający poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.2	Wyznaczenie równania prostej *AB*: $y=-x-5$.	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej *AB*.
	6.3	Zapisanie równania rodziny prostych prostopadłych do prostej *AB*: $y=x+b$.	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej *AB*.
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y=x-1$.	1	
	6.1	**II sposób rozwiązania: (z własności symetralnej)** Oznaczenie dowolnego punktu leżącego na poszukiwanej symetralnej, np. $P=(x,y)$ i zapisanie własności $\|AP\|=\|BP\|$.	1	
	6.2	Wyznaczenie długości odcinków *AP* i *BP* i zapisanie równania: $\sqrt{(x+4)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(y+5)^2}$.	1	
	6.3	Doprowadzenie równania do postaci równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, np. $8x+2y+17=10y+25$.	1	
	6.4	Zapisanie odpowiedzi: $y=x-1$.	1	
	6.1	**III sposób rozwiązania:** Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $\|AC\|=\|BC\|$.	1	
	6.2	Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka *AB*: $D=(-2,-3)$.	1	
	6.3	Zauważenie, że prosta przechodząca przez punkty *C* i *D* jest osią symetrii trójkąta *ABC*.	1	Przyznajemy punkt, gdy z toku rozumowania wynika, że zdający stosując tę metodę poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y=x-1$.	1	

7	7.1	 Obliczenie wysokości ostrosłupa: $H = 2$.	1	Jeśli zdający rozpatruje ostrosłup prawidłowy inny niż czworokątny, to oceniamy czynność 7.1, za czynności 7.2 i 7.3 nie przyznajemy punktów. Pozostałą część rozwiązania tego zadania oceniamy według schematu.
	7.2	Obliczenie długości przekątnej podstawy ostrosłupa: $d = 4\sqrt{3}$ albo długości krawędzi podstawy: $a = 2\sqrt{6}$.	1	
	7.3	Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 16$.	1	
	7.4	Oznaczenie długości krawędzi sześcianu, np. b i zapisanie równania: $b^3 = 16$.	1	
	7.5	Obliczenie długości krawędzi sześcianu: $b = 2\sqrt[3]{2}$.	1	Zdający może podać wynik w postaci, np. $b = \sqrt[3]{16}$ lub wartość przybliżoną pierwiastka.
8	8.1	Obliczenie kapitału końcowego: $K_3 = 9 \cdot 1029 = 9261$.	1	
	8.2	Zapisanie równania z niewiadomą K_0 – kapitałem początkowym: $K_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 9261$.	1	
	8.3	Obliczenie kwoty K_0: 8000 zł.	1	

9	9.1	Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku: $x = \|PB\|$, h –wysokość odciętego trójkąta.  Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków: $\|AD\| = 6$, $\|DB\| = 12$.	1	
	9.2	Zapisanie równania: $\frac{1}{2}x \cdot h = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 15$.	1	
	9.3	Zapisanie zależności między x i h z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów CDB i FPB: $\frac{h}{x} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$.	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka PB: $\|PB\| = 3\sqrt{6}$ cm.	1	

	9.1	**II sposób rozwiązania:** Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku: $x = \lvert PB \rvert$, h –wysokość odciętego trójkąta.  Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków: $\lvert AD \rvert = 6$, $\lvert DB \rvert = 12$.	1	
	9.2	Obliczenie proporcji: $\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta ABC}} = \frac{2}{3}$ stąd $P_{\Delta DBC} = \frac{2}{3} P_{\Delta ABC}$.	1	
	9.3	Stwierdzenie, że $\Delta DBC \sim \Delta PBF$ i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji: $\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta PBF}} = \left(\frac{12}{\lvert PB \rvert}\right)^2$ stąd $\frac{\frac{2}{3} P_{\Delta ABC}}{\frac{1}{4} P_{\Delta ABC}} = \left(\frac{12}{\lvert PB \rvert}\right)^2$.	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka PB: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{144}{\lvert PB \rvert^2}$, $\lvert PB \rvert = 3\sqrt{6}$.	1	

	9.3	**III sposób rozwiązania: (czynności 9.3 oraz 9.4)** Stwierdzenie, że $\Delta DBC \sim \Delta PBF$ i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji: $k^2 = \frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta PBF}} = \frac{\frac{2}{3}P_{\Delta ABC}}{\frac{1}{4}P_{\Delta ABC}} = \frac{8}{3}$ stąd $k = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka PB: $\frac{\lvert DB\rvert}{\lvert PB\rvert} = k$ stąd $\lvert PB\rvert = 12\cdot\frac{3}{2\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$.	1	
10	10.1	Zapisanie układu: $\begin{cases} 100a+10b=20 \\ 900a+30b=90 \end{cases}$.	1	Wystarczy zapis $\begin{cases} T(10)=20 \\ T(30)=90 \end{cases}$
	10.2	Rozwiązanie układu: $\begin{cases} a=\frac{1}{20} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$.	1	
	10.3	Zapisanie wzoru funkcji: $T(n) = \frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n,\quad n \in N$.	1	Akceptujemy sam wzór bez podania założenia $n \in N$.
	10.4	Zapisanie równania: $\frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n = 50$.	1	
	10.5	Rozwiązanie równania i wyznaczenie liczby kartek : 20.	1	Zdający nie musi wyznaczyć ujemnego rozwiązania równania.

11	11.1	 Uzasadnienie, że trójkąty *DCF*, *DAE* i *EBF* są równoramienne (wykorzystanie założenia, że $\lvert AB\rvert = \lvert BC\rvert = \lvert CD\rvert = \lvert DA\rvert$ i trójkąty *AEB* oraz *BFC* są równoboczne).	1	
	11.2	Obliczenie miary kąta *DAE* lub *FCD*: $\lvert\sphericalangle DAE\rvert = \lvert\sphericalangle FCD\rvert = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$.	1	
	11.3	Obliczenie miary kąta *EBF* : $\lvert\sphericalangle EBF\rvert = 360^\circ - 2\cdot 60^\circ - 90^\circ = 150^\circ$.	1	
	11.4	Zapisanie, że trójkąty *DCF*, *DAE* i *EBF* są przystające (z cechy przystawania *bkb*) i wyciągnięcie wniosku o równości boków trójkąta *DEF*.	1	

12.	12.1	Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie zależności między liczbą dziewcząt i liczbą chłopców: np. x – liczba dziewcząt, y – liczba chłopców, $x-6=y$.	1	
	12.2	Zapisanie równania: $x=60\%(x+y)$.	1	
	12.3	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x=0,6(x+y) \\ x-6=y \end{cases}$.	1	
	12.4	Rozwiązanie układu i sformułowanie odpowiedzi: $x=18$, $y=12$. W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	Wystarczy, że zdający poda liczby dziewcząt i chłopców.
	12.1	**II sposób rozwiązania:** Wprowadzenie oznaczeń : x – liczba osób w klasie, $0,6x$ – liczba dziewcząt, $0,4x$ – liczba chłopców.	1	
	12.2	Zapisanie równania: $0,6x-6=0,4x$.	1	
	12.3	Rozwiązanie równania: $x=30$.	1	
	12.4	Podanie odpowiedzi: W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.