

# 1 Сортировки основанные на внутреннем виде данных

Имеем  $n$  чисел  $[0, U - 1]$ ,  $U = 2^w$ , числа укладываются в RAM-модель

**Сортировка подсчетом** Заводим массив  $cnt[U]$ ,  $cnt[x] = |\{i : a_i = x\}|$ . Далее переводим  $count \rightarrow pref$ ,  $pref[x] = pref[x - 1] + count[x]$   
 $O(n + U)$

**Поразрядная сортировка**  $b_{ij}$ — $j$ -й бит  $i$ -го числа. (Сортируем бинарные строки длины  $w$ )

Поочередно сортируем строки, разбивая их на классы эквивалентности по  $iter$  последним символам. После чего мы стабильно сортируем по  $(iter + 1)$ -му символу.

$O(n \log U)$

**Bucket sort** Разбиваем множество на корзины, каждой корзине соответствует отрезок. В каждой корзине запускаемся рекурсивно.

$O(n \log U)$

В продакшне используют первую пару итераций, чтобы сильно снизить размерность на реальных данных.

Пусть мы хотим отсортировать равновероятные числа из  $[0, 1]$ . В каждом бакете отсортируем за квадрат. Получим  $O(n)$ .

$$\begin{aligned} t(n) &\leq \sum_{i=1}^n c \cdot (1 + E(cnt_i)^2) \leq c \cdot n + c \cdot \sum_{i=1}^n E(cnt_i^2) = \\ &= c \cdot n + c \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n EI_{A_{ij}} = c \cdot n + c \cdot n^2 \cdot \frac{1}{n} \leq 2 \cdot c \cdot n \end{aligned}$$

## 2 Иерархия памяти

Нас интересует задержка (latency), пропускная способность (throughput). Подгрузка  $x$  данных занимает  $l + \frac{x}{t}$

От долгой к быстрой

1. external machine / internet
2. HDD
3. SSD
4. RAM
5. L3
6. L2
7. L1
8. registers

### 3 Алгоритмы во внешней памяти

$n$  — размер задачи

$M$  — размер *RAM*

$B$  — блок данных

$B \ll M \ll n$

$\log n \ll B$

$B < \sqrt{M}$  (но это неявно и не факт)

**Mergesort во внешней памяти** Обычный mergesort, но три типа событий в *merge*:

1. Кончился первый буфер — подгружаем новый
2. Кончился второй — аналогично
3. Кончился буфер для слияния — выписываем обратно в RAM и сбрасываем

$$O\left(\frac{n}{B} \log n\right) \rightarrow O\left(\frac{n}{B} \log \frac{n}{B}\right) \rightarrow O\left(\frac{n}{B} \log_{\frac{M}{B}} \frac{n}{B}\right)$$

+2 идеи:

1. Дошли до размера  $M$  — явно посортим в RAM
2. Можем сливать сразу  $\frac{M}{B}$  массивов