1. Основи алгоритмізації

Алгоритми та структури даних є фундаментом сучасних інформаційних технологій.

Алгоритм – однозначно трактована процедура розв’язання задачі, що складається із скінченої послідовності точно визначених кроків чи операцій, для виконання кожної з яких вимагається кінцевий об’єм оперативної пам’яті і кінцевий час.

Представлення алгоритмів:

1. Словесний опис.
2. Опис за допомогою блок-схем.
3. Опис за допомогою діаграм дій.

2. Словесний опис алгоритму

Словесний опис алгоритму є описом послідовних кроків розв’язання задачі природною мовою.

Приклад: Дано два цілих додатних числа **m** та **n** Знайти їх найбільший дільник.

Алгоритм Евкліда:

1. Знаходження остачі. Розділимо **m** на **n**. Нехай остача дорівнює **r** (при цьому `0 < r < n`). `r = m % n,` де `%` – оператор ділення по модулю.
2. Перевірка остачі на `0`. Якщо `r = 0`, перехід на крок 4, **n** – значення що розшукується.
3. Заміна. Якщо `r != 0,` де `!=` – оператор порівняння «не дорівнює», покладемо `m = n, n = r`. Перехід на п.1.
4. Кінець. Виведення результатів.

2.1. Опис алгоритму за допомогою блок-схем

Блок-схеми характеризується наочністю. Елементами блок-схеми є такі основні блоки:

а) функціональний блок, що реалізує довільну функцію, рис. 2.1;

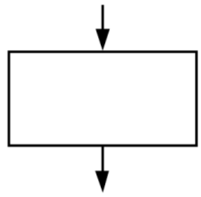

Рис. 2.1. Функціональний блок

б) умовний блок, використовується для зображення розгалуження алгоритму (передачі керування по одній з двох можливих гілок в залежності від логічної умови, що перевіряється), рис. 2.2;

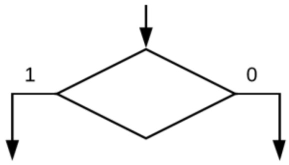

Рис. 2.2. Умовний блок

в) об’єднуючий блок – точка, в якій об’єднується керування двох окремих гілок, рис. 2.3;

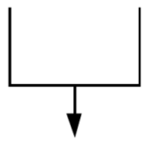

Рис. 2.3. Об’єднуючий блок

г) блок введення/виведення – здійснює введення даних та виведення результату, рис. 2.4;

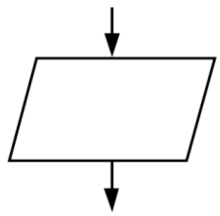

Рис. 2.4. Блок введення/виведення

д) блок початку/кінця алгоритму, рис. 2.5;

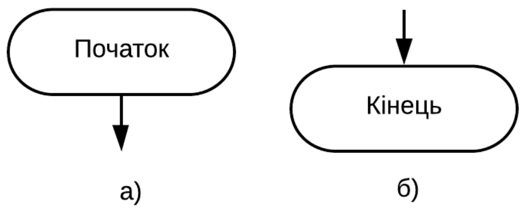

Рис. 2.5. Блок початку/кінця:
а) блок початку; б) блок кінця

е) блок окремої функції, рис. 2.6.

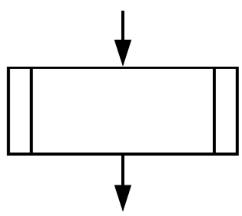

Рис. 2.6. Блок окремої функції

Приклад: блок-схема алгоритму Евкліда, рис. 2.7.

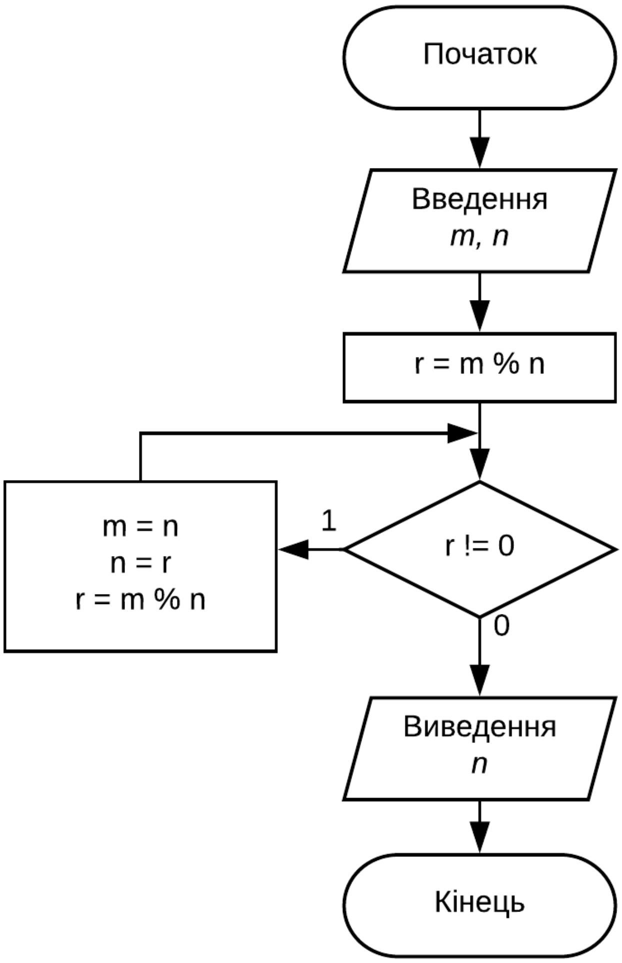

Рис. 2.7. Блок-схема алгоритму Евкліда

2.2. Опис за допомогою діаграм дій

Діаграма дій є різновидом «псевдокоду» – поширеного неформального запису алгоритму. У діаграмах дій посібника використані оператори та стандартні функції мови програмування С. На відміну від блок-схем, їм властива менша наочність, але вони дозволяють легко відслідковувати виконання алгоритму, нехтуючи деталями коду.

Для зображення використовуються такі позначення:

а) головна функція, рис. 2.8;

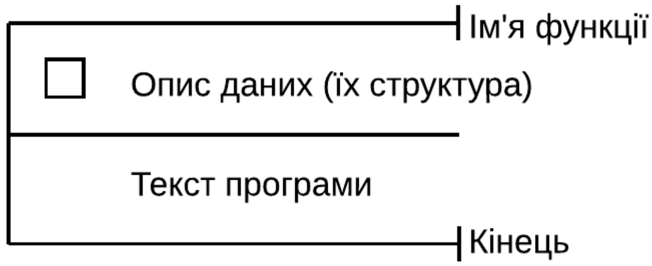

Рис. 2.8. Головна функція

б) визначення типів вхідних даних, табл. 2.1, для позначення простих типів вхідних даних використовується піктограма «□»;

Таблиця 2.1. Прості типи вхідних даних

Тип	**Опис**
R	множина дійсних чисел
R^+	множина дійсних невід'ємних чисел
R^-	множина дійсних від'ємних чисел
Z	множина цілих чисел
Z^+	множина цілих невід'ємних чисел
Z^-	множина цілих від'ємних чисел
N	множині натуральних чисел (ціле додатнє)
C	множина символів
B	логічний (булевий) тип

Приклад: □ **`y є B`** – **`y`**-змінна логічного типу, тобто вона може приймати тільки одне з двох значень : **`false`** (нуль) і **`true`** (не нуль).

в) операторні дужки, рис. 2.9;

Рис. 2.9. Операторні дужки

г) умовна структура, рис. 2.10;

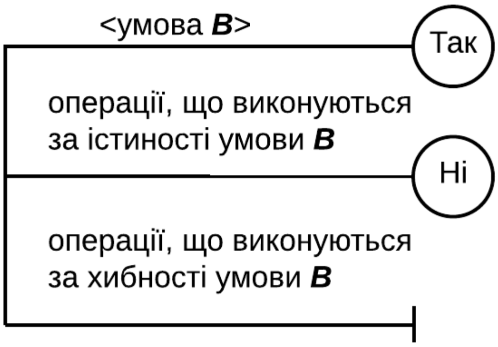

Рис. 2.10. Умовна структура

д) циклічна структура, рис. 2.11.

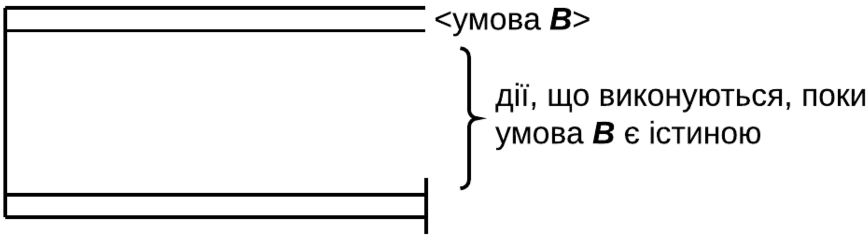

Рис. 2.11. Циклічна структура

Приклад: діаграма дій алгоритму Евкліда, рис. 2.12.

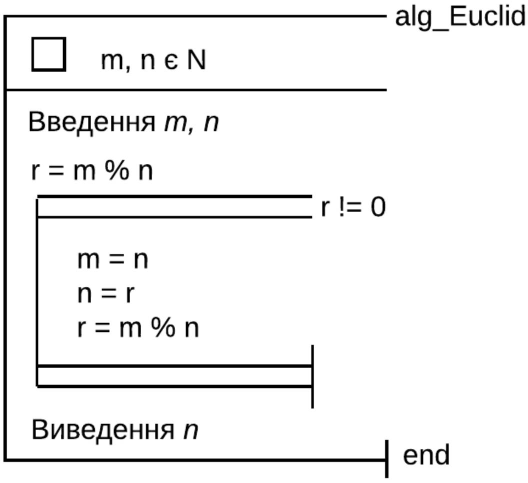

Рис. 2.12. Діаграма дій алгоритму Евкліда

3. Завдання до комп'ютерних практикумів

Виконання комп'ютерних практикумів забезпечує набуття практичного досвіду розробки алгоритмів розв'язку задач, ефективного використання абстрактних структур даних, складання супровідної документації відповідно до вимог чинного законодавства України зі стандартизації [6].

3.1. Комп'ютерний практикум 1. Цикли

Мета роботи

Навчитися розробляти циклічні алгоритми.

Основні теоретичні відомості

Цикли призначені для виконання операцій, що повторюються, поки деяка умова є істиною.

Існує кілька реалізацій циклічних структур:

а) цикл з передумовою, рис. 3.1 та рис. 3.2;

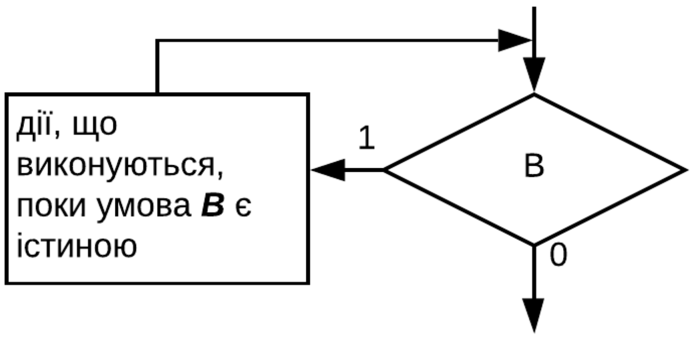

Рис. 3.1. Блок-схема циклу з передумовою

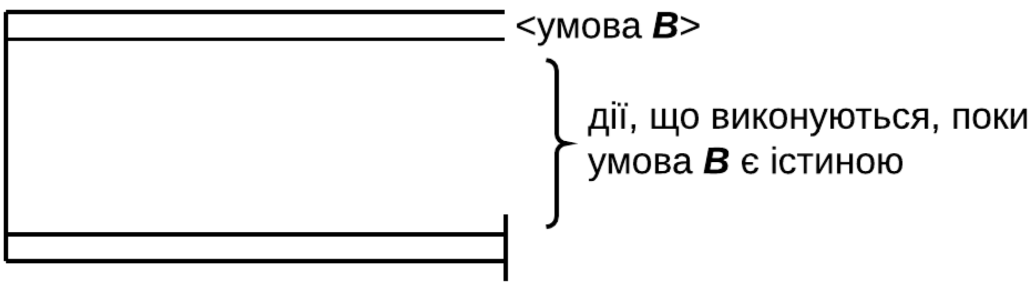

Рис. 3.2. Цикл з передумовою, зображення у діаграмі дій

б) цикл з постумовою, рис. 3.3 та рис. 3.4;

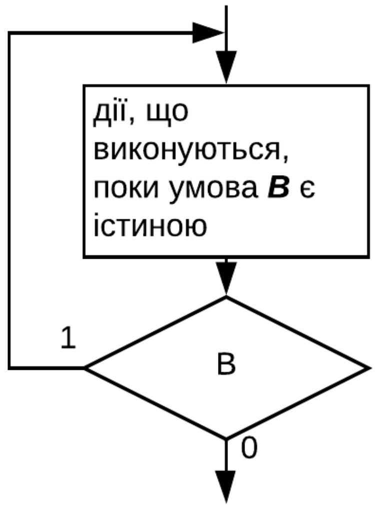

Рис. 3.3. Блок-схема циклу з постумовою

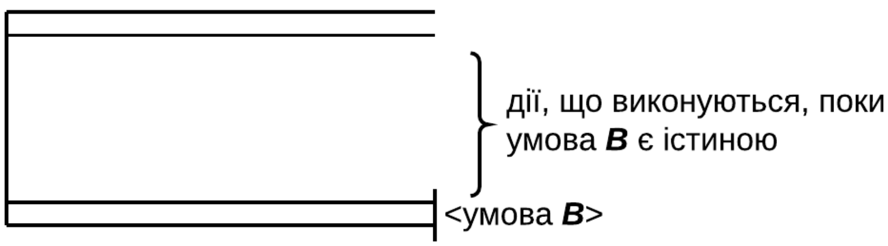

Рис. 3.4. Цикл з постумовою, зображення у діаграмі дій

в) цикл з лічильником, рис. 3.5 та рис. 3.6;

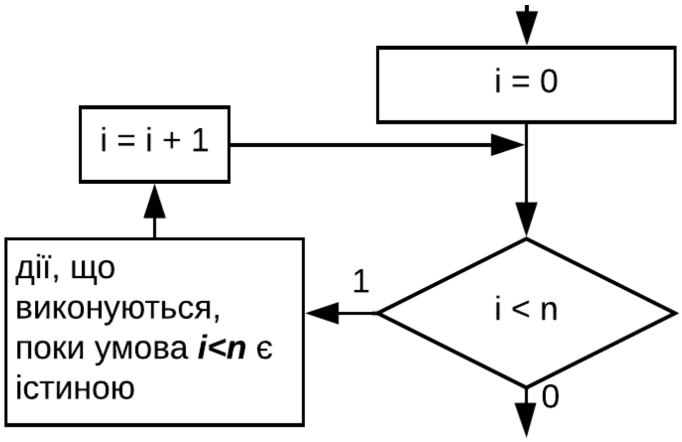

Рис. 3.5. Блок-схема циклу з лічильником

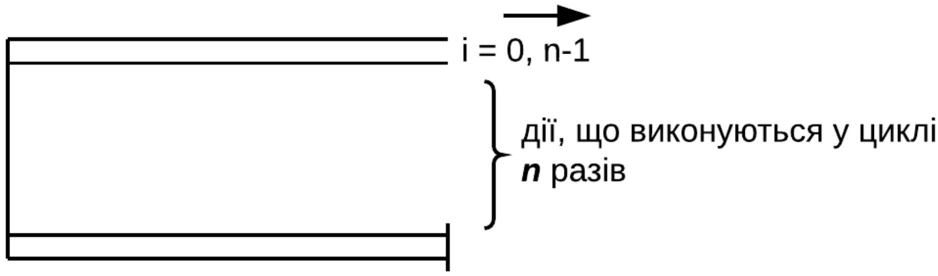

Рис. 3.6. Цикл з лічильником, зображення у діаграмі дій

г) безкінцевий цикл (безумовний), рис. 3.7 та рис. 3.8.

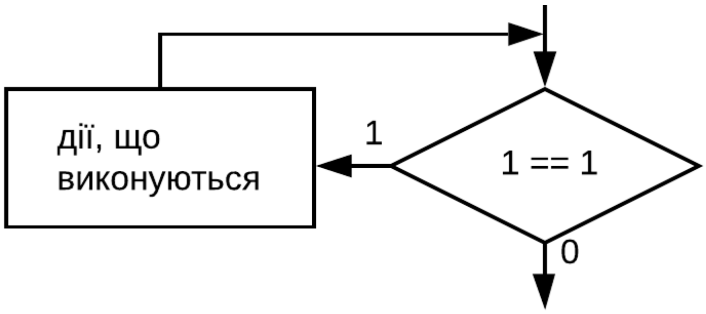

Рис. 3.7. Блок-схема безумовного циклу

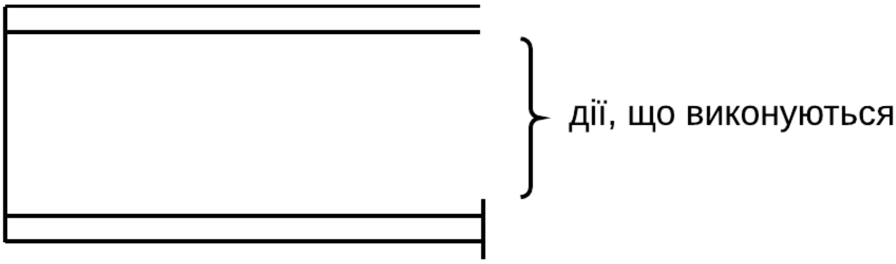

Рис. 3.8. Безумовний цикл, зображення у діаграмі дій

Варіанти завдань

1 – 1. Обчислити суму ряду $s=\sum_{i=1}^{n}\left(-1\right)^{i+1}x_i$, значення x_i послідовно вводити з клавіатури, масив не утворювати.

1 – 2. Обчислити добуток:

$$p=x_n\left(x_n+x_{n-1}\right)\left(x_n+x_{n-1}+x_{n-2}\right)\ldots\left(x_n+x_{n-1}+\ldots x_1\right),$$

значення x_i послідовно вводити з клавіатури, масив не утворювати.

1 – 3. Обчислити суму ряду: $s=\sum_{i=1}^{n}x^{2i+1}/(i+1)$

1 – 4. Обчислити суму ряду: $s=\sum_{i=1,2}^{n}x^i\;/\;i!$

1 – 5. Обчислити суму ряду: $s=\sum_{i=2,2}^{n}1/x^i$

1 – 6. Обчислити суму ряду: $s=\sum_{i=1}^{n}x^i/i!$

1 – 7. З наданою точністю $\varepsilon,\left(0<\varepsilon<1\right)$, знайти:

$e^x=1+x/1!+x^2/2!+\ldots+x^n/n!+..$, перевірити знайдене значення.

1 – 8. З наданою точністю $\varepsilon,\left(0<\varepsilon<1\right)$ знайти:

$$sh\,x=x+x^3/3!+x^5/5!+\ldots+x^{2n+1}/\left(2n+1\right)!+..,$$

перевірити знайдене значення.

1 – 9. З наданою точністю $\varepsilon,\left(0<\varepsilon<1\right)$ знайти:

$$\cos x=1-x^2/2!+x^4/4!+\ldots+\left(-1\right)^n x^{2n}/\left(2n\right)!+..,$$

перевірити знайдене значення.

1 – 10. З наданою точністю $\varepsilon,\left(0<\varepsilon<1\right)$ знайти:

$$\ln\left(1+x\right)=x-x^2/2+x^3/3+\ldots+\left(-1\right)^{n-1}x^n/n+..,$$

перевірити знайдене значення.

1 – 11. З наданою точністю $\varepsilon,\left(0<\varepsilon<1\right)$ знайти:

$$arctg\;x=x-x^3/3+x^5/5+\ldots+\left(-1\right)^n x^{2n+1}/\left(2n+1\right)+..,$$

перевірити знайдене значення.

1 – 12. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{2(k-1)}}{((k+1)!)^2}$$

1 – 13. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^{2k+1}}{k!(2k+1)}$$

1 – 14. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{4k+3}}{(k+1)!}$$

1 – 15. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (x/3)^{4k}}{2k!}$$

1 – 16. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^k}{\left(\left(k+1\right)!\right)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2\left(k+1\right)}$$

1 – 17. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та

дослідити збігання послідовності для обраного значення x, виводячи кожний p-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{4k+3}}{(2k+1)!(4k+3)}$$

1 – 18. Дано дійсні числа x,ε $(x\neq 0,\ 0<\varepsilon<1)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення x, виводячи кожний p-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1} x^{2k-1}}{(2k-1)(2k+1)!}$$

1 – 19. Дано дійсні числа x,ε $(x\neq 0,\ 0<\varepsilon<1)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення x, виводячи кожний p-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!(k+1)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1}$$

1 – 20. Дано дійсне число x. Послідовність $a_1, a_2, \ldots$ утворена за законом: $a_n=\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{n(n+1)(n+2)}$. Отримати $\sum_{n=1}^{k}a_n$, де k-найменше число, що задовольняє умовам: k >10; $|a_{k+1}|<10^{-5}$

1 – 21. Дано дійсні числа x,ε $(x\neq 0,\ 0<\varepsilon<1)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення x, виводячи кожний p-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^{2k}}{2^k k!}$$

1 – 22. Дано дійсне число x. Послідовність $a_1, a_2, \ldots$ утворена за таким законом: $a_n=\dfrac{x^n}{(2n)!}$. Отримати $S=\sum_{n=1}^{k}a_n$, де k-найменше число, що задовольняє умовам: k>10; $|a_{k+1}|<10^{-5}$

1 – 23. Дано дійсні числа x,ε $(x\neq 0,\ 0<\varepsilon<1)$. Обчислити з точністю до ε та

дослідити збігання послідовності для обраного значення x, виводячи кожний p-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\left(\frac{x}{3}\right)^{4k}$$

1 – 24. Обчислити з точністю до ε $(0<\varepsilon<1)$ кожну внутрішню суму, визначити кількість доданків, вивести проміжні результати:

$$\sum_{x=1}^{5}\sum_{k=1}^{\infty} x!/k(x)^k$$

1 – 25. Обчислити з точністю до ε $(0<\varepsilon<1)$ кожну внутрішню суму, визначити кількість доданків, вивести проміжні результати:

$$\sum_{x=1}^{5}\sum_{k=1}^{\infty} k^2x^k/(k+1)!$$

1 – 26. Обчислити з точністю до ε $(0<\varepsilon<1)$ кожну внутрішню суму, визначити кількість доданків, вивести проміжні результати:

$$\sum_{x=1}^{5}\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k x^k/k!$$

1 – 27. Обчислити з точністю до ε $(0<\varepsilon<1)$ кожну внутрішню суму, визначити кількість доданків, вивести проміжні результати:

$$\sum_{x=1}^{5}\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k x^k/(k+1)!$$

1 – 28. Обчислити з точністю до ε $(0<\varepsilon<1)$ кожну внутрішню суму, визначити кількість доданків, вивести проміжні результати:

$$\sum_{x=1}^{5}\sum_{k=1}^{\infty} k\cdot x^k/(k+1)!$$

1 – 29. Обчислити $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{50}\frac{1}{i+j^2}$, вивести окремо внутрішні суми.

1 – 30. Обчислити $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{50}\sin\left(i^3+j^4\right)$, вивести окремо внутрішні суми.

1 – 31. Обчислити $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=i}^{100}\frac{j-i+1}{i+j}$, вивести окремо внутрішні суми.

1 – 32. Обчислити $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{i+2j}$, вивести окремо внутрішні суми.

1 – 33. Для наданих *x, k* обчислити $\sum_{k=1}^{n}\sum_{m=k}^{n}\frac{x+k}{m}$, вивести окремо внутрішні суми.

1 – 34. Знайти 100 перших простих чисел.

1 – 35. Знайти натуральне число від 1 до 10000 з максимальною сумою дільників.

1 – 36. Знайти всі досконалі числа, менші, ніж надане натуральне число. Число є досконалим, коли дорівнює сумі своїх дільників, крім самого себе.

1 – 37. Знайти всі прості дільники наданого числа.

1 – 38. Надані два натуральних числа, *m,n*. Знайти всі числа, менші за *n*, сума цифр яких дорівнює *m*.

1 – 39. З клавіатури вводиться значення кута в радіанах *x*. Обчислити y_i – перше із чисел послідовності sin *x,* sin sin *x,* sin sin sin *x*, … таке, що $|y_i| \le 10^{-4}$

1 – 40. Дано дійсні числа x,ε $\left(x \ne 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{k\sin kx}{k}$$

1 – 41. Дано дійсні числа x,ε $\left(x \ne 0, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k\cos(k\frac{\pi}{3})}{k}$$

1 – 42. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0,\, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=1,2}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^2}$$

1 – 43. Дано дійсні числа x, ε $\left(x \neq 0,\, 0 < \varepsilon < 1\right)$. Обчислити з точністю до ε та дослідити збігання послідовності для обраного значення *x*, виводячи кожний *p*-й доданок та відповідне значення суми:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(k\frac{\pi}{4})}{k!} x^k$$

Порядок виконання роботи

1. Проаналізувати умову задачі.
2. Розробити алгоритм розв’язання задачі згідно з номером варіанту.
3. Результати роботи оформити у звіт:
   1) Титульний лист.
   2) Номер завдання.
   3) Завдання.
   4) Словесний опис алгоритму.
   5) Блок-схема алгоритму.
   6) Діаграма дій алгоритму.
   7) Висновки.

Контрольні запитання

1. Що таке алгоритм?
2. Які вам відомі засоби зображення алгоритму?
3. За допомогою яких блоків будується блок-схема?
4. Що таке лінійна структура?
5. Що таке умовна структура? Які її різновиди?
6. Що таке циклічна структура?
7. Які реалізації циклічної структури вам відомі? Які особливості кожної з цих структур?
8. Який вигляд має головна функція та як описати скалярні змінні у термінах діаграм дій?
9. Які існують циклічні структури та які є їх різновиди? Які особливості роботи кожної із таких структур?