

1 Сортировки основанные на внутреннем виде данных

Имеем n чисел $[0, U - 1]$, $U = 2^w$, числа укладываются в RAM-модель

Сортировка подсчетом Заводим массив $cnt[U]$, $cnt[x] = |\{i : a_i = x\}|$. Далее переводим $count \rightarrow pref$, $pref[x] = pref[x - 1] + count[x]$
 $O(n + U)$

Поразрядная сортировка b_{ij} — j -й бит i -го числа. (Сортируем бинарные строки длины w)

Поочередно сортируем строки, разбивая их на классы эквивалентности по 2^{iter} последним символам. После чего мы стабильно сортируем по $(iter + 1)$ -му символу.

$$O(\log_n U n)$$

Bucket sort Разбиваем множество на корзины, каждой корзине соответствует отрезок. В каждой корзине запускаемся рекурсивно.

$$O(n \log U)$$

В продакшне используют первую пару итераций, чтобы сильно снизить размерность на реальных данных.

Пусть мы хотим отсортировать равновероятные числа из $[0, 1]$. В каждом бакете отсортируем за квадрат. Получим $O(n)$.

$$\begin{aligned} t(n) &\leq \sum_{i=1}^n c \cdot (1 + E(cnt_i)^2) \leq c \cdot n + c \cdot \sum_{i=1}^n E(cnt_i^2) = \\ &= c \cdot n + c \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n EI_{A_{ij}} = c \cdot n + c \cdot n^2 \cdot \frac{1}{n} \leq 2 \cdot c \cdot n \end{aligned}$$

2 Иерархия памяти

Нас интересует задержка (latency), пропускная способность (throughput). Подгрузка x данных занимает $l + \frac{x}{t}$

От долгой к быстрой

1. external machine / internet
2. HDD
3. SSD
4. RAM
5. L3
6. L2
7. L1
8. registers

3 Алгоритмы во внешней памяти

n — размер задачи

M — размер *RAM*

B — блок данных

$B \ll M \ll n$

$\log n \ll B$

$B < \sqrt{M}$ (но это неявно и не факт)

Mergesort во внешней памяти Обычный mergesort, но три типа событий в *merge*:

1. Кончился первый буфер — подгружаем новый
2. Кончился второй — аналогично
3. Кончился буфер для слияния — выписываем обратно в RAM и сбрасываем

$$O\left(\frac{n}{B} \log n\right) \rightarrow O\left(\frac{n}{B} \log \frac{n}{B}\right) \rightarrow O\left(\frac{n}{B} \log_{\frac{M}{B}} \frac{n}{B}\right)$$

+2 идеи:

1. Дошли до размера M — явно посортим в RAM
2. Можем сливать сразу $\frac{M}{B}$ массивов