

## Персистентность

Есть структура данных  $T$  и операции. Некоторые операции изменяют  $T$ , а некоторые не изменяют. Тогда можно говорить о версиях структуры  $T$  в разные моменты времени. *Персистентность* - это свойство структуры данных делать запросы к старым версиям.

Уровни персистентности:

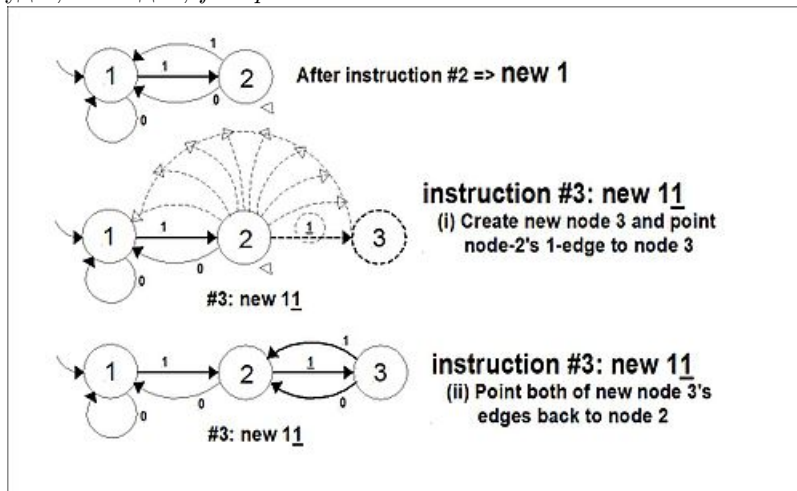
- *parital(weak)* - версии образуют цепочку, то есть каждая следующая версия - это измененная предыдущая (запросы изменения можно делать только к последней версии).
- *full(strong)* - версии образуют дерево (запросы изменения можно делать к любой версии).
- *fuctional(confluent)* - поддерживаются операции сразу для нескольких версий (допустим *merge* для версий декартова дерева).

### Персистентный массив.

Для каждой клеточки храним вектор пар  $(t_x, v_x)$  - в момент  $t_x$  мы изменили этот элемент массива на  $v_x$  (храним в порядке возрастания  $t_x$ ). Бинпоиском отвечаем на запрос *узнать значение элемента версии  $t$* .

Такая персистентность *partial*, но не *full* и *functional*.

**Pointer machine.** Способ организовать структуру данных. Будем хранить все в узловой структуре, поддерживая связи между ними с помощью указателей. Тогда вместо изменения вершины мы просто создаем новую. Таким образом, чтобы изменить вершину  $x$ , нужно изменить суммарно  $O(h)$  вершин. Такая структура данных будет, очевидно, *full persistent*.



Малополезная картинка

**Full персистентный массив.** Давайте создадим двоичное дерево над массивом размера  $n$  с высотой  $O(\log n)$ , реализовав его как pointer machine. Тогда теперь мы можем сделать изменение произвольного элемента в произвольной версии, получив  $O(\log n)$  времени работы (и очевидную реализацию персистентного ДО в придачу).

### Персистентное декартово дерево.

Заметим, что наше декартово дерево можно было бы реализовать через pointer machine, что даст нам что-то очень похожее на то, что мы хотим от такой структуры данных. К сожалению, такая структура данных не будет *functional persistent*, потому что есть конструктивный способ очень сильно расширить дерево в высоту (достаточно просто мерджить одну и ту же вершину с последней версией дерева, получая бамбук).

Проблема у нас возникла в тот момент, когда мы воспользовались старой идеей приоритетов. Теперь будем вычислять что-то типа приоритетов динамически. А именно, будем считать, что приоритет дерева  $L$  больше приоритета дерева  $R$ , если  $rand() < \frac{S(L)}{S(L)+S(R)}$ . Можно показать, что теперь высота ДД все еще  $O(\log n)$ .