

[illegible]

Miejsce na nalepkę  
z kodem szkoły

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## Arkusz II

**Czas pracy 150 minut**

1. Proszę sprawdzić, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron. Ewentualny brak należy zgłosić przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi należy zapisać czytelnie w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Proszę pisać tylko w kolorze czarnym; nie pisać ołówkiem.
4. W rozwiązaniach zadań trzeba przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Nie wolno używać korektora.
6. Błędne zapisy trzeba wyraźnie przekreślić.
7. Brudnopis nie będzie oceniany.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
9. Podczas egzaminu można korzystać z udostępnionego zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora. Nie można korzystać z kalkulatora graficznego.

*Życzymy powodzenia!*

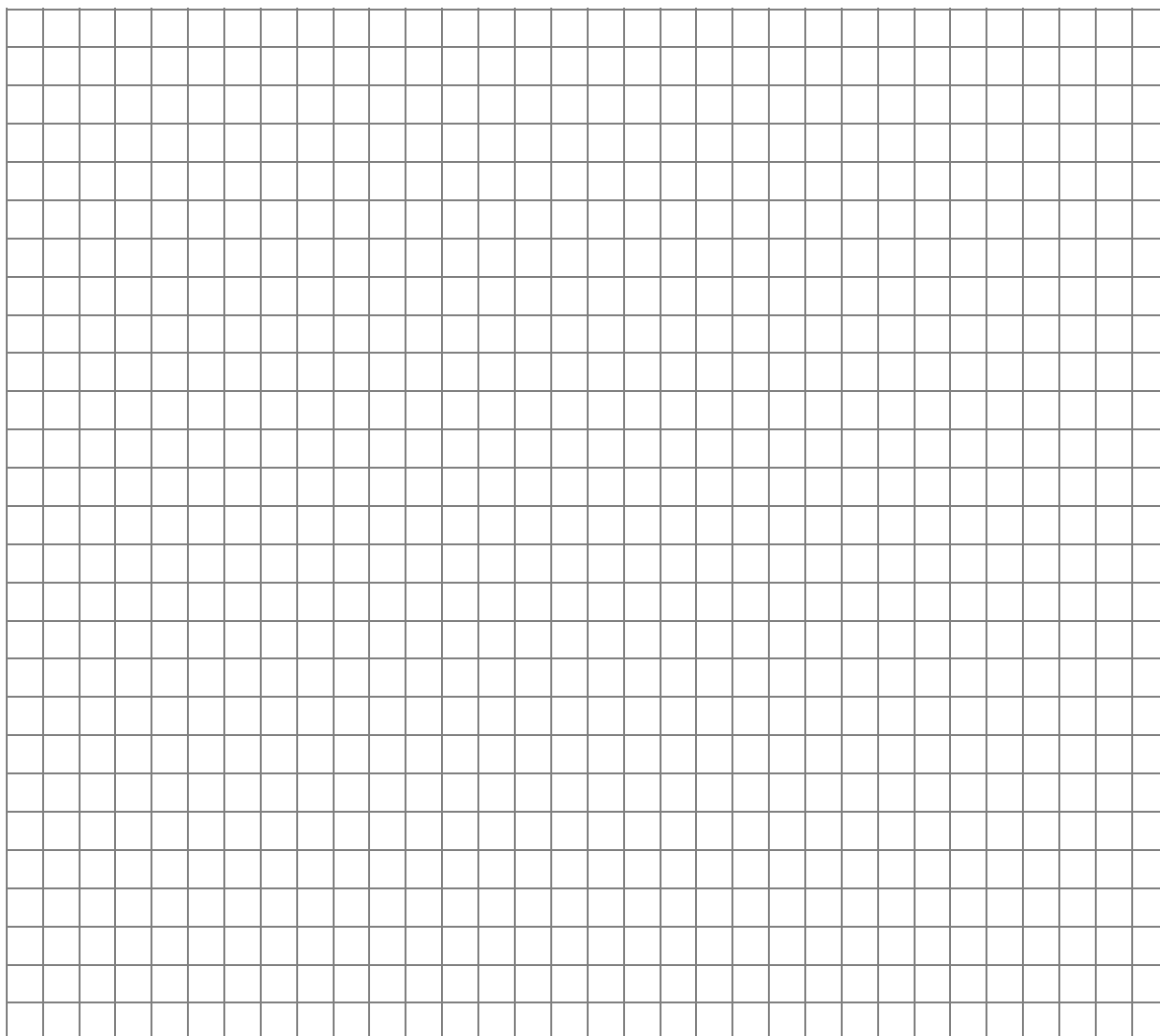
[illegible]

**Zadanie 12. (4 pkt)**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b, c$  funkcja:

$$f(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$$

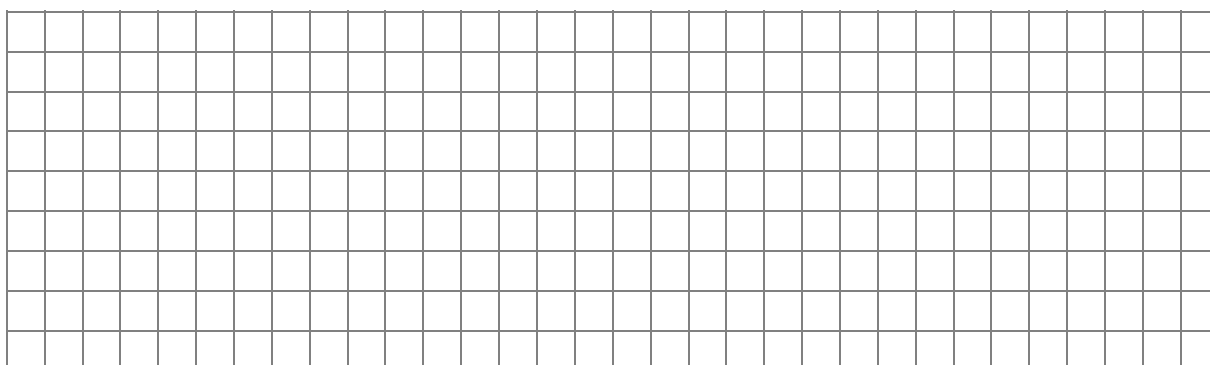
ma co najmniej jedno miejsce zerowe.

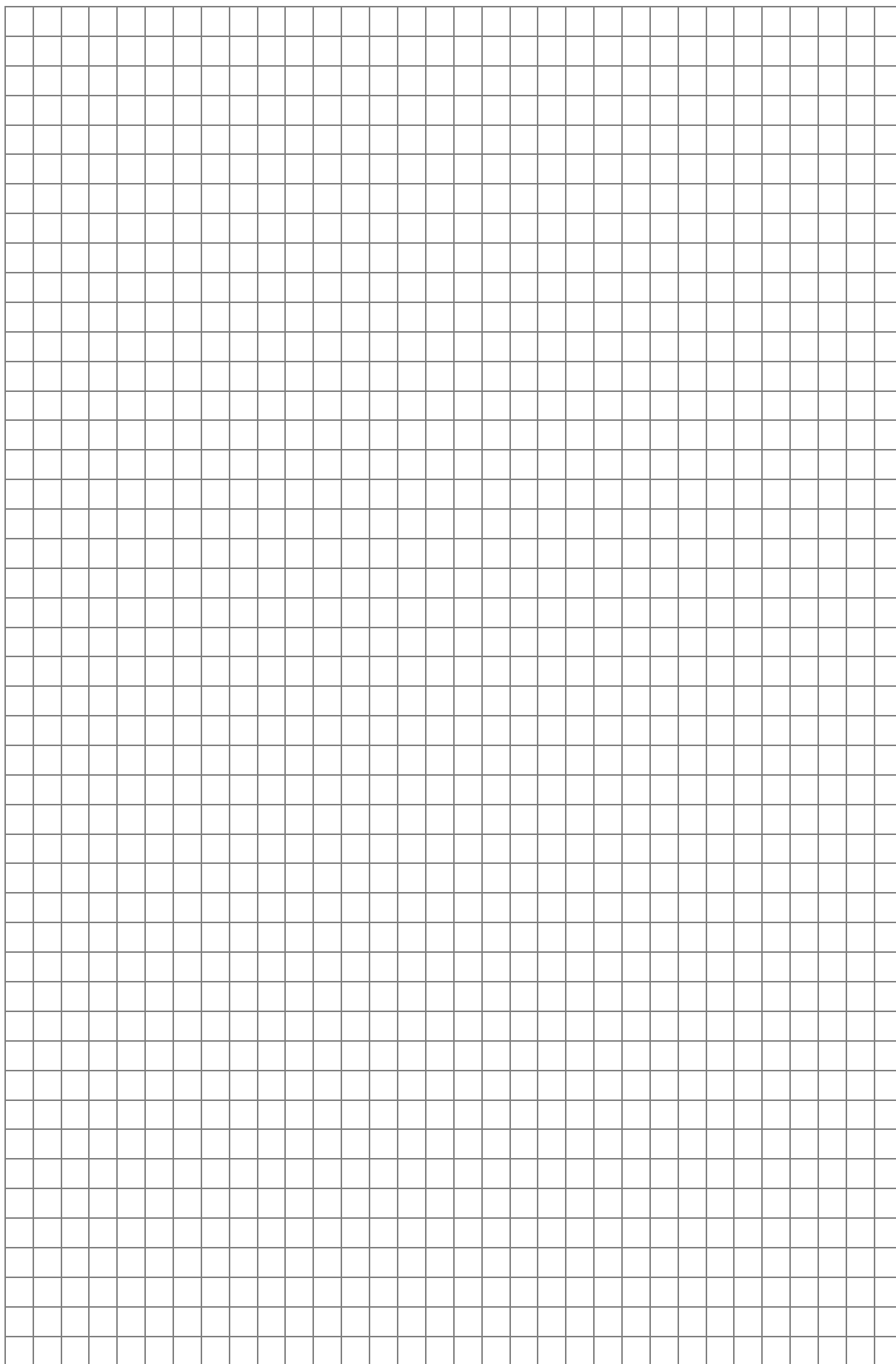
**Zadanie 13. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których każda liczba spełniająca równanie:

$$\log_m^2(x-1) + \log_m(x-1) - 2 = 0$$

jest mniejsza od 3.

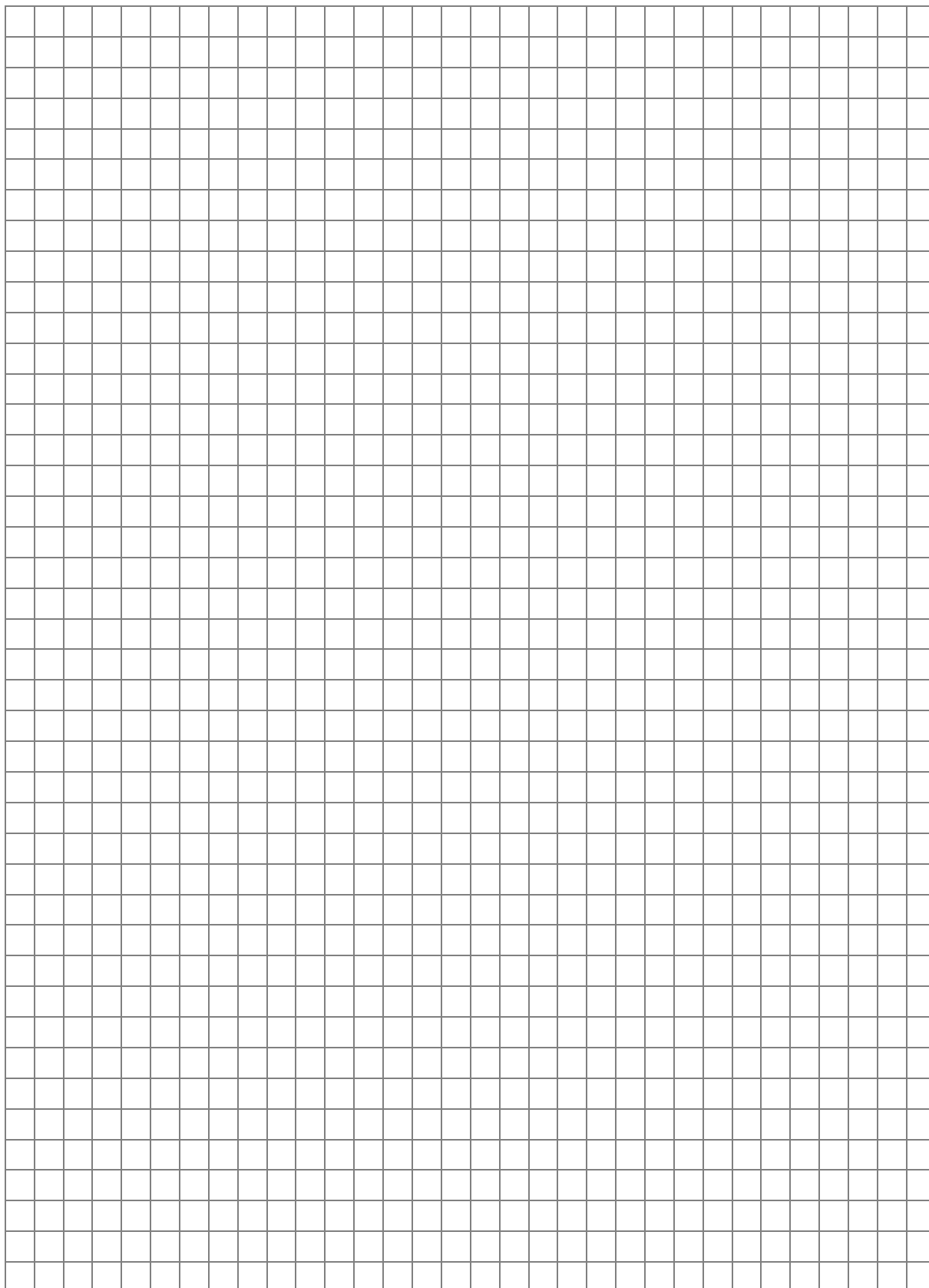




**Zadanie 14. (3 pkt)**

Wykaż, że jeśli  $a \neq b$ , to równanie:  $x^2 + y^2 + ax + by + \frac{a \cdot b}{2} = 0$  jest równaniem okręgu.

Wyznacz współrzędne środka i długość promienia tego okręgu.

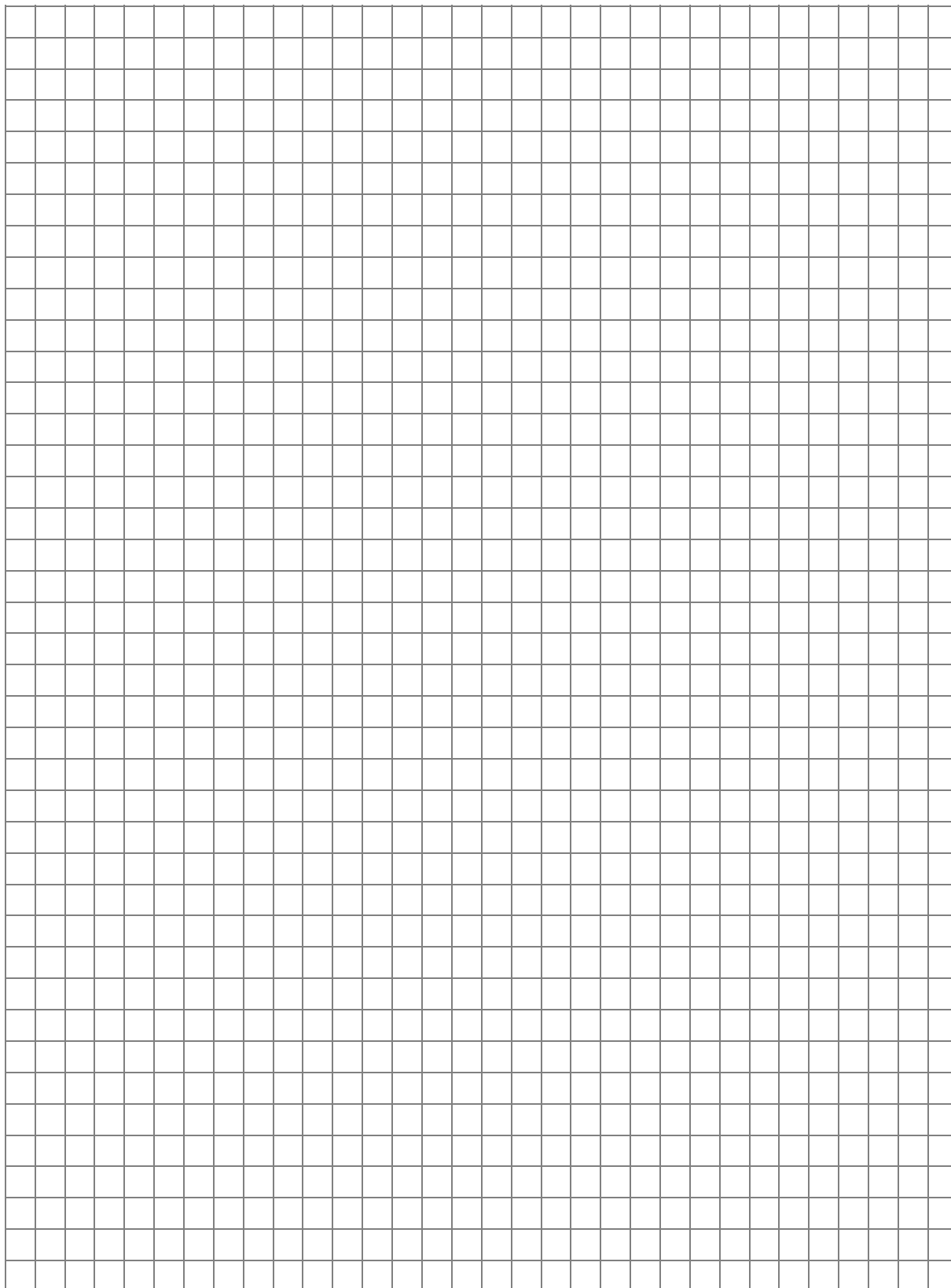


**Zadanie 15. (4 pkt)**

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji  $f$  określonej wzorem:

$$f(x) = \sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right).$$

Odpowiedź uzasadnij.

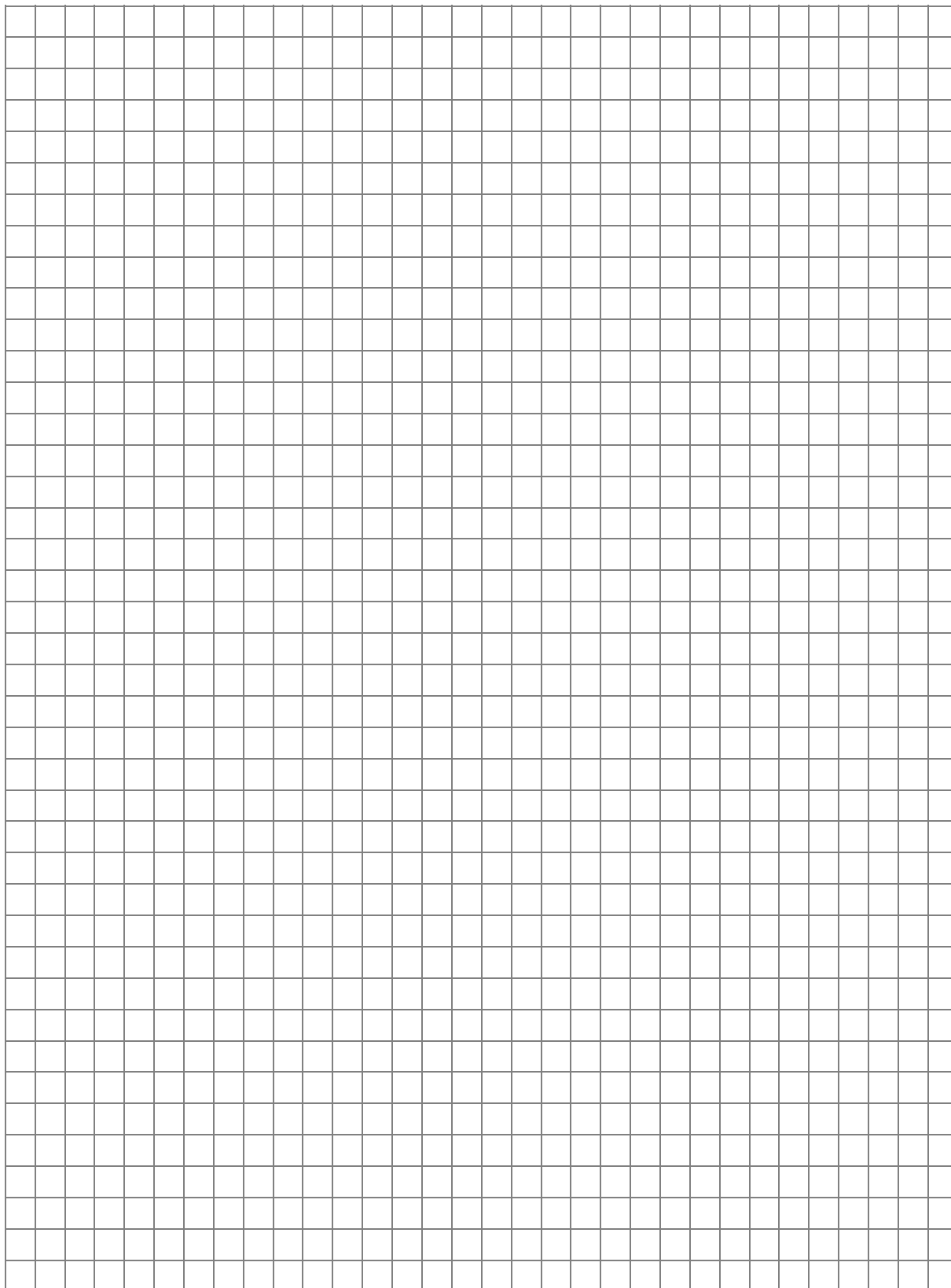


**Zadanie 16. (5 pkt)**

W prostokątnym układzie współrzędnych naszkicuj figurę  $F$ , gdzie:

$$F = \{(x; y): x \in R \wedge y \in R \wedge 3|x| + |y| \leq 2\}.$$

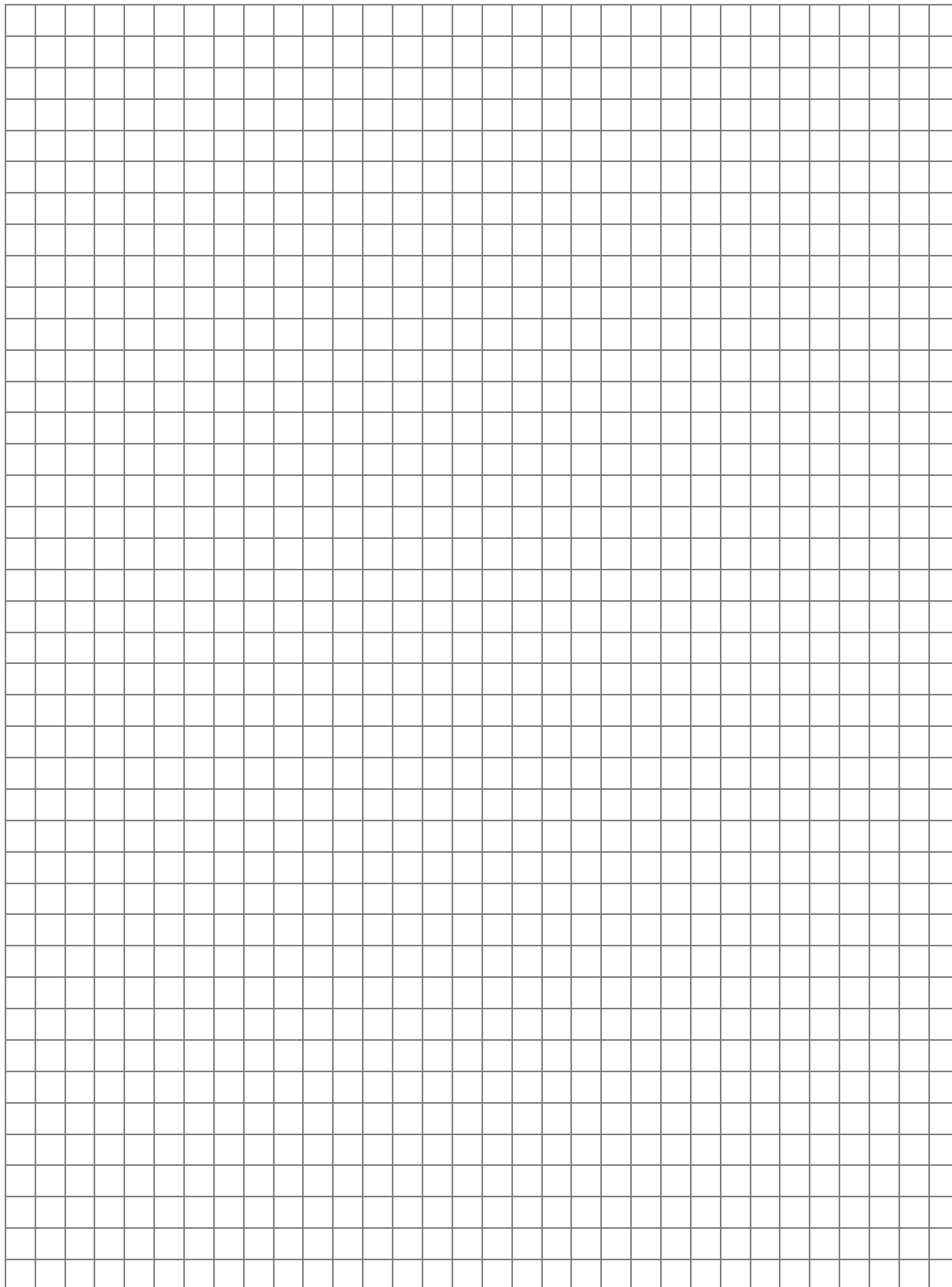
Oblicz pole figury  $F$ .



**Zadanie 17. (5 pkt)**

Odcinki o długościach:  $2\sqrt{3}$ ,  $3 - \sqrt{3}$ ,  $3\sqrt{2}$  są bokami trójkąta.

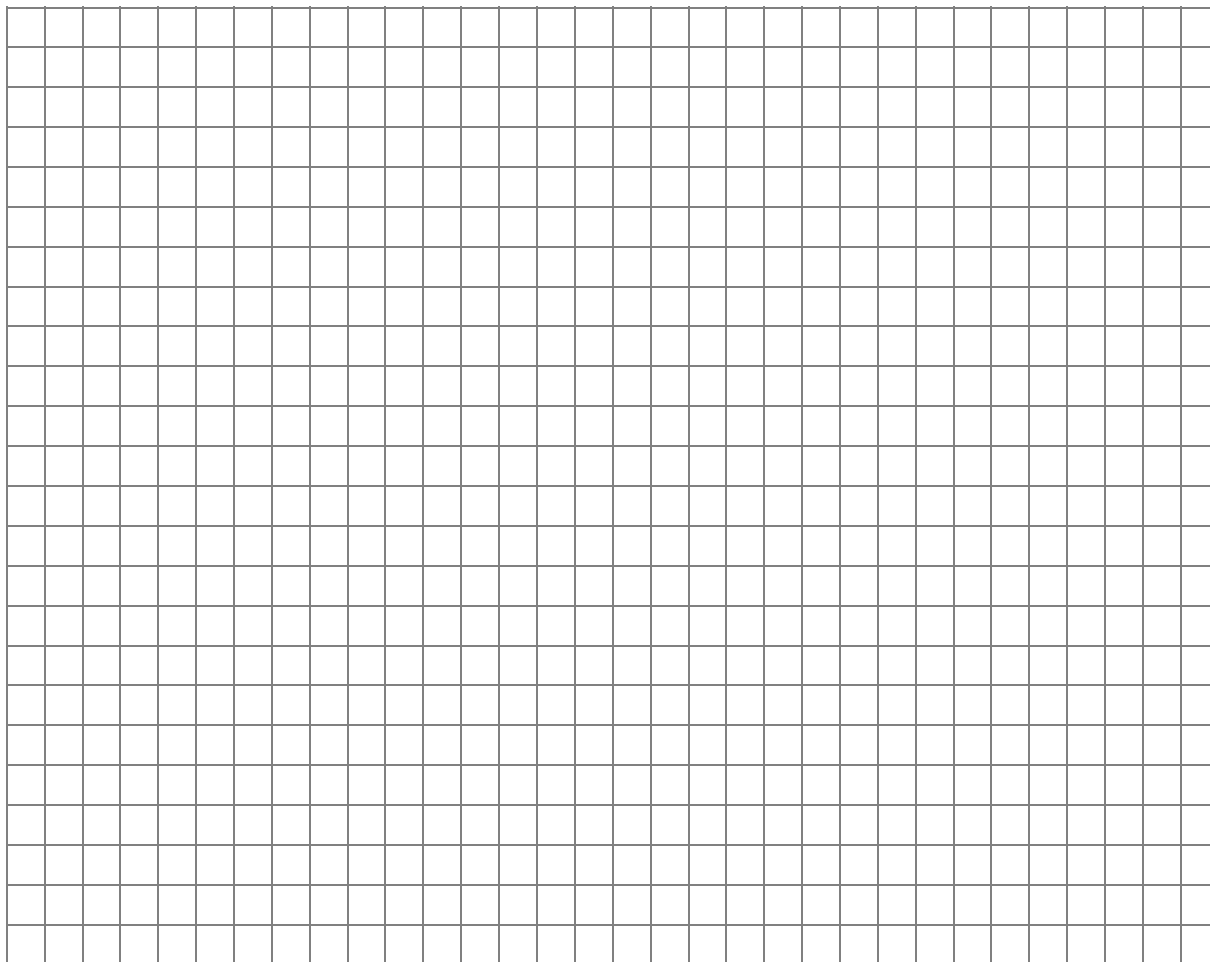
- Wyznacz miarę największego kąta tego trójkąta i oblicz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka tego kąta.
- Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.



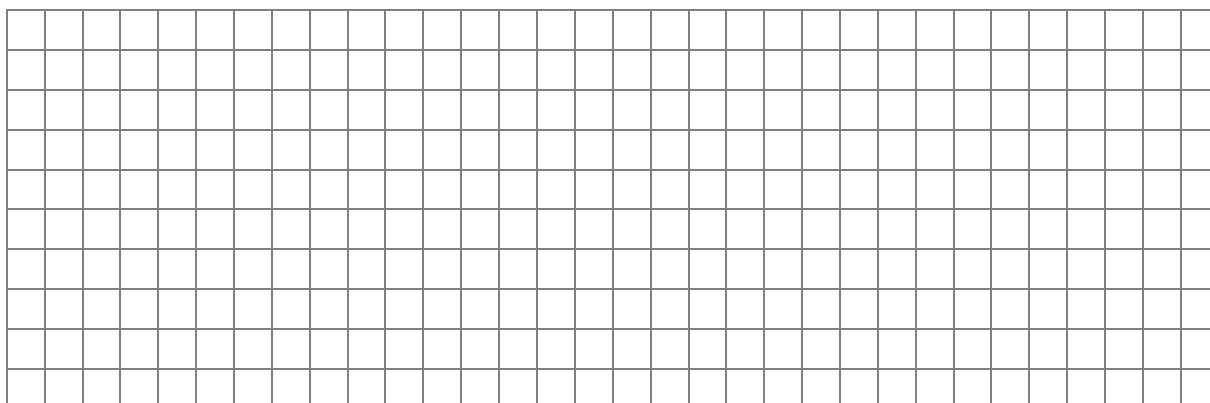
**Zadanie 18. (6 pkt)**

Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o polu  $9 \text{ dm}^2$ . Dwie ściany boczne ostrosłupa są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a dwie pozostałe ściany boczne są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątami  $\frac{\pi}{3}$  i  $\frac{\pi}{6}$ .

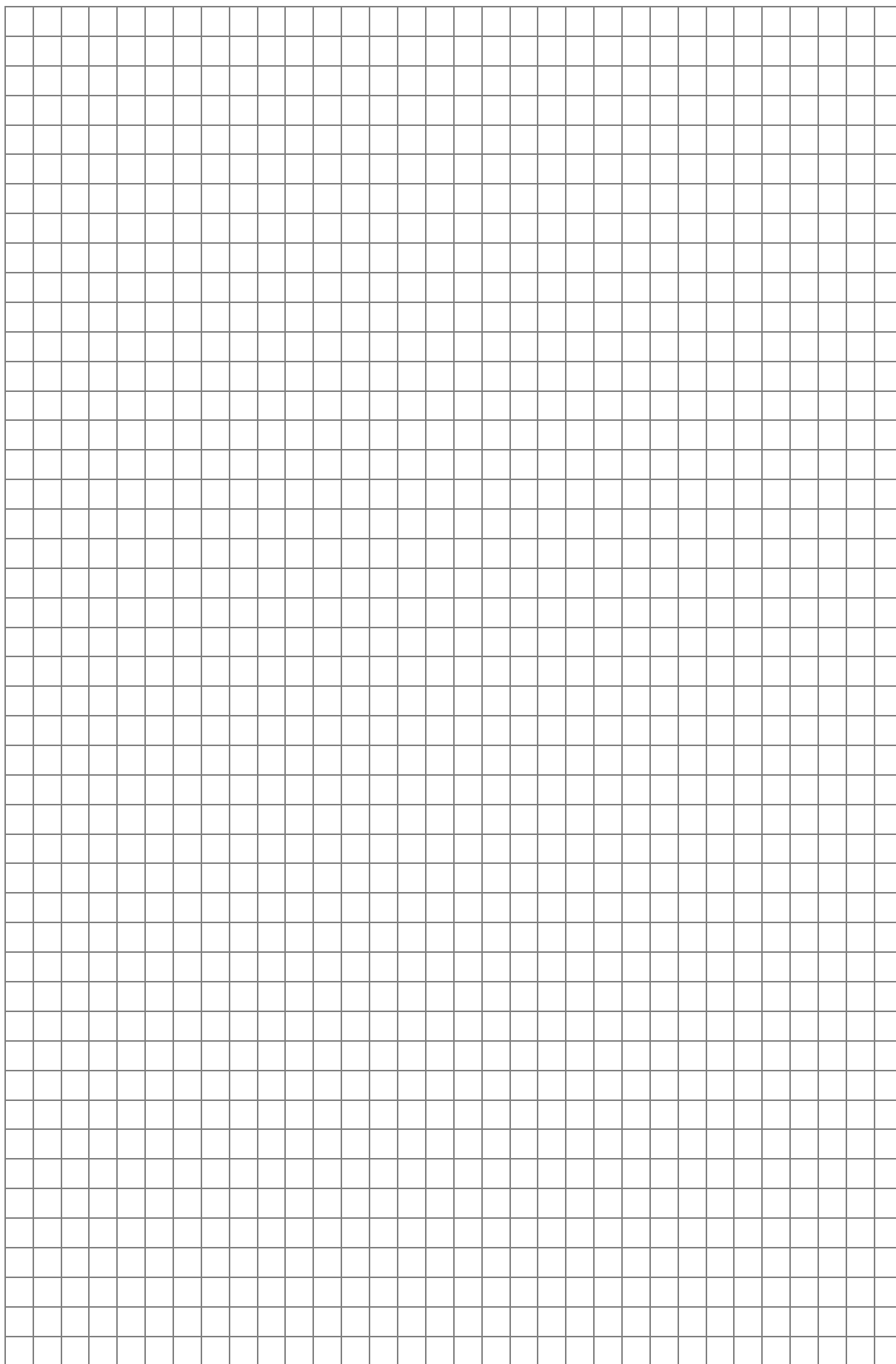
- a) Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz na nim dane kąty.
- b) Oblicz objętość ostrosłupa.

**Zadanie 19. (5 pkt)**

W pierwszej loterii jest  $n$  ( $n > 2$ ) losów, w tym jeden los wygrywający. W drugiej loterii  $2n$  losów, w tym dwa wygrywające. W której z loterii należy kupić dwa losy, aby mieć większą szansę wygranej? Odpowiedź uzasadnij.

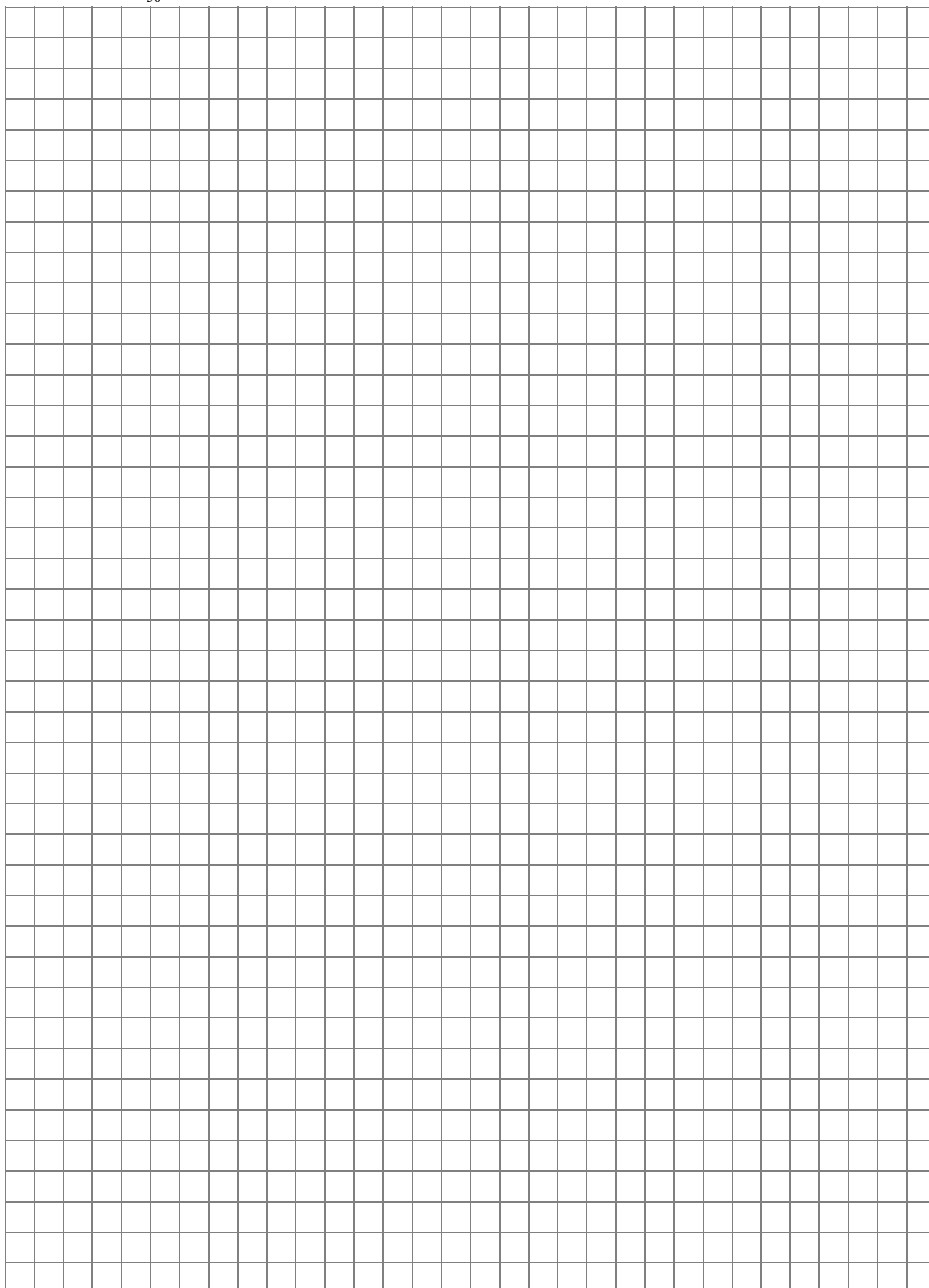


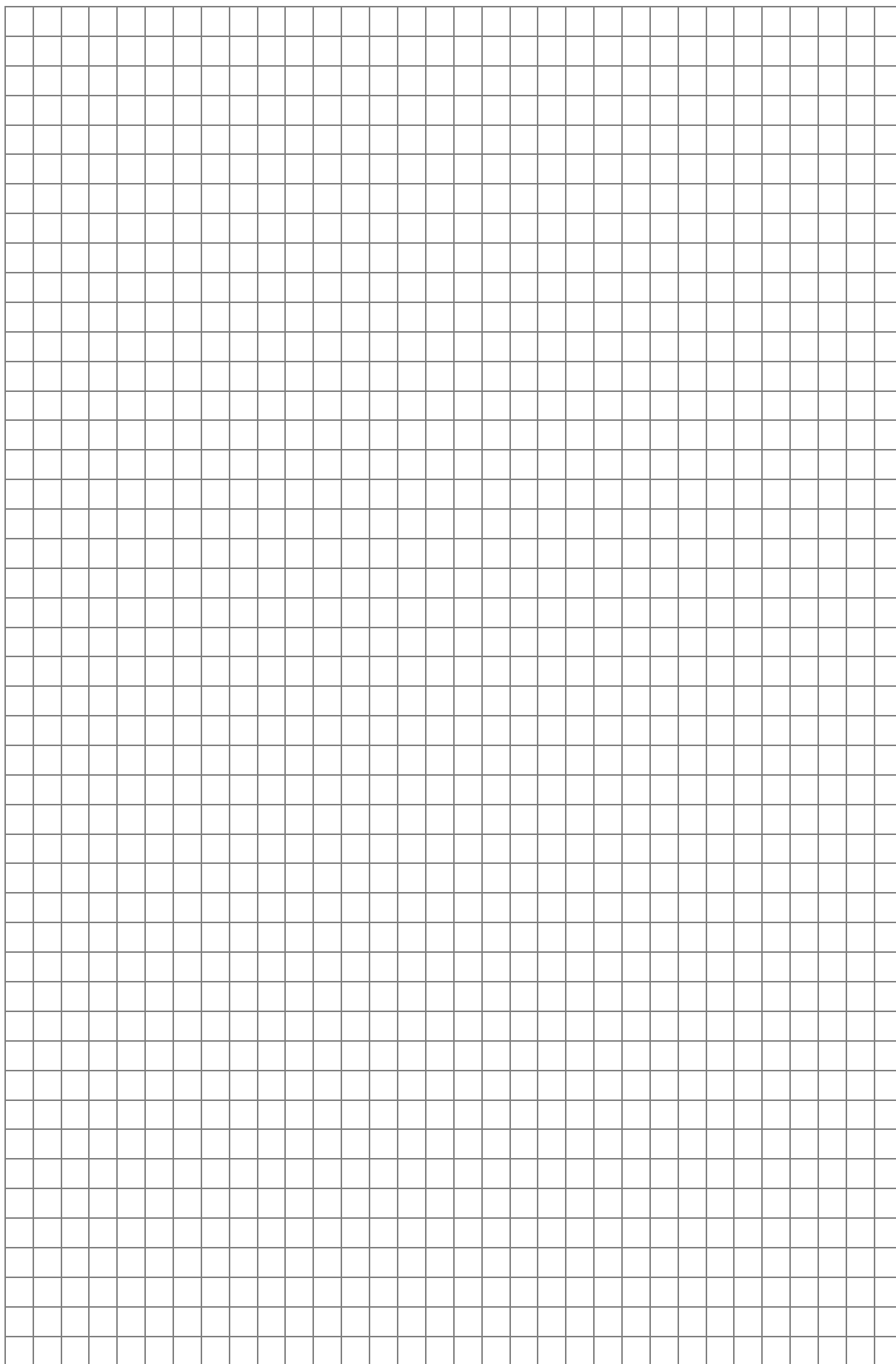




**Zadanie 20. (7 pkt)**

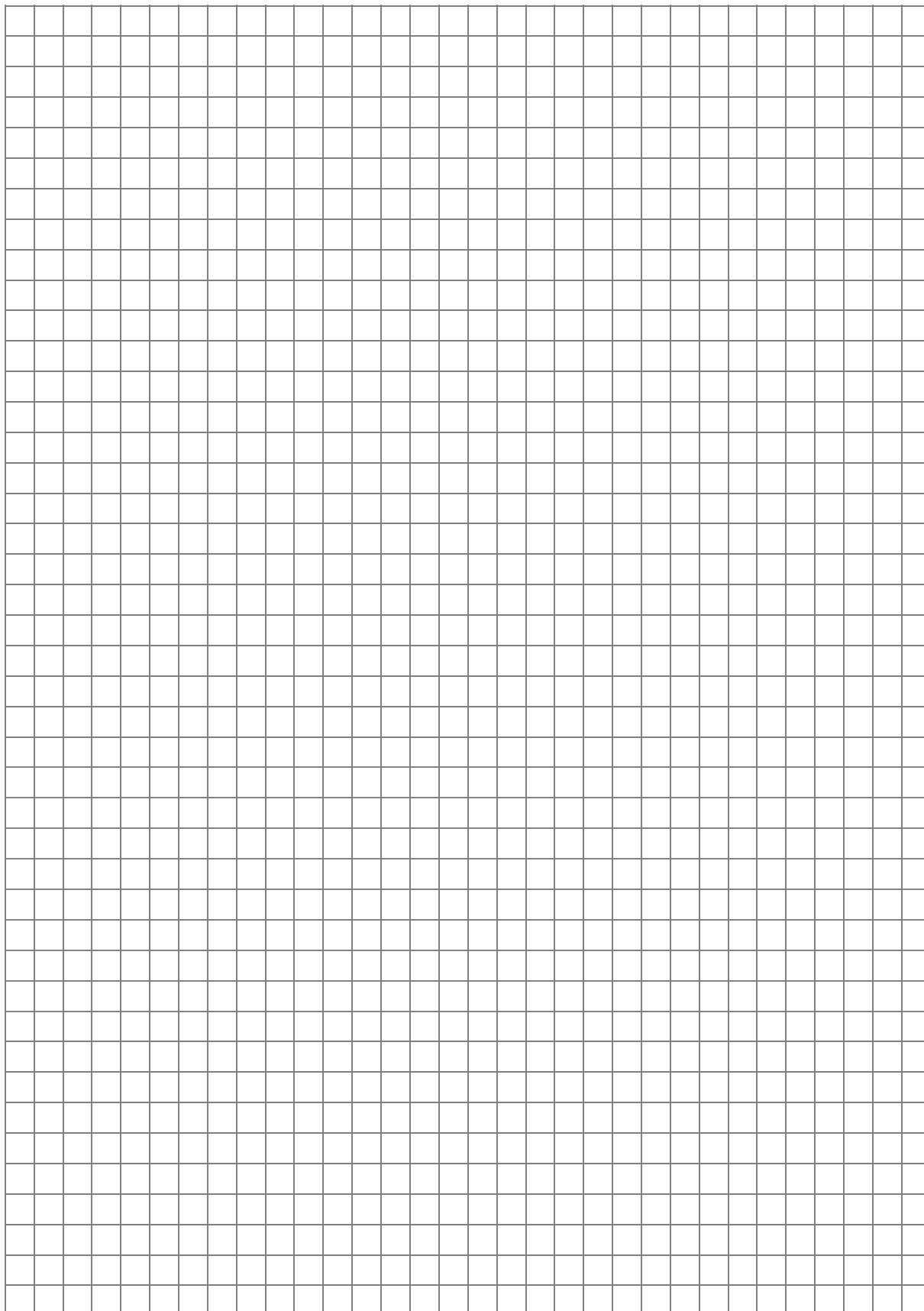
Różnica ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest liczbą mniejszą od 1. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia  $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$  wiedząc, że  $a_{51} = 1$ .





**Zadanie 21. (5 pkt)**

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste spełniające równanie:  $(5 - x)^{x^3 - 4x^2 + x + 6} = 1$ .





## **Brudnopis**





