

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

“СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ”

Цель работы: изучение методов определения основных свойств случайных сигналов, таких, как мощность, спектральная плотность мощности (СПМ) и автокорреляционная функция (АКФ), получение практических навыков анализа случайных сигналов в среде Matlab.

Теоретические сведения

Случайные сигналы

Наряду с детерминированными (аналитическими¹) сигналами существуют стохастические, или **случайные сигналы**. Отличительная черта случайного сигнала состоит в том, что его мгновенные значения заранее непредсказуемы. Характеристики таких сигналов довольно точно можно описать в вероятностном (статистическом) смысле. Важнейшими характеристиками случайного сигнала является его **автокорреляционная функция** и **спектральная плотность мощности**, которые тесно связаны между собой.

Анализ случайных сигналов выполняется в предположении, что рассматриваемый сигнал является **стационарным**. Свойство **стационарности** означает, что статистические характеристики сигнала, такие как среднее значение μ и дисперсия (разброс) σ^2 , не зависят от времени. Так, периодический сигнал является стационарным, а кратковременный переходной** – нестационарным.



Рисунок 1 – Пример нестационарного сигнала (а) и график изменения его среднего значения во времени (б)

¹ Аналитические сигналы имеют однозначное математическое описание, например \sin или x^2 .

** Часто употребляют название «транзиентный» сигнал.

Пример транзientного сигнала показан на рис. 1,а. Убедиться, что это нестационарный сигнал можно вычислив его *кратковременное* (скользящее) среднее значение. Для этого выберем значения сигнала для моментов времени с 1 по 100 и посчитаем среднее, которое отложим на графике в момент времени 1, затем окно наблюдения сместим на один отсчет влево и посчитаем среднее значение сигнала в промежутке от 2 до 101, а результат отложим на графике в момент времени 2 и т.д. Ниже приведен Matlab-код, выполняющий описанную операцию:

```
x = audioread('letter_T_female_low_8k.wav');
N = length(x);
Npt = 100;
y = zeros(1, N);
for n = 1:N-Npt
    y(n) = sum(x(n:n+Npt-1))/Npt;
end
plot(1:N, y)
```

Результат вычисления скользящего среднего приведен на рис. 1,б. Можно заметить, что среднее значение сигнала изменяется со временем, откуда можно сделать вывод о том, что транзientный сигнал является нестационарным.

На рис. 2 показан пример стационарного сигнала и график изменения его среднего значения. Легко заметить, что среднее значение сигнала практически не меняется со временем, это позволяет утверждать, что данный сигнал является стационарным.

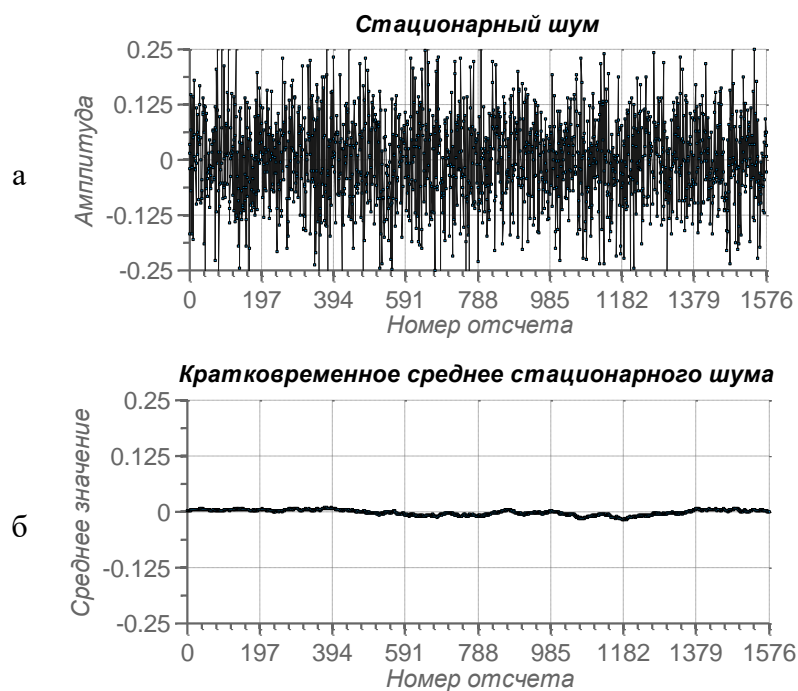


Рисунок 2 – Пример стационарного сигнала (а) и график изменения его среднего значения во времени (б)

Мощность и спектральная плотность мощности

Мгновенная мощность сигнала $x(t)$ равна квадрату его амплитуды $|x(t)|^2$. Это утверждение верно, даже когда $x(t)$ принимает комплексные значения. Часто более полезным является понятие **средней мощности**. Пусть дискретный сигнал $x(n)$ состоит из отсчетов непрерывного сигнала $x(t)$, тогда средняя мощность такого сигнала вычисляется как

$$P_a = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n). \quad (1)$$

Также мы можем найти среднюю мощность сигнала $x(n)$, если известно его ДПФ:

$$P_a = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2, \quad (2)$$

где $X(k) = DFT[x(n)]$.

Из выражений (1) и (2) можно сделать вывод, что

$$\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2.$$

Этот результат известен как **теорема Парсеваля**, которая показывает, что энергия сигнала может быть найдена как из временных отсчетов сигнала, так и из компонент преобразования Фурье. Теорема Парсеваля позволяет ввести понятие **периодограммы**:

Периодограмма:
$$P_{xx}(k) = \frac{1}{N} |X(k)|^2, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3)$$

Таким образом, периодограмма – это функция, принимающая действительные значения и обладающая свойством симметрии $P_{xx}(k) = P_{xx}(N-k)$ вследствие симметричности $X(k)^2$. Зная периодограмму можно записать выражение для средней мощности:

Средняя мощность:
$$P_a = \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \sum_{k=0}^{N-1} P_{xx}(k). \quad (4)$$

Выражение (4) дает нам понять, что также как $x^2(n)$ показывает мощность сигнала в отдельный момент времени n , так $P_{xx}(k)$ показывает мощность k -й частотной компоненты сигнала. Говорят, что периодограмма является **оценкой спектральной плотности мощности** (СПМ) случайного сигнала $x(n)$.

Непосредственно спектральную плотность мощности $P(e^{j\omega})$ можно определить как усредненный квадрат модуля преобразования Фурье случайного сигнала теоретически бесконечной длины:

² ДПФ $X(k)$ действительного сигнала $x(n)$ обладает свойством симметрии $X(k) = X^*(N-k)$, где «*» знак комплексного сопряжения.

$$P(e^{j\omega}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \frac{|X(e^{j\omega T})|}{f_s},$$

где $X(e^{j\omega T})$ – *усеченное* (в случае конечного N) дискретное во времени преобразование Фурье сигнала $x(n)$:

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-N}^N x(n)e^{-j\omega T n},$$

f_s – частота дискретизации, а $T = 1/f_s$ – интервал дискретизации.

Функция $P(e^{j\omega})$ представляет собой распределение *мощности* по частотам, и поэтому измеряется в ваттах на герц (Вт/Гц).

Зачем знать СПМ сигнала?

Знание спектральной плотности мощности сигнала позволяет ответить на вопрос, какие частотные составляющие сигнала имеют наибольшую энергию. Часто записанный сигнал представляет собой смесь нескольких источников. В этом случае если каждый источник имеет свою «собственную» частоту, то по СПМ можно судить о количестве имеющихся источников: оно будет равно числу максимумов (пиков) функции СПМ. Ниже приведен Matlab-код, моделирующий описанную ситуацию. Имеется два источника сигнала: первый – частотой 500 Гц, второй – 1125 Гц. Записанный сигнал представляет собой смесь сигналов, поступающих от двух источников на фоне шума³.

```
Npt = 256;
Fs = 8000; % частота дискретизации 8 кГц
n = 0:Npt-1;
f1 = 500; % частота первого источника (в Гц)
f2 = 1125; % частота второго источника (в Гц)
x = 0.4*cos(2*pi*f1/Fs*n) + 0.2*cos(2*pi*f2/Fs*n) + 0.2*randn(1,Npt);
plot(n, x)
```

По временной форме сигнала (рис. 3) трудно судить о количестве источников. Однако это возможно сделать, если построить периодограмму сигнала (рис. 4) и по оси абсцисс отложить аналоговые частоты. Периодограмма показывает, что исходный сигнал состоит из двух синусоидальных компонент с разными амплитудами и частотами (в нашем случае каждая из компонент генерировалась своим источником). Также периодограмма позволяет оценить частоту синусоидальных компонент. Наличие в периодограмме компонент с малыми амплитудами объясняется присутствием шума во входном сигнале.

³ Гауссовский шум с нулевым средним значением и СКО, равным единице, генерируется в Matlab командой `randn(1,N)`.

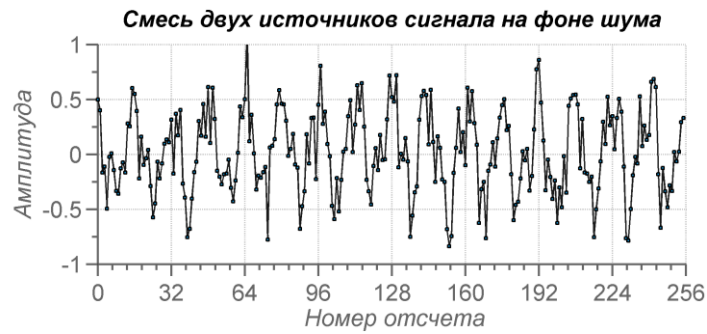


Рисунок 3 – Временная форма смеси двух сигналов



Рисунок 4 – Периодограмма смеси сигналов

Автокорреляционная функция сигнала

Объясним понятие автокорреляционной функции (АКФ) сигнала $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$. АКФ последовательности длины N позволяет оценить зависимость между её отсчетами при различных временных сдвигах по времени⁴ τ :

$$R_x(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|\tau|-1} x(n)x(n+\tau), \quad -(N-1) \leq \tau \leq (N-1). \quad (5)$$

Говорят, что АКФ является мерой самоподобия (self-similarity, самоповторения) сигнала на различном временном удалении τ . Когда значение $R_x(\tau)$ велико для какого-то τ , то говорят, что отсчеты расположенные на расстоянии τ имеют высокую корреляцию.

Свойства АКФ

– $R_x(\tau)$ является четной функцией:

$$R_x(\tau) = R_x(-\tau).$$

– $R_x(0) \geq R(\tau)$;

– $R_x(0)$ равно мощности сигнала;

– если $x(n)$ периодическая последовательность, то и $R_x(\tau)$ также будет иметь периодический вид, но огибающая будет линейно спадать, поскольку объем перекрывающихся данных с увеличением τ уменьшается линейно.

⁴ Солонина А.И. и др. Цифровая обработка сигналов и Matlab, стр. 97.

– если $x(n)$ представляет собой белый шум, то АКФ будет иметь вид импульса при $\tau = 0$, отражая тот факт, что у белого шума не существует связи между последовательными (соседними) отсчетами.

АКФ периодического сигнала

Предположим, что сигнал $x(n)$ имеет за пределами своего определения периодическое продолжение. Это предположение весьма обоснованно, особенно для стационарных сигналов. В этом случае АКФ сигнала $x(n)$ определяется следующим образом:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+\tau), \quad \tau = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

Для практического использования, когда в программе доступны отсчеты сигнала с 0 по $N-1$ можно воспользоваться следующей расчетной формулой:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(\langle n+\tau \rangle_N), \quad (7)$$

где $\langle a \rangle_N$ – операция взятие остатка от деления целого числа a на N .

Наиболее важным является следующий результат: *дискретное преобразование Фурье, взятое от автокорреляционной функции сигнала, равно периодограмме этого сигнала:*

$$\text{ДПФ}\{R_{xx}(\tau)\} = \frac{1}{N} |X(k)|^2 = P_{xx}(k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (8)$$

Повторим, что последнее утверждение справедливо *только* в том случае, когда сигнал $x(n)$ имеет периодическое продолжение, т.е. когда $x(N) = x(0)$, $x(N+1) = x(1)$ и т. д.⁵ Автокорреляционная функция R_{xx} показывает, насколько сильна связь между отсчетами сигнала. Например $R_{xx}(1)$ показывает, насколько сильно зависимы соседние отсчеты в сигнале, $R_{xx}(2)$ обнаруживает связь между отсчетами $x(n)$ и $x(n \pm 2)$, т. е. между отсчетами, отстоящими друг от друга на два интервала дискретизации. Таким образом, с помощью АКФ можно выявить скрытую в сигнале периодичность. Допустим, что сигнал содержит гармоническое колебание с периодом в 50 отсчетов. Можно уверенно сказать, что АКФ такого сигнала будет иметь локальный максимум в точке $m = 50$.

Отметим, что ни $R_{xx}(m)$, ни $P_{xx}(k)$ не содержат никакой информации о фазе сигнала $x(n)$. По этой причине сдвиг $x(n)$ во временной области не влияет на автокорреляционную функцию и периодограмму.

В качестве характерных примеров рассмотрим АКФ и периодограмму гармонического сигнала и белого шума (рис. 4.5).

⁵ В Matlab можно легко получить периодическое продолжение сигнала, используя операцию конкатенации. Например, если вектор-строка `sig` содержит отсчеты сигнала, то периодическое продолжение сигнала можно получить командой `periodic_sig = [sig sig];`

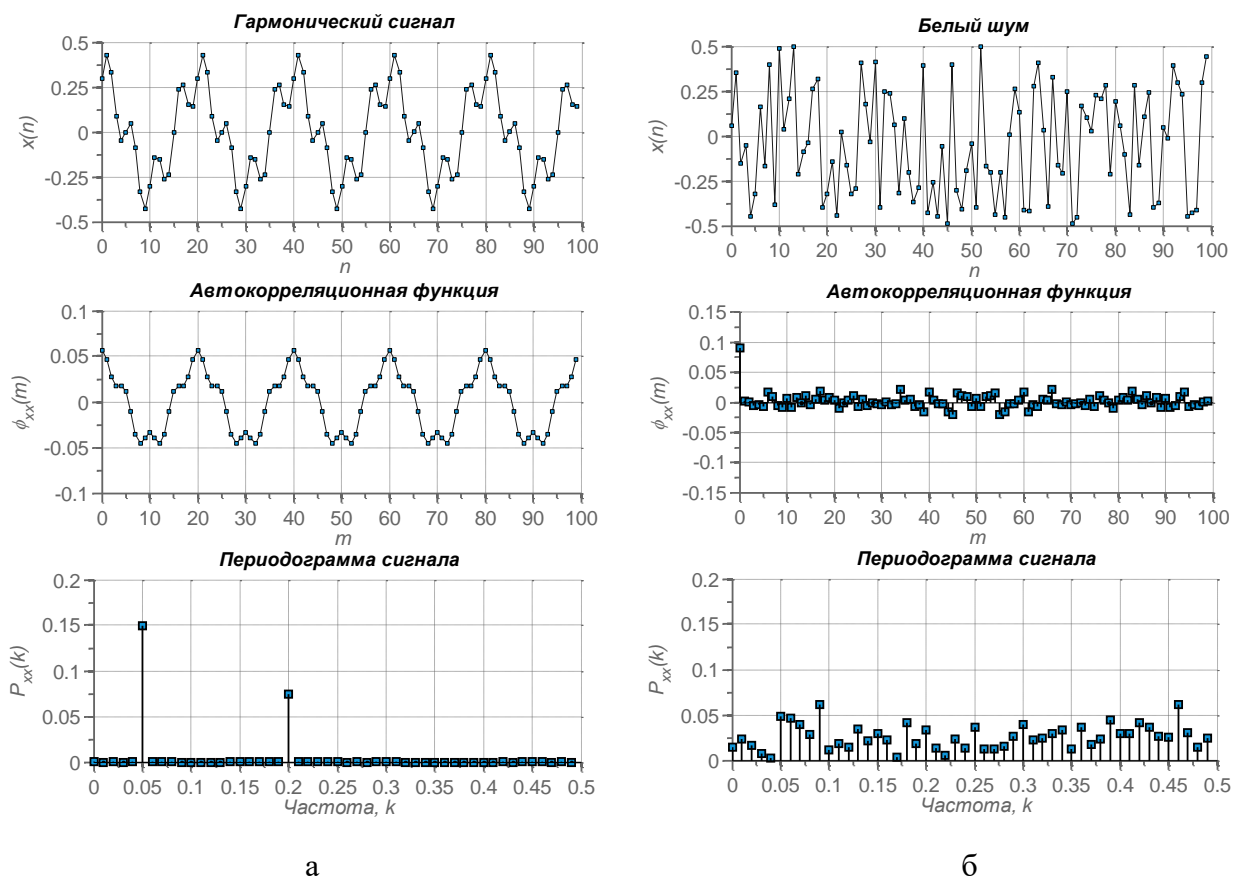


Рисунок 5 – Временная форма, АКФ и периодограмма гармонического сигнала $x(n) = 0,3 \cos(2\pi \cdot 0,05n) + 0,15 \sin(2\pi \cdot 0,2n)$, $n = 0, 1, \dots, 99$ (а) и белого шума (б)

В обоих случаях частота дискретизации сигнала равна 1 Гц. Периодический сигнал содержит две синусоидальные компоненты: одна с периодом $T_1 = 20$ отсчетов (частота $f_1 = 1/T_1 = 0,05$), другая с периодом $T_2 = 5$ отсчетов (частота $f_2 = 1/T_2 = 0,20$). Таким образом, в сигнале имеется частота основного тона f_1 и ее 4-я гармоника, поскольку $f_2 = 4f_1$. С помощью АКФ можно обнаружить период частоты основного тона, как правило, он соответствует первому максимуму $R_{xx}(m)$ для $m > 0$. В нашем примере мы наблюдаем максимум при $m = 20$, что в точности соответствует периоду основного колебания. Периодограмма гармонического сигнала имеет два спектральных пика, показывая тем самым, что вся энергия сигнала сосредоточена в двух гармонических компонентах. Белый шум (рис. 5, б) представляет собой случайный сигнал. Анализ его периодограммы показывает, что мощность белого шума равномерно распределена во всем частотном диапазоне. Каждый последующий отсчет белого шума не зависит от предыдущего. Именно этот факт отражает АКФ $R_{xx}(m)$ белого шума, в которой имеется пик только для $m = 0$. При любом другом сдвиге m АКФ близка к нулю, что говорит о статистической независимости отсчетов белого шума.

Оценка СПМ сигнала

Представим, что дана запись длительного стационарного сигнала и необходимо определить его СПМ. Прямой метод определения СПМ основан на вычислении квадрата модуля преобразования Фурье этого сигнала (см. формулу (3)). Полученная таким образом периодограмма, которую иногда называют **выборочным спектром**, представляет собой *оценку* СПМ. На практике такой

метод практически не применяется, поскольку полученная СПМ является **статистически несостоятельной**. Это означает, что наличие в СПМ пика на какой-либо частоте не гарантирует нам наличие гармонической компоненты с такой частотой в сигнале. Например, на рис. 5 периодограмма белого шума содержит максимум на частоте 0,09 Гц, однако это не значит, что в сигнале присутствует стационарный гармонический сигнал с такой частотой.

Для получения **устойчивой** (достоверной) оценки СПМ применяют **метод усреднения периодограмм**. Метод заключается в выполнении следующих шагов:

1) разбить исходный сигнал $x(n)$ на K перекрывающихся сегментов с числом отсчетов $NSAMP$ (рис. 6); $NSHIFT$ – размер перекрытия между соседними сегментами.

2) для каждого сегмента $x_i(n)$ выполнить расчет периодограммы $P_{xx}^{(i)}(k)$;

3) усреднить полученные периодограммы

$$P_{xx}(k) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{xx}^{(i)}(k).$$

Данный метод имеет регулируемые параметры $NSAMP$ и $NSHIFT$. Ниже приводится каркас Matlab-кода, который необходим для реализации метода усреднения периодограмм.

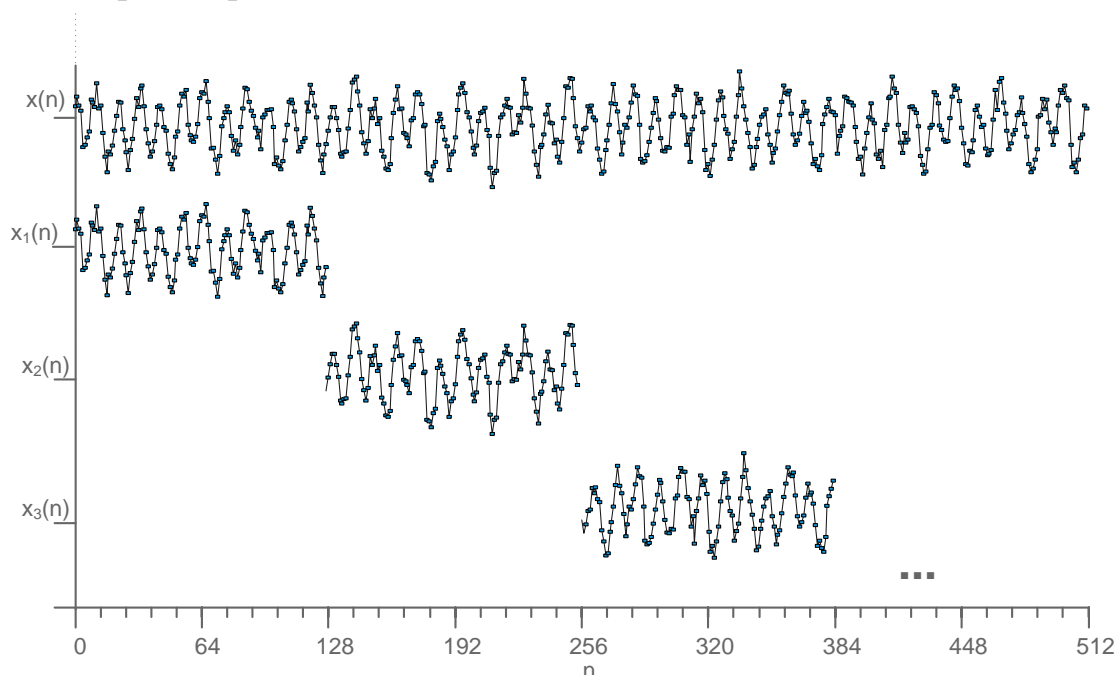


Рисунок 6 – Сегментация сигнала (без перекрытия, т.е. $NSHIFT = 0$)

```
Npt = length(x);
Nsamp = 50;
Nshift = 10;
K = floor((Npt - Nsamp) / Nshift) + 1;
for i = 1:K
    x_i = x(1 + (i - 1) * Nshift : Nsamp + (i - 1) * Nshift);
    % Вычисления с сегментом x_i
end
```


Количество сегментов выбирается в зависимости от необходимой точности (надежности) спектральной оценки. При малом значении параметра $NSAMP$ получается больше сегментов, по которым производится усреднение, и, следовательно, ошибка уменьшается, но падает частотное разрешение. Увеличение параметра $NSAMP$ повышает частотное разрешение (спектр становится более детализированным), но, естественно, за счет увеличения ошибки, возникающей из-за уменьшения числа усредняемых сегментов.

Для повышения достоверности оценки СПМ в процессе анализа каждый сегмент можно умножать на весовую (оконную) функцию. Видоизмененная периодограмма (3) в этом случае называется **модифицированной периодограммой** $\hat{P}_{xx}(k)$ и принимает вид:

$$\hat{P}_{xx}(k) = \frac{|X_w(k)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |w(n)|^2}, \quad (9)$$

где $w(n)$ – весовая функция (окно) длины N ; а

$$X_w(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n)e^{-\frac{j2\pi}{N}nk}. \quad (10)$$

Определение частотной характеристики

Рассмотрим систему с одним входом и одним выходом, показанную на рис. 7 и имеющую частотную характеристику $H(f)$.

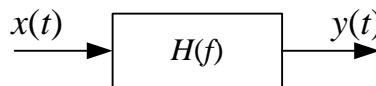


Рисунок 7 – Система с одним входом и одним выходом

Для данной системы справедливо следующее соотношение

$$Y(f) = H(f)X(f), \quad (11)$$

где $X(f)$ и $Y(f)$ – Фурье-образ входного и выходного сигналов.

Допустим, что вид $H(f)$ неизвестен, однако имеется возможность посылать на систему входные воздействия и регистрировать выходные реакции. Для оценки $|H(f)|$ можно подать на вход системы белый шум, и рассчитать СПМ выходного сигнала, которая будет равна

$$|Y(f)|^2 = |H(f)|^2 \quad (12)$$

Это объясняется тем, что у белого шума на всех частотах одна и та же интенсивность, для простоты можно считать, СПМ белого шума $|G(f)|^2$ равна единице для всех частот, отсюда если $X(f) = G(f)$, то согласно (11) получаем выражение (12).

Кратковременный анализ речевых сигналов

На рис. 8 показана временная форма речевого сигнала. Из графика видно, что свойства речевого сигнала, например, характер возбуждения на вокализованных и невокализованных участках, пиковая амплитуда и др., изменяются во времени. Вокализованными называются те сегменты речи, где задействованы голосовые связки диктора. Такие звуки как [а], [о], [ж] являются вокализованными, в то время как звуки [с], [ш], [щ] являются невокализованными.

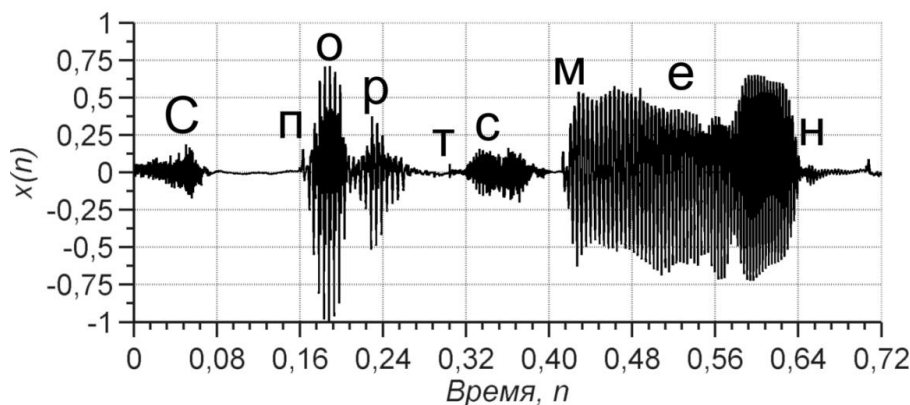


Рисунок 8 – Речевой сигнал (слово «спортсмен»)

В основе большинства методов обработки речи лежит предположение о том, что свойства речевого сигнала с течением времени медленно изменяются. Это предположение приводит к методам *кратковременного анализа*, в которых сегменты речевого сигнала выделяются и обрабатываются так, как если бы они были короткими участками отдельных звуков с отличающимися свойствами. *Сегменты*, которые иногда называют **кадрами анализа**, или **фреймами**, обычно перекрываются. Результатом обработки на каждом интервале является число или совокупность чисел. Следовательно, подобная обработка приводит к новой, зависящей от времени последовательности, которая может служить характеристикой речевого сигнала.

В общем виде большинство методов кратковременного анализа могут быть описаны выражением

$$Q(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T[x(m)]w(n-m). \quad (13)$$

Смысл этого выражения в следующем: сигнал $x(m)$ подвергается преобразованию $T[\cdot]$, затем результирующая последовательность умножается на последовательность значений временного окна (весовая функция) с центром на отсчете n . Результаты суммируются по всем ненулевым значениям.

Примером такого анализа может служить измерение кратковременной мощности сигнала, которая определяется как

$$P(n) = \frac{1}{N+1} \sum_{m=n-N/2}^{n+N/2} x^2(m). \quad (14)$$

Таким образом, кратковременная мощность в момент времени n есть просто средняя сумма квадратов отсчетов в диапазоне от $n - N/2$ до $n + N/2$. Из (13)

видно, что в (14) оператор $T[\cdot]$ представляет собой возведение в квадрат и деление на $(N + 1)$, а

$$w(n) = \begin{cases} 1, & -N/2 \leq n \leq N/2, \\ 0 & |n| > N/2. \end{cases} \quad (15)$$

Вычисление кратковременной мощности иллюстрирует рис. 8. Отметим, что окно «скользит» вдоль последовательности квадратов значений сигнала, ограничивая длительность интервала, используемого в вычислениях.

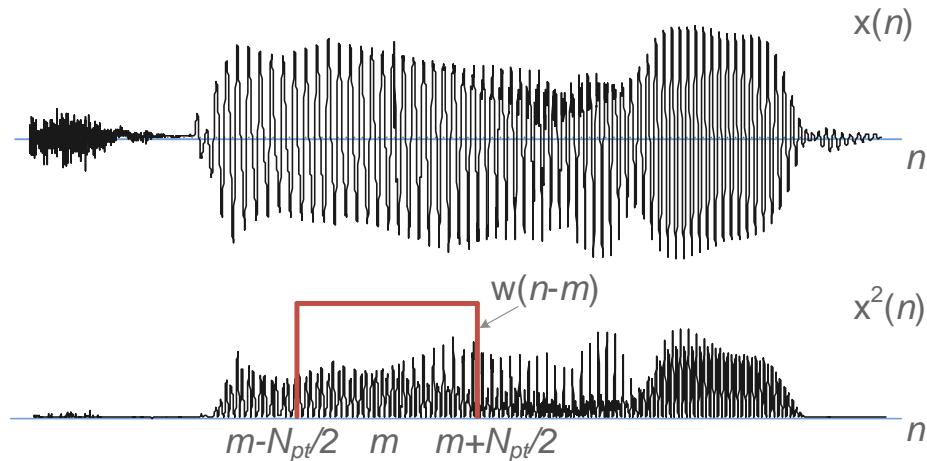


Рисунок 9 – Иллюстрация вычисления функции кратковременной мощности

Основное значение функции $P(n)$ в применении к обработке речи состоит в том, что эта величина позволяет отличить вокализованные речевые сегменты от невокализованных.

Часто в методах кратковременного анализа вместо прямоугольного окна (см. формулу (15) и рис. 9) используют окна, имеющие колоколообразный вид (например, окно Ханна или Хэмминга). Эти окна имеют значения, близкие к единице в центре сегмента и близкие к нулю по краям. Применением этих окон стараются ослабить краевые эффекты, которые возникают, когда на границах сегмента сигнал имеет большую амплитуду.

Вычисление спектрограммы

Наиболее простым частотно-временным представлением сигнала является спектрограмма. Для её получения необходимо разбить сигнал на небольшие перекрывающиеся кадры анализа длины N , после чего вычислить для каждого кадра дискретное преобразование Фурье. В результате получится следующая двумерная частотно-временная функция:

$$S(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(mM + n) e^{-\frac{j2\pi}{N}nk}, \quad (16)$$

где k – частотный индекс, а m – временной индекс, а параметр M – контролирует перекрытие между соседними кадрами.

Для отображения спектрограммы обычно по горизонтальной оси откладывают временной индекс, по вертикальной оси – частотный, а модуль

$|S(k, m)|$ отображают цветом⁶. Кроме того, чаще всего отображают значение $|S(k, m)|$ в децибелах, т.е. $20 \log_{10} |S(k, m)|$.

Практические задания

Задание 1. Оцените СПМ сигнала на выходе фильтра при помощи метода усреднения периодограмм. Параметры *NSAMP* и *NSHIFT* подберите самостоятельно. На вход фильтра поступает 4096 отсчетов белого шума⁷. В таблице 1 приведено выражение для фильтра согласно варианту⁸.

Таблица 1 – Варианты для задания 1

Номер варианта (V)	Выражение для фильтра
1	$y(n) = x(n) + x(n - 24)$
2	$y(n) = x(n) - 0.8y(n - 1)$
3	$y(n) = x(n) + \frac{1}{2}(y(n - 1) + y(n - 2))$
4	$y(n) = 2y(n - 1) - \frac{1}{2}(x(n) + x(n - 1))$

Задание 2. Разработайте в Matlab-функцию вычисления АКФ сигнала. Примените функцию для определения периода основного тона речевого сигнала (используйте тот же wav-файл, что и в предыдущей лабораторной работе). Входной сигнал разбивается на перекрывающиеся секции по 320 отсчетов. Перекрытие секций составляет 160 отсчетов. Для каждой секции сигнала вычисляется АКФ и находится номер отсчета, содержащий первый максимум функции. Номер этого отсчета и является *оценкой* периода основного тона. Полученные значения отобразите на графике: по оси абсцисс – номер сегмента, по оси ординат – значение периода основного тона.

Таблица 2 – Варианты для задания 2

Номер варианта (V)	Вычисление АКФ
1,3	По формуле (5).
2,4	Через ДПФ, формула (8).

⁶ Функция `pcolor` в Matlab.

⁷ Белый шум можно получить в Matlab при помощи функции `rand(1, 4096)`.

⁸ Номер варианта (V), определяется как $V = (n_0 \bmod 4) + 1$, где n_0 – номер студента в списке группы.

Задание 3. Разработайте в Matlab-функцию для отделения вокализованных участков речи от невокализованных:

```
[x_v, x_u] = vu_separate(x, N, threshold)
```

Для разделения сигнала необходимо рассчитать признак вокализованности. Его можно получить используя например кратковременную мощность сигнала (см. формулу (14)). Если мощность сигнала в момент времени n больше порога (`threshold`), то считается, что отсчет $x(n)$ является вокализованным, в противном случае – невокализованным. Т.о. бинарный признак вокализованности рассчитывается по формуле:

$$v(n) = \begin{cases} 1, & P(n) > \text{threshold}, \\ 0, & P(n) \leq \text{threshold}; \end{cases}$$

Удобно мощность сигнала посчитать в децибелах:

$$P_{dB}(n) = 10 \log_{10} P(n)$$

и порог для сепарации также подбирать в децибелах.

Для получения признака вокализованности можно использовать среднее число переходов сигнала через нуль

$$Z(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=n-N/2}^{n+N/2} |\text{sign}(x[m]) - \text{sign}(x[m-1])|,$$

где функция $\text{sign}(a)$ возвращает значение «-1» для отрицательных чисел и «1» для положительных. Результирующий признак вокализованности вычисляется как

$$v(n) = \begin{cases} 1, & Z(n) \leq \text{threshold}, \\ 0, & Z(n) > \text{threshold}; \end{cases}$$

При этом считается, что на невокализованных участках речь имеет шумоподобный характер и поэтому чаще пересекает нуль, чем на вокализованных участках.

Общий алгоритм сепарации на вокализованную и невокализованную часть заключается в следующем. На вход функции `vu_separate` подается речевой сигнал x , длина окна анализа на котором рассчитывается признак вокализованности равна N и значение порога. Далее выполняются следующие шаги:

- а) для входного сигнала $x(n)$ признак вокализованности $v(n)$;
- б) производится сепарация сигнала:

$$x_v(n) = x(n) \cdot v(n),$$

$$x_u(n) = x(n) \cdot (1 - v(n)).$$

Таблица 3 – Варианты для задания 3

Номер варианта (V)	Признак вокализованности на основе
1,2	Кратковременной мощности (14).
3,4	Среднего числа переходов через нуль $Z(n)$.

Задание 4. Для сигнала из задания 2 вычислите спектрограмму. В процессе вычисления спектрограммы используйте оконную функцию согласно варианту. Попробуйте изменить длину кадра анализа N , что при этом изменяется в спектрограмме? Величину перекрытия выбирайте равной $M = N/2$.

Таблица 4 – Варианты по заданию 4

Номер варианта (V)	Оконная функция	Параметры анализа
1	Окно Блэкмана $w(n) = 0,42 - 0,5 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0,08 \cos \frac{4\pi n}{N}$	$N = 64$ $N = 128$ $N = 512$
2	Окно Хемминга $w(n) = 0,54 - 0,46 \cos \frac{2\pi n}{N}$	$N = 80$ $N = 160$ $N = 800$
3	Окно Блэкмана-Харриса $w(n) = 0,35875 - 0,48829 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0,14128 \cos \frac{4\pi n}{N} - 0,01168 \cos \frac{6\pi n}{N}$	$N = 320$ $N = 640$ $N = 1280$
4	Окно Ханна $w(n) = 0,5 - 0,5 \cos \frac{2\pi n}{N}$	$N = 256$ $N = 1024$ $N = 4096$

При выводе спектрограмм по вертикальной оси отложите аналоговые частоты в диапазоне от 0 до $f_s/2$, а по горизонтальной оси – время в секундах. Сделайте вывод о результатах применения оконной функции для анализа спектра и о влиянии длины окна анализа.

Задание 5. Для сигнала из задания 2 оцените СПМ методом усредненных модифицированных периодограмм. В процессе вычислений используйте оконную функцию из задания 4. При отображении периодограмм по горизонтальной оси отложите аналоговые частоты в диапазоне от 0 до $f_s/2$.