

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

ОТНОШЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ОТНОШЕНИЕ ПОРЯДКА
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

студента 3 курса 331 группы
специальности 100501 — Компьютерная безопасность
факультета КНиИТ
Окунькова Сергея Викторовича

Проверил
аспирант

В. Н. Кутин

СОДЕРЖАНИЕ

1	Постановка задачи.....	3
2	Теоретические сведения по рассмотренным темам с их обоснованием ...	4
2.1	Алгебраические операции.....	4
2.2	Основные операции над бинарными отношениями	4
2.3	Основные операции над матрицами	5
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	6

1 Постановка задачи

Цель работы:

Изучение основных понятий универсальной алгебры и операций над бинарными отношениями.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотреть понятие алгебраической операции и классификацию свойств операций. Разработать алгоритмы проверки свойств операций: ассоциативность, коммутативность, идемпотентность, обратимость, дистрибутивность.
2. Рассмотреть основные операции над бинарными отношениями. Разработать алгоритмы выполнения операции над бинарными отношениями.
3. Рассмотреть основные операции над матрицами. Разработать алгоритмы выполнения операций над матрицами.

2 Теоретические сведения по рассмотренным темам с их обоснованием

2.1 Алгебраические операции

Опр. Отображение $f : A^n \rightarrow A$ называется алгебраической n -арной операцией или просто алгебраической операцией на множестве A . При этом n называется порядком или арностью алгебраической операции f .

Далее для бинарной операции f по возможности будем использовать мультипликативную запись с помощью символа \cdot , т.е. вместо $f(x, y)$ писать $x \cdot y$.

Опр. Бинарная операция \cdot на множестве A называется:

1. ассоциативной, если для любых $x, y, z \in A$ выполняется равенство

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z;$$

2. коммутативной, если для любых $x, y \in A$ выполняется равенство

$$x \cdot y = y \cdot x;$$

3. идемпотентной, если для любого $x \in A$ выполняется равенство

$$x \cdot x = x;$$

4. обратимой, если для любого $x \in A$ и некоторого $a \in A$, выполняется свойство $x \cdot a = a \cdot x = 1$;

5. дистрибутивной относительно операции $+$, если для любых $x, y, z \in A$ выполняются равенства

$$\begin{aligned}x \cdot (y + z) &= (x \cdot y) + (x \cdot z), \\(y + z) \cdot x &= (y \cdot x) + (z \cdot x);\end{aligned}$$

2.2 Основные операции над бинарными отношениями

1. Теоретико-множественные операции (\cup, \cap, \neg)
2. Обращение бинарных отношений: обратным для бинарного отношения $\rho \subset A \times B$ называется бинарное отношение $\rho^{-1} \subset B \times A$, определяющееся по формуле:

$$\rho^{-1} = (b, a) : (a, b) \in \rho.$$

3. Композиция бинарных отношений: композицией бинарных отношений $\rho \subset A \times B$ и $\sigma \subset B \times C$ называется бинарное отношение $\rho\sigma \subset A \times C$, определяющееся по формуле:

$$\rho\sigma = (a, c) : (a, b) \in \rho \text{ и } (b, c) \in \sigma \text{ для некоторого } b \in B.$$

2.3 Основные операции над матрицами

1. Сложение и вычитание матриц.

Суммой $A + B$ матриц $A_{m \times n} = (a_{ij})$ и $B_{m \times n} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m \times n} = (c_{ij})$, где $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ для всех $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, n}$.

Разностью $A - B$ матриц $A_{m \times n} = (a_{ij})$ и $B_{m \times n} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m \times n} = (c_{ij})$, где $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ для всех $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, n}$.

2. Умножение матрицы на число.

Произведением матрицы $A_{m \times n} = (a_{ij})$ на число α называется матрица $C_{m \times n} = (c_{ij})$, где $c_{ij} = \alpha a_{ij}$ для всех $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, n}$.

3. Произведение двух матриц.

Произведением матриц $A_{m \times n} = (a_{ij})$ на матрицу $B_{n \times p} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m \times p} = (c_{ij})$, где $c_{ij} = \sum_{p=1}^n a_{ip} b_{pj}$ для всех $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, p}$.

4. Транспонирование матрицы.

Транспонированной по отношению к матрице $A_{m \times n} = (a_{ij})$ называется матрица $A_{n \times m}^T = (a_{ij}^T)$ для элементов которой $a_{ij}^T = a_{ji}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной лабораторной работы были рассмотрены теоретические основы отношений эквивалентности, построение их фактор множеств, построение диаграмм Хассе и решетки концептов. На основе этой теоретической части была смоделирована программа на языке Python с использованием средств библиотеки NumPy, которая способна построить замыкание эквивалентности, фактор множество, систему представителей этого множества, построить диаграмму Хассе на отношение делимости и построить решетку концептов для заданного множества, а так же была оценена асимптотика каждого реализованного алгоритма.