Instituto Tecnológico de Costa Rica
Prof. Alfredo Rodríguez Rojas
II Semestre, 2023

Métodos Numéricos para Ingeniería – CM3207
Fecha de entrega: ver en Evaluaciones del TecDigital
Total de puntos: 100

Tarea Programada #2

Instrucciones:

1. El formato general del documento escrito es: portada, descripción del trabajo, desarrollo, y bibliografía consultada. Para la bibliografía use algún formato establecido como APA, IEEE u otro. La portada debe incluir los nombres de los integrantes en orden alfabético ascendente (A – Z) según los apellidos.

2. Todos los archivos de MatLab utilizados en la tarea deben ser entregados, junto con el trabajo escrito, subiéndo un archivo comprimido en la carpeta asignada en el Tec-digital, en la fecha asignada. El nombre del archivo debe ser Tarea02_Apellido1_Apellido_2_Apellido3… también en orden alfabético. El archivo lo puede subir cualquiera de los miembros del grupo.

3. Cada grupo de trabajo será de 3-5 personas.

4. El documento debe contener: el número de la pregunta que se va a responder, seguido de la cantidad de puntos asignados y luego la/las respuestas necesarias, incluyendo todos los resultados obtenidos a partir de las funciones en MatLab (imágenes, tablas, ...) junto con los parámetros o condiciones iniciales de cada método. En las preguntas que piden programar se debe explicar la lógica (ciclos, condiciones, variables, etc.) utilizada para cada uno de los algoritmos generales programados en MatLab.

6. **[10 puntos]** Se solicitará a alguno o algunos de los miembros de cada grupo de trabajo a realizar una pequeña exposición y/o defensa del trabajo presentado en la lección anterior a la fecha de entrega.

7. **[10 puntos]** Presentación y orden general del trabajo y cumplir con todos los requisitos antes indicados.

DESCRIPCION

Elemento estructural estáticamente determinado

Considere el elemento estructural mostrado en la Figura 1, dicho elemento puede soportar cargas en diferentes direcciones en cada uno de sus nodos, por ejemplo, la carga de 1000 lb mostrada en la Figura 1. Estas cargas generan las fuerzas que se muestran en la Figura 2.
El elemento está montado sobre una estructura fija en el punto o nodo 2 (que provoca fuerzas de reacción horizontales y verticales) y sobre una estructura deslizante en el nodo 3 (sólo fuerzas de reacción verticales).

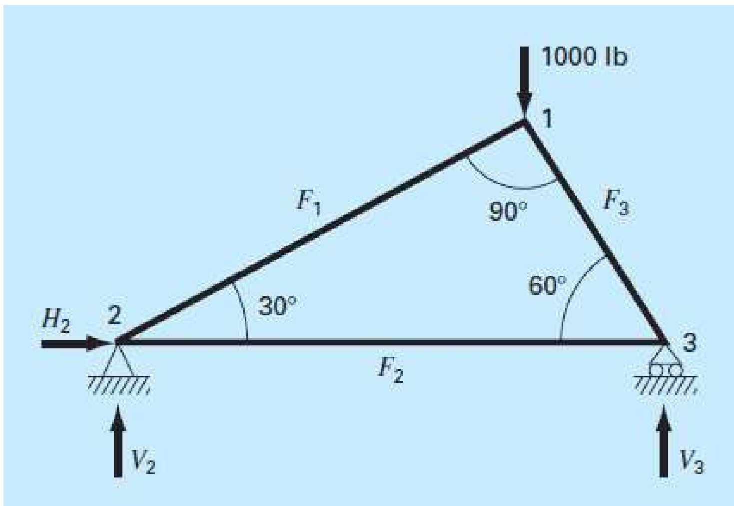


Figura 1 Elemento estructural en estudio. Fuente: Chapra, 2015.

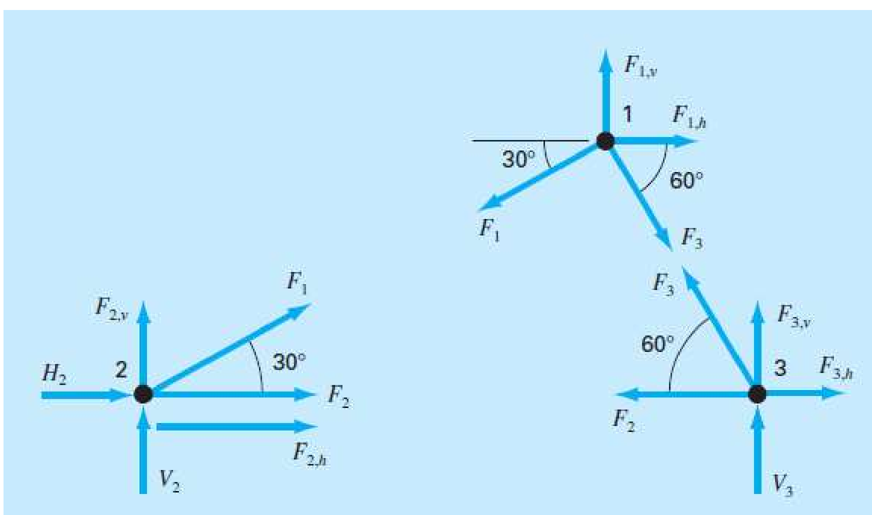


Figura 2 Diagrama de cuerpo libre del elemento estructural a estudiar. Fuente: Chapra, 2015.

Este tipo de elemento es considerado como estáticamente determinado, en el que por medio de una serie de ecuaciones generadas a partir de leyes de la estática se pueden determinar las fuerzas presentes en cada uno de los elementos (F_1, F_2, F_3) y las reacciones sobre las estructuras que lo soportan (H_2, V_2, V_3).

1. **[6 puntos]** Estudiar el elemento y determinar las ecuaciones que lo rigen, creando un sistema de ecuaciones que permita solucionar el problema aplicando fuerzas $\boldsymbol{F_i}$ en cualquiera de los tres nodos, en un ángulo determinado a partir de la horizontal (positivo en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj, éstas fuerzas aplicadas serán transformadas por la función del **punto 3** a sus componentes vertical y horizontal $\boldsymbol{F_{i,v}}$ y $\boldsymbol{F_{i,h}}$, mostradas en la **Figura 2**). Considere los ángulos entre los elementos de la estructura como variables (ej: **α**, **β**, **ϴ**).

2. **[3 puntos]** Considere que los ángulos de la estructura serán 35° entre el elemento 1 y el elemento 2, y 55 grados entre el elemento 2 y el 3. Compruebe si de esta manera el sistema de ecuaciones determinado en el punto 1 cumple con los criterios para la utilización de los métodos Factorización LU y Gauss-Seidel.

3. **[8 puntos]** ¿De no cumplir con los criterios, puede acomodarse el sistema de manera que cumpla con el criterio de convergencia para el método Gauss-Seidel? ¿Si? ¿No? ¿Porqué? ¿Qué limitantes se presentan al aplicar los métodos de pivoteo vistos en clase?

4. **[7 puntos]** Implemente en MatLab una función de la forma

   [L,U] = factorizacionLU(A)

   que reciba una matriz A y devuelva las dos matrices de la factorización LU: L y U. Nótese que una vez que se tienen las matrices L y U se puede resolver para diferentes vectores "b" sin tener que volver a utilizar la función de factorización, ahorrando tiempo y recursos computacionales

5. **[5 puntos]** Implemente en MatLab una función de la forma

   [sol] = sustadelante(A,b)

   que reciba una matriz A y devuelva la solución de realizar la sustitución hacia adelante con el vector b.

6. **[5 puntos]** Implemente en MatLab una función de la forma

   [sol] = sustatras(A,b)

   que reciba una matriz A y devuelva la solución de realizar la sustitución hacia atrás con el vector b.

7. **[5 puntos]** Implemente en MatLab una función de la forma

   [sol] = sistemLU(A,b)

   Que reciba el vector de constantes de un sistema y resuelva el sistema de ecuaciones utilizando y el vector con las soluciones del sistema, utilizando (llamando dentro de ella misma) las funciones **FactorizacionLU**, **SustAdelante** y **SustAtras**.

8. **[7 puntos]** Implemente en MatLab una función de la forma

[X,error,iter]=gaussseidel(A,b,Tol,iterMax)

A: matriz de coeficientes.
b: vector de constantes.
Tol: la precisión requerida.
iterMax: la cantidad de iteraciones máximas permitidas.

X: matriz que contiene en cada fila los resultados de cada iteración del método de Gauss-Seidel.
error: vector con los errores obtenidos en cada iteración (calculado con **norma 4**).
iter: la cantidad de iteraciones realizadas

La función debe advertir al usuario si la matriz utilizada no es diagonal dominante, pero aun así intentar obtener la respuesta. Debe también utilizar como **punto inicial** el **(0,0, …,0)**.

9. Para todos los métodos a continuación, utilice el sistema reacomodando las filas de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 0.819 & 0 & -0.574 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.574 & 0 & 0 & 0 \\ 0.574 & 0 & 0.819 & 0 & 0 & 0 \\ -0.819 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -0.574 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.819 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ H_2 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{1,h} \\ F_{3,h} \\ F_{1,v} \\ F_{2,h} \\ F_{2,v} \\ F_{3,v} \end{pmatrix}$$

NOTA: los signos de los coeficientes dependerán de la forma en que desarrollen el sistema de ecuaciones, deben verificar en la respuesta que las reacciones verticales sean positivas.

Resuelva el sistema para una fuerza aplicada en el **punto 1** a un ángulo de 60 grados respecto a la horizontal. Para esto, cree un script que utilice:

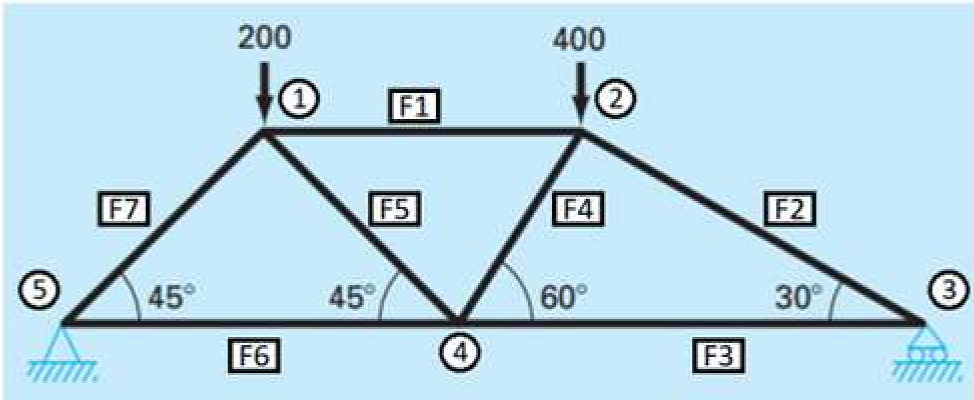
a) **[4 puntos]** La función **GaussSeidel** para aproximar los valores de las reacciones y las fuerzas en los elementos de la estructura. Debe calcular el tiempo de ejecución total **(recuerden: función tic… toc, no cputime)**. Utilice una tolerancia de **0.01**.

b) **[5 puntos]** La función **SistLU** para obtener los valores de las reacciones y las fuerzas en los elementos de la estructura. Debe calcular el tiempo de ejecución total **(recuerden: función tic… toc, no cputime)**. Recuerde que al variar el vector de constantes sólo debe repetir los pasos de sustitución hacia adelante y hacia atrás.

10. **[15 puntos]** Compare y analice los resultados obtenidos. De acuerdo con lo visto en clase: ¿Se preveía que el método Gauss-Seidel convergiera a la respuesta correcta con el punto inicial utilizado? ¿Porqué?

11. Revise el ejercicio 12.15 del libro de texto, ilustrado en la figura P12.15 (**Observe que las fuerzas están intercambiadas** en este problema).

FIGURE P12.15



Para este caso, la matriz de coeficientes y el vector de constantes quedan de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & 0 & 0.707 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.866 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.866 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.866 & -0.707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.5 & 0.707 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0 & 0.707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -0.707 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ V_3 \\ H_5 \\ V_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -200 \\ 0 \\ 0 \\ -400 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

[10 puntos] Utilice **sistLU** y **Gauss-Seidel** para resolver el problema, comente que problemas surgen, verifique si el sistema es diagonal dominante y compare con el comportamiento del sistema de ecuaciones de los puntos anteriores. Para **Gauss-Seidel** utilice una tolerancia de **0.01**.

NOTA: Pueden utilizar el sitio: https://ei.jhu.edu/truss-simulator/ para comprobar las respuestas de diferentes configuraciones del sistema. El sitio presenta la matriz y el vector de constantes formados por el sistema y su solución.