

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Prof. Alfredo Rodríguez Rojas
II Semestre, 2023

Métodos Numéricos para Ingeniería – CM3207
Fecha de entrega: ver en Evaluaciones del TecDigital
Total de puntos: 100

Tarea Programada #3

Instrucciones:

1. El formato general del documento escrito es: portada, descripción del trabajo, desarrollo, y bibliografía consultada. Para la bibliografía use algún formato establecido como APA, IEEE u otro. La portada debe incluir los nombres de los integrantes en orden alfabético (A → Z) según los apellidos.
2. Todos los archivos de MatLab utilizados en la tarea deben ser entregados, junto con el trabajo escrito, subiéndolo un archivo comprimido en la carpeta asignada en el Tec-digital, en la fecha asignada. El nombre del archivo debe ser Tarea03_Apellidos1_Apellidos2_Apellidos3... también en orden alfabético. El archivo lo puede subir cualquiera de los miembros del grupo.
3. Cada grupo de trabajo será de 3-5 personas.
4. El documento debe contener: el número de la pregunta que se va a responder, seguido de la cantidad de puntos asignados y luego la/las respuestas necesarias, incluyendo todos los resultados obtenidos a partir de las funciones en MatLab (imágenes, tablas, ...) junto con los parámetros o condiciones iniciales de cada método. En las preguntas que piden programar se debe explicar la lógica (ciclos, condiciones, variables, etc.) utilizada para cada uno de los algoritmos generales programados en MatLab.
6. **[10 puntos]** Se solicitará a alguno o algunos de los miembros de cada grupo de trabajo a realizar una pequeña exposición y/o defensa del trabajo presentado en la lección anterior a la fecha de entrega.
7. **[10 puntos]** Presentación y orden general del trabajo y cumplir con todos los requisitos antes indicados.

(¹): Para las unidades, observe que la función a integrar quedaría en Kg/s^2 , pero al integrar se multiplica por distancia (m), obteniendo así N .

(²): Recuerde que aunque acá la variable es z , las funciones de Matlab están programadas con la variable x , esto no representa ningún problema y no es necesario hacer ningún cambio en la programación.

DESCRIPCION

Diseño de una represa

Considere el problema 24.23 del libro de texto (Chapra, 7ma Ed., problema 24.22 de la 5ta). Se busca calcular la fuerza que ejerce el agua sobre una represa, así como la línea de acción de la misma.

La presión que ejerce el agua según la profundidad (z en m) se puede describir con la siguiente ecuación:

$$P(z) = \rho g(D - z)$$

Donde ρ es la densidad del agua (10^3 kg/m^3) (se asume constante para cualquier profundidad), g la aceleración debido a la gravedad 9.81 m/s^2 y D la elevación (en m) de la superficie del agua sobre el fondo de la represa.

Para calcular la fuerza se debe tomar en cuenta el área sobre la cuál se ejerce la presión. Está área también varía según la profundidad como se muestra en la figura a continuación.

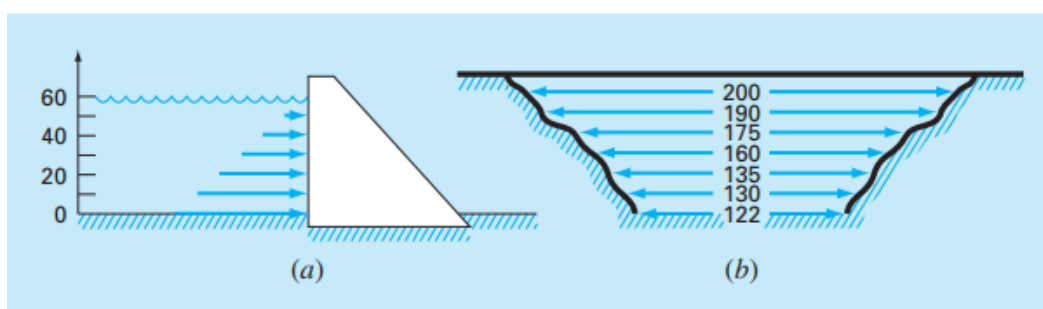


Figura 1. Variación del ancho respecto a la altura de la represa.

Al tomar en cuenta el área, la fuerza se calcula con la siguiente integral ⁽¹⁾:

$$F_{total} = \int_0^D \rho g w(z)(D - z) dz$$

Donde $w(z)$ es una función que describe la variación del ancho de la represa con la altura (también en m).

La distancia (en m) de línea de acción de la fuerza se define con la siguiente integral:

$$d = \frac{\int_0^D \rho g z w(z)(D - z) dz}{\int_0^D \rho g w(z)(D - z) dz}$$

⁽¹⁾: Para las unidades, observe que la función a integrar quedaría en Kg/s^2 , pero al integrar se multiplica por distancia (m), obteniendo así N .

⁽²⁾: Recuerde que aunque acá la variable es z , las funciones de Matlab están programadas con la variable x , esto no representa ningún problema y no es necesario hacer ningún cambio en la programación.

1. Programe una función en MatLab que aproxime el valor de una integral definida basándose en la regla del Trapecio Compuesto:

[I]=TrapecioComp(f,a,b,n)
 f: criterio de la función a integrar.
 a, b: extremos del intervalo de integración.
 n: número de sub-intervalos.

[10 puntos]

2. Programe una función en MatLab que aproxime el valor de una integral definida basándose en la regla de Simpson Compuesto 1/3:

[I]=SimpsonComp(f,a,b,n)
 f: criterio de la función a integrar.
 a,b: extremos del intervalo de integración.
 n: número de sub-intervalos.

[10 puntos]

3. Programe una función en MatLab que solicite al usuario la función que se desea integrar (f), el intervalo de integración [a,b], la precisión requerida (Tol) y la cantidad de iteraciones máximas permitidas (iterMax), y que calcule el error de la integral definida llamando a la función del **punto 1** (Trapecio Compuesto), variando la cantidad de sub-intervalos “n” utilizados (empezando en $n = 1$, y aumentando de 1 en 1) y comparando el resultado de cada integral con la anterior, de manera que:

$$error\ absoluto = |I_n - I_{n-1}|$$

[5 puntos]

4. Programe una función en MatLab que solicite al usuario la función que se desea integrar (f), el intervalo de integración [a,b], la precisión requerida (Tol) y la cantidad de iteraciones máximas permitidas (iterMax), y que calcule el error de la integral definida llamando a la función del **punto 2** (Simpson Compuesto), variando la cantidad de sub-intervalos “n” utilizados (empezando en $n = 2$, y aumentando de 2 en 2) y comparando el resultado de cada integral con la anterior, de manera que:

$$error\ absoluto = |I_n - I_{n-2}|$$

[5 puntos]

5. Utilice Excel o Matlab para realizar una regresión lineal para obtener la función $w(z)$, a partir de los datos mostrados en la Figura 1. Discuta el procedimiento utilizado y muestre los datos de ingreso utilizados y los resultados (tablas, inputs, funciones de Matlab usadas, etc.).

(¹): Para las unidades, observe que la función a integrar quedaría en Kg/s^2 , pero al integrar se multiplica por distancia (m), obteniendo así N.

(²): Recuerde que aunque acá la variable es z, las funciones de Matlab están programadas con la variable x, esto no representa ningún problema y no es necesario hacer ningún cambio en la programación.

[5 puntos]

6. Utilice las funciones de los **puntos 3 y 4** para obtener el valor de la **Fuerza Total** aplicada por el agua sobre la represa, obteniendo un error absoluto de 1000 para cada uno de los dos métodos. Muestre los datos de entrada utilizados y resultados (resultado de la integral, error y cantidad de subintervalos).

[10 puntos]

7. Utilice las funciones de los **puntos 3 y 4** para obtener el valor de la **distancia de la línea de acción de la fuerza** aplicada por el agua sobre la represa. Muestre los datos de entrada utilizados y resultados (resultado de la integral, error y cantidad de subintervalos). **Recomendación:** calcule solamente la integral superior de la ecuación planteada, obteniendo un error absoluto de 1000 para cada uno de los dos métodos, luego haga la división con los resultados del punto anterior.

[10 puntos]

8. Discuta y compare los resultados de los **puntos 6 y 7**. Indique cuál de las respuestas o métodos sería más adecuado para resolver este problema, justificando su elección.

[25 puntos]

(¹): Para las unidades, observe que la función a integrar quedaría en Kg/s^2 , pero al integrar se multiplica por distancia (m), obteniendo así N .

(²): Recuerde que aunque acá la variable es z , las funciones de Matlab están programadas con la variable x , esto no representa ningún problema y no es necesario hacer ningún cambio en la programación.