

# Алгоритмы и структуры данных.

## Самобалансирующие деревья Тарьяна-Слейтера.

1. Разберите и нарисуйте картинки, показывающие как устроен левый и правый поворот в дереве поиска.
2. Разберите устройство и нарисуйте последствия операций zig-zig и zig-zag. Цель операции: с помощью двух поворотов поднять вершину на два шага вверх.
3. Разберите устройство операции expose, которая поднимает фиксированную вершину в корень. Когда требуется использовать эту операцию, чтобы для оценки времени работы дерева требовалась оценивать только её?
4. Разберите устройство операций insert, find, delete, split, merge.
5. Докажите вспомогательное неравенство, что  $\log_2 x + \log_2 y \leq -2$ , если  $x, y > 0; x + y \leq 1$ .
6. Введём потенциал  $\Phi(T) = \sum_{v \in V} rank(v)$ , где  $rank(v) = \log_2 size(v)$ , то есть потенциал равен сумме логарифмов размеров поддеревьев. Используя данный потенциал покажите амортизированную стоимость операции expose в  $3 \cdot \log n + 1$ , а точнее  $3 \cdot (rank(root) - rank(v)) + 1$ .
7. Покажите, что операции изменения дерева split, merge, insert и delete не ломают оценку на амортизированную стоимость.
8. Покажите, что splay-дерево эффективно (линейно) работает, если использовать его как стек, то есть в качестве ключа при добавлении использовать только текущий размер дерева  $n$ , а удалять только ключ  $n - 1$ .